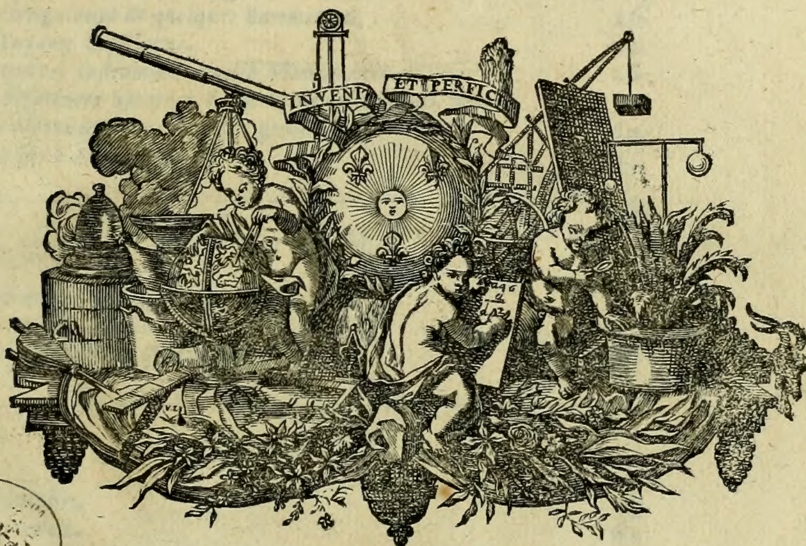
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.





A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN, JEAN-BAPTISTE COIGNARD fils, HIPPOLYTE GUERIN. } ruë S. Jacques.

M DCCXXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

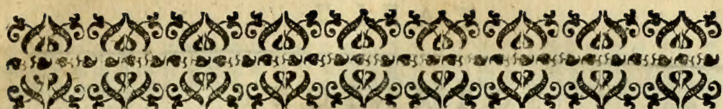


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHISIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

ALGEBRE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE. 129

MECHANIQUE.

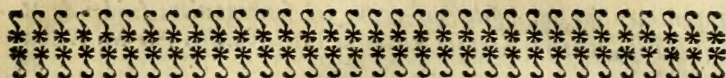


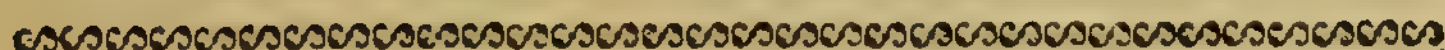
TABLE
POUR
LES MEMOIRES.





HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCV.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR UN NOUVEAU BAROMETRE A L'USAGE DE LA MER.



UISQUE les changements de la constitution de l'air annoncés & prédits par le Barometre, regardent les vents, les pluyes, les tempestes, ou la serenité du temps, on ne peut douter que ses prédictions ne fussent beaucoup plus utiles sur la Mer que sur la Terre. Mais c'est justement sur Mer qu'il n'a pu encore être d'aucun usage. La colonne de Mercure ne faisant équilibre que par sa hauteur avec l'Atmosphére, & cette hauteur V. les M. p. 49.

ne pouvant être prise que selon une ligne verticale, dés que le Barometre est incliné, la hauteur de la colonne de Mercure diminüe, l'équilibre est rompu, & il ne peut se rétablir, à moins que le poids de l'Atmosphere, alors superieur, pressant la colonne de Mercure ne la repousse en enhaut, & ne l'allonge jusqu'à ce qu'elle ait la même hauteur verticale qu'auparavant. Mais comme un Pendule tiré de son point de repos, & remis en liberté d'y retourner, y passe & y repasse un grand nombre de fois avant que de s'y arrêter entierement, de même, & par la même raison, la colonne de Mercure repoussée en enhaut avec impetuosité par le poids de l'Atmosphére, ne se remet à la hauteur necessaire pour l'équilibre qu'aprés avoir monté bien des fois au dessus, & être redescendüe autant de fois au dessous, en un mot aprés plusieurs vibrations, qui sont d'autant plus grandes & plus sensibles que le Mercure est un corps plus pesant, & plus capable de conserver long-temps un mouvement qu'il a reçû. Or un Vaisseau sur Mer étant dans un balancement continuel, lors même qu'il est le moins agité, il est clair qu'un Barometre n'y peut jamais avoir le repos necessaire pour ses fonctions.

C'est-là ce qui a obligé M. Amontons à chercher la construction d'un Barometre, qui ne fût point sujet à cet inconvenient, & qui pût servir sur Mer. Il en a imaginé un fort simple. Ce n'est qu'un tuyau recourbé, dont une branche est fort longue par rapport à l'autre, qui se termine en une assez grosse boule. La longue branche, toûjours ouverte par le haut, est pleine en partie de quelque liqueur, qui ne va de l'autre côté que jusqu'à l'entrée de la boule, où il n'y a que de l'air enfermé. Si l'air exterieur est plus pesant que celui de la boule, la liqueur baisse dans la longue branche, si c'est le contraire, elle hausse. Comme ce Barometre n'agit que par la difference de l'air exterieur & de celui de la boule, & non par la hauteur d'une colonne, il est clair que les causes, qui rendent inutile le Barometre commun, dés qu'il a le moindre mouvement, n'ont point ici de lieu.

Tout l'inconvenient de ce Barometre de Mer, c'est qu'il est Thermometre aussi bien que Barometre ; car & la liqueur & l'air de la boule se rarefieront ou se condenseront par l'augmentation ou la diminution de la chaleur. Mais M. Amontons a trouvé le remede à ce mal. Il ne se contente pas de faire la longue branche d'un fort petit diametre, desorte que la liqueur n'y soit qu'en trés-petite quantité, ni de choisir une liqueur trés-peu capable de rarefaction, comme de l'Eau seconde, ou de l'Huile de tartre, tout cela ne feroit que diminuer l'erreur ; il fait une double graduation à l'instrument, l'une en tant qu'il est Barometre, l'autre en tant qu'il est Thermometre. La premiere est mobile, & la seconde, fixe. Il connoît par le moyen d'un de ses Thermometres nouveaux à quel degré doit être la liqueur de l'Instrument en tant que Thermometre, il amene sur ce degré le milieu de la graduation qu'il doit avoir comme Barometre, & la difference qui se trouve entre le degré où il devroit être comme Thermometre & celui où il est effectivement, lui appartient entierement en qualité de Barometre. M. Amontons a observé pendant un assez long-temps, qu'avec cette double graduation, son Barometre de Mer étoit aussi juste que son Barometre rectifié* qui n'est que Barometre.

* V. l'Hist. de 1704. p. 1.

Tout le jeu du Barometre simple ordinaire n'a que 2 pouces d'étenduë, la colonne de Mercure est de 26 pouces 4 lignes dans sa moindre hauteur, & de 28 pouces 4 lignes dans la plus grande. Par consequent il suffit que la liqueur contenuë dans la longue branche du Barometre de Mer égale en pesanteur ces deux pouces de Mercure, & son mouvement qui doit representer celui du Mercure dans l'espace de deux pouces, aura d'autant plus d'étenduë qu'elle sera plus legere par rapport au Mercure. Ainsi si elle est 14 fois plus legere que ce Mineral, son mouvement aura 28 pouces d'étenduë. Il faut encore ajoûter pour cela que la capacité de la longue branche soit extrêmement petite par rapport à celle de la boule. Car quand l'augmentation du poids de l'Atmosphére, par

exemple, fait baiſſer la liqueur dans la longue branche, elle paſſe neceſſairement dans la boule, & diminuë le volume de l'air qui y eſt enfermé. Elle ne peut diminuer ce volume ſans en augmenter le reſſort, & cet air ayant acquis par-là plus de force, ne permet pas à la liqueur de la longue branche de deſcendre autant qu'elle l'auroit dû par la ſeule peſanteur de l'air exterieur. Mais ſi la boule eſt ſi groſſe par rapport au peu de capacité de la longue branche, que la quantité de liqueur qui paſſe de la branche dans la boule ne cauſe qu'une diminution inſenſible au volume de l'air de la boule, alors on peut conter que le mouvement de la liqueur ſuppoſée 14 fois plus legere que le Mercure, parcourra les 28 pouces dans toute leur étenduë. Si cette hauteur de 28 pouces eſt incommode dans l'uſage, & qu'on veuille accourcir l'Inſtrument, il n'y a qu'à prendre une liqueur plus peſante, ou un tube dont la longue branche ait plus de capacité par rapport à celle de la boule.

SUR LA DILATATION DES VAISSEAUX PAR LA CHALEUR.

V. les M. p. 75. * p. 12. IL a été dit dans l'Hiſtoire de 1704. * que quand on échauffe avec la main la boule d'un Thermometre, la liqueur qui devroit monter auſſitôt dans le tuyau, ne monte qu'aprés avoir un peu baiſſé. Cette deſcente ſi contraire à ce qu'on auroit dû attendre de la chaleur étoit rapportée par M. Amontons à la dilatation de la boule, dont la chaleur augmente la capacité, avant qu'elle ait pû agir ſur la liqueur même, d'où il ſuit neceſſairement que cette liqueur doit baiſſer quelques inſtants avant que de monter.

* l'Hiſt. de 1700. p. 53. & 54. M. Geofroy donnoit une autre raiſon d'un ſemblable fait. * Il prétendoit qu'à la premiere approche de la cha-

leur, les liqueurs commencent par se condenser, & ensuite se dilatent, & en imaginoit même quelque raison Physique, qui avoit sa vraisemblance.

Pour démêler la veritable raison, M. Amontons jugea qu'il faloit faire l'experience avec deux liqueurs inégalement susceptibles de rarefaction, telles que l'Esprit de vin & l'Eau seconde. La rarefaction & la condensation n'étant que la même chose prise en differents degrez, l'Esprit de vin qui se rarefie plus aisément que l'Eau seconde, se condensera plus aisément aussi, & si la condensation des liqueurs à la premiere approche de la chaleur cause leur descente dans le tuyau du Thermometre, lorsque la boule est échauffée, l'Esprit de vin descendra plus vîte & plus bas que l'Eau seconde. Au contraire, si la dilatation de la boule cause cette descente, l'Esprit de vin baissera moins que l'Eau seconde, parcequ'il recevra plus vîte l'impression de la chaleur, & que la grandeur & la promptitude de sa rarefaction repareront & surmonteront l'effet de la dilatation de la boule. Il pourra même arriver qu'il ne baissera point du tout, parce que cet effet de la dilatation de la boule sera reparé dans le même instant par la rarefaction de l'Esprit de vin.

L'experience décida pour M. Amontons. On la tourna même encore autrement pour plus d'assurance, la descente des liqueurs, & la vîtesse de la descente furent toûjours telles que les demandoit le Sistême de la dilatation des Vaisseaux, & M. Geofroy, qui ne cherchoit que la verité, se rendit sans peine.

SUR L'AIMAN ET SUR L'AIGUILLE AIMANTÉE.

L'Aiman est une source inépuisable de Phenomenes surprenans & singuliers, qui attireroient la curiosité de ceux même, qui ont le moins d'attention à obser- V. les M. p. 97.

ver la Nature ; mais de plus ces Phenomenes ſont devenus importants par le rapport qu'ils peuvent avoir à la Bouſſole, & à la Navigation. L'eſtime du chemin d'un Vaiſſeau ſe regle ſur la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, & ſi dans un même lieu & dans un même temps, cette déclinaiſon peut être differente par des cauſes particulieres, on ſera expoſé à tomber dans des erreurs dangereuſes. C'eſt par cette raiſon que M. de la Hire le fils a examiné ſi une même Aiguille, ou plûtôt deux Aiguilles parfaitement ſemblables, pouvoient avoir differentes déclinaiſons pour avoir été touchées par differents Aimans. Heureuſement il a trouvé que non, & c'eſt une cauſe d'erreur que l'on a de moins à craindre ; mais il a trouvé auſſi que la differente fabrique des Aiguilles, ou leur differente figure, pouvoit mettre quelque varieté dans leur déclinaiſon.

Ce reſultat des experiences paroît aſſez conforme au Siſtême qu'on s'eſt fait de l'Aiman, ſur les vûës que M. Deſcartes a données. La matiere qui paſſe au travers de chaque Aiman, & qui entrant & ſortant par ſes Poles, & rentrant d'où elle eſt ſortie, forme un Tourbillon alentour, a la même direction de mouvement que celle qui forme un Tourbillon général autour de la Terre, le premier de tous les Aimans, & par conſequent elle a la même direction en differens Aimans, ſoit forts, ſoit foibles ; car leur force ou leur foibleſſe ne vient que d'une plus grande ou moindre quantité de cette matiere magnetique, & la direction du mouvement ne change pas ſelon cette quantité. Mais il eſt clair qu'elle peut changer ſelon que les differentes parties d'une Aiguille de fer dans laquelle la matiere magnetique s'ouvre un paſſage, ſeront differemment diſpoſées à la recevoir, ou, ce qui eſt la même choſe, heterogenes, ou même ſelon que l'Aiguille ſera d'une figure capable de modifier differemment en ſes differentes parties le cours de la matiere magnetique. On verra ſur cela dans le Memoire de M. de la Hire le fils ſes experiences, & des détails de pratique aſſez délicats.

On reconnoît pour Aiman toute matiere ou masse, autour de laquelle la matiere magnetique forme naturellement un Tourbillon, & l'on découvre sensiblement ce Tourbillon par ses deux Poles qui ont des vertus & des effets contraires. Si une masse revêtuë d'un semblable Tourbillon attire par un certain bout une Aiguille de fer, elle la repoussera par le bout opposé. Tout Tourbillon, dès qu'il existe, a necessairement ces deux effets contraires; mais il peut d'ailleurs être si foible qu'il ne soutiendra pas le plus petit morceau de fer ou de limaille, attaché à la masse qu'il envelope. Ainsi le caractere essentiel, & la marque sûre d'un Aiman, ce sont les deux Poles, supposé qu'il les ait par lui-même. Une aiguille aimantée n'est pas un Aiman, quoiqu'elle ait deux Poles: car elle ne les a que parce qu'elle a été aimantée ou touchée d'une pierre d'aiman. Mais on a observé, il y a déja du temps, que ce que le fer n'est pas par lui-même, la roüille de fer l'étoit quelquefois, je veux dire, un veritable Aiman. M. de la Hire le pere ayant enfermé dans une Pierre qu'il laissa à l'air des fils placez dans le plan du Meridien, de maniere qu'ils faisoient avec l'horison de ce païs-ci le même angle que la matiere magnetique qui circule autour de la Terre, a trouvé au bout de dix ans, que ces fils, qu'il avoit pris assez déliez, étoient entierement changez en roüille, & en même temps étoient devenus des aimans veritables. Il en avoit aimanté quelques-uns, avant que de les enfermer dans la pierre, & ceux-là n'aquirent pas une plus forte vertu d'Aiman que les autres, tant le passage seul de la matiere magnetique du Tourbillon de la Terre dans ces fils bien disposez à la recevoir selon sa direction, eut de force pour les aimanter.

Du fer entierement roüillé étant friable, & propre à se mettre en poussiere, au lieu qu'il étoit auparavant mou, & malleable, il doit être devenu par-là plus semblable à une Pierre, & par consequent à un Aiman, dont il tient toûjours beaucoup par la configuration de ses pores. Aussi M^{rs}. de la Hire croyent-ils qu'une Pierre ferrugineuse, ou

de la Mine de fer eſt preſque toûjours un Aiman, quoique ſouvent aſſez foible.

* p. 9. & ſuiv. Nous avons parlé dans l'Hiſtoire de 1701. * du Siſtême de M. Halley ſur la déclinaiſon de l'Aiman, & de cette Courbe qui ſelon ſes obſervations étant exempte de déclinaiſon, embraſſe le Globe de la Terre, & qui eſt le terme d'où l'on doit conter toutes les déclinaiſons Orientales & Occidentales. M^rs^. de la Hire ont repreſenté le Globe terreſtre par une Pierre d'Aiman qu'ils ont entre les mains, mediocrement bonne, qui peſe 100. livres, & a prés d'un pied de diametre. Ils l'ont arrondie, & aprés avoir trouvé ſes Poles, ils ont tracé ſur ſa ſurface un Equateur & des Meridiens. Une Aiguille de Bouſſole placée ſur ces differents Meridiens, a tantôt une déclinaiſon vers l'Eſt, tantôt vers l'Oüeſt, & tantôt elle n'en a point; ce qui eſt tout à fait conforme au Siſtême de M. Halley, & en donne une image ſenſible.

Il eſt plus que vraiſemblable que la variation & l'inégalité des déclinaiſons ſur l'Aiman de M^rs^. de la Hire, viennent de ce que les parties veritablement magnetiques de cette Pierre ſont mêlées avec d'autres parties heterogenes, irréguliercment ſemées & répanduës. Il en va de même de la Terre qui eſt un Aiman encore plus mêlé. Mais il ſe fait dans la Terre des générations nouvelles, & non pas dans la Pierre d'Aiman, & de-là vient que les déclinaiſons qui ſeront toûjours les mêmes aux mêmes endroits de cette Pierre, ſont changeantes ſur le Globe terreſtre.

La lenteur des générations qui ſe font dans le ſein de la Terre, & celle des changements de déclinaiſon qui ne ſont guére que de 12 minutes par an dans un même lieu, conviennent aſſez enſemble; mais il paroît que quand quelqu'une de ces générations, qui dans le temps qu'elle ſe formoit & ſe perfectionnoit, détournoit toûjours de plus en plus l'Aiguille du Nort vers l'Oüeſt, par exemple, eſt enfin parvenuë à ſa derniere perfection, l'Aiguille devroit être quelque temps *ſtationnaire* & arrêtée au même point de

de déclinaison, parce qu'il n'est guére vrai-semblable qu'il se fasse aussi-tôt dans la Terre une autre génération, qui donne à l'Aiguille un mouvement contraire, & le rappelle de l'Ouest au Nort, & de-là à l'Est; cependant on ne voit pas que l'Aiguille ait de ces sortes de stations; mais il est vrai aussi qu'il n'y a pas beaucoup plus de 100 ans que l'on observe les déclinaisons, & dans un temps si court par rapport à la lenteur de ce mouvement, on n'a pas encore des observations en assés grand nombre. C'est pour cela que M^rs. de la Hire apportent tant de soin à celles qu'ils font depuis plus de 20 ans à l'Observatoire, & en tiennent un Registre fort exact. Il peut arriver que sur ces sortes de matieres le temps donne le Sistême, en donnant une quantité de Phenomenes suffisante.

Comme l'Academie a trouvé l'idée de M. Halley sur les variations de l'Aiman très-belle & digne d'être suivie avec beaucoup d'attention, les occasions que l'on a euës de l'examiner, & de la verifier n'ont pas été negligées. M. Cassini le fils ayant entre les mains des Observations sur la déclinaison faite par M. de May Missionnaire pendant le voyage qu'il a fait à la Chine en 1703. avec le Légat du Pape, & les ayant rapportées sur la Carte générale des déclinaisons dressée par M. Halley pour l'année 1700, il a trouvé tant de conformité ou de si légeres différences que le Sistême du sçavant Anglois en est extrémement confirmé. V. les M. p. 8. & 80.

Il y a plus. Supposé que par d'autres observations ce Sistême continuât à être aussi heureux, & aussi juste, M. Cassini le fils lui donne un usage, auquel on ne sçait si M. Halley a pensé. C'est la détermination des Longitudes, du moins en quelques endroits du Globe terrestre, où les Cercles de déclinaison de M. Halley different peu des Meridiens; car les déclinaisons étant posées sur tout le Globe, on sçauroit en ces lieux-là par la déclinaison que l'on trouveroit, sous quel Meridien on seroit arrivé. Il est vrai que les déclinaisons changent toujours; mais on commence à sçavoir, & on sçaura un jour encore mieux,

quel changement répond à chaque année. Enfin, il paroît que nous ſommes à cet égard ſur de bonnes voyes; mais il n'y a point de chemin qui ſe puiſſe faire qu'en un certain temps.

SUR LA RAREFACTION ET LA CONDENSATION DE L'AIR.

V. les M. p. 61. 110. 119. 219. 272.
LA Rarefaction, ou, ce qui eſt la même choſe priſe à contreſens, la Condenſation de l'air, a aſſés occupé l'Academie pendant cette année. Quoique cette matiere ſoit une de celles où la Philoſophie moderne a le plus réuſſi, quoiqu'elle ait été tournée en mille façons par un grand nombre d'Experiences, on va voir qu'elle n'eſt pas encore bien parfaitement connuë, & qu'il nous reſte beacoup à deſirer pour le Siſtême.

Feu M. Mariotte a établi par experience que les differentes condenſations de l'Air ſuivoient la proportion des poids dont il étoit chargé. En ſuppoſant d'ailleurs que le Mercure au bord de la Mer ſe tienne dans le Barometre à 28 pouces, qui égalent par conſequent le poids de toute l'Atmoſphere, & qu'au niveau de la Mer 60 pieds d'air en hauteur faſſent équilibre avec une ligne de Mercure, de ſorte que le Barometre porté à 60 pieds au deſſus de la Mer deſcendroit d'une ligne, il eſt très-aiſé de trouver, par le principe de M. Mariotte, quelle hauteur d'air répondroit à une ſeconde ligne de Mercure; car comme 28 pouces de Mercure moins une ligne ſont à 28 pouces, ainſi une hauteur de 60 pieds d'air ſera à un quatriéme terme, qui eſt la hauteur d'air correſpondante à la ſeconde ligne de Mercure. On trouvera de même toutes les autres hauteur d'air correſpondantes à chaque ligne, & toûjours plus grandes, puiſqu'elles ſont chargées d'un moindre poids de l'Atmoſphere. Elles

feront neceſſairement une progreſſion geometrique, & il ne faut qu'avoir la ſomme de cette progreſſion pour déterminer la hauteur de toute l'Atmoſphére. Par conſequent une certaine partie de cette ſomme donnera la hauteur d'une Montagne, au ſommet de laquelle le Barometre ſera deſcendu d'une certaine quantité.

M. Mariotte, apparemment pour la facilité du calcul, changea ſa progreſſion geometrique en arithmetique, & prétendit que ce changement ne produiſoit pas d'erreur conſiderable. Il appliqua ſa nouvelle progreſſion à deux obſervations de hauteurs de Montagnes, faites par le Barometre, & trouva que ſon calcul en approchoit aſſez.

Mais Mrs. Caſſini & Maraldi ayant meſuré par le Barometre la hauteur de pluſieurs Montagnes, ainſi qu'il a été dit dans l'Hiſt. de 1703. * ils reconnurent que ni le principe de M. Mariotte, ou la progreſſion geometrique qui s'en enſuit, ni la progreſſion arithmetique qu'il y ſubſtituë, ne répondoient aſſés juſte à leurs obſervations, & qu'elles s'en écartoient d'autant plus que les hauteurs des Montagnes étoient plus grandes. M. Caſſini le fils prit la peine de dreſſer une Table de toutes les hauteur d'air telles que les donne la progreſſion geometrique de M. Mariotte depuis le niveau de la Mer, juſqu'à une hauteur où le Barometre baiſſeroit de 7 pouces. Ces hauteurs ſe trouvent toujours moindres que celles que donne la progreſſion arithmetique, & celles-ci moindres encore que celles qui ont été obſervées. Ce fut par cette raiſon que Mrs. Caſſini & Maraldi établirent une nouvelle progreſſion arithmetique, qui s'accorde beaucoup mieux avec les obſervations. Elle a été rapportée dans l'endroit cy-deſſus cité de l'Hiſtoire de 1703.

* p. 11. & ſuiv.

Puiſque les hauteurs des Montagnes telles qu'on les trouve par la progreſſion geometrique de M. Mariotte ſont toujours beaucoup trop petites, il s'enſuit que cette progreſſion donne auſſi les rarefactions de l'air à differentes hauteurs plus petites qu'elles ne doivent être; car ce n'eſt que de ces rarefactions que l'on conclut les hau-

teurs, & par conſequent la rarefaction de l'Air à ces differentes hauteurs eſt réellement plus grande, ou, ce qui revient au même, ſa condenſation eſt plus petite, que ſi elle ſuivoit, ſelon M. Mariotte, la proportion des poids.

* p. 2. Nous avions déja dit dans l'Hiſtoire de 1702. * que la regle de M. Mariotte ne pouvoit être vraie ſans reſtriction, & qu'elle devoit ſe renfermer dans les rarefactions ou condenſations moyennes. En effet, M. de la Hire ayant voulu autrefois la verifier par experience, & d'une maniere très-ſimple, prit un Reſſort qu'il allongeoit par differents poids, & il en trouva toujours les extenſions proportionnelles à ces poids, tant qu'elles n'étoient que moyennes. Cela s'applique de ſoi-même à l'Air qui eſt une matiere à reſſort. Enfin il eſt viſible par le raiſonnement que la proportion des poids ne peut ſubſiſter que dans les extenſions ou condenſations moyennes, car un corps comprimé & réduit, par exemple, à la moitié de ſa premiere hauteur par un certain poids, ſeroit donc réduit à une hauteur nulle ou à rien par un poids double, & à moins que rien par un plus grand poids, ce qui eſt entierement abſurde.

Cependant il faut avouer qu'en faiſant d'autres Expériences que celles dont nous avons parlé juſqu'ici, la propoſition de M. Mariotte ſe trouve vraye, même dans de très-grandes rarefactions de l'Air. On prend un tuyau plus long que 28 pouces, que l'on ne remplit pas entierement de Mercure, & où il reſte par conſequent une certaine quantité d'air. On le renverſe enſuite à la maniere ordinaire dans un vaſe plein de Mercure, & auſſitôt l'air qu'on a laiſſé dans le tuyau gagne le haut. Le Mercure de ce tuyau ne peut pas ſe tenir ſuſpendu à la hauteur de 28 pouces, parce qu'il n'eſt pas ſeul à ſoutenir le poids de l'Atmoſphére, & qu'il eſt aidé par l'air enfermé avec lui. Il deſcend donc plus bas que les 28 pouces, & l'air qui doit occuper l'eſpace abandonné par le Mercure ſe dilate neceſſairement, & perd en même temps quelque choſe de ſa force de reſſort, de maniere

que le reſſort affoiblit de cet Air, & la hauteur à laquelle le Mercure eſt demeuré ſuſpendu, par exemple, 26 pouces, ſont enſemble équilibre à tout le poids de l'Atmoſphére, égal à 28 pouces de Mercure, ou, ce qui revient au même, l'Air dilaté dans le tuyau eſt alors chargé d'un poids égal à 2 pouces de Mercure, au lieu que ce même Air, tel qu'on l'avoit d'abord enfermé dans le tuyau, étoit dans l'état de condenſation où l'avoit mis le poids de toute l'Atmoſphére qu'il ſoutenoit. Or la longueur du tuyau, la quantité d'Air qu'on y a laiſſée, le nouvel eſpace qu'occupe cet air après le renverſement, & la hauteur où ſe tient le Mercure étant des choſes connuës, il eſt aiſé de voir ſi les deux eſpaces qu'occupe l'Air avant & après le renverſement ſont proportionnels aux differents poids dont il eſt chargé. M. Mariotte avoit trouvé dans cette expérience la proportion aſſés juſte, & c'eſt ſur quoi il avoit fondé ſa regle generale.

Comme il avoit quelque lieu de la révoquer en doute, M. Caſſini le fils recommença des expériences pareilles à celles de M. Mariotte, & le ſuccès en fut toûjours conforme à ſon principe. Il eſt vrai qu'il ſembloit quelquefois ne l'être pas, & l'on trouvoit l'air plus ou moins dilaté qu'il ne faloit; mais on doit obſerver qu'il eſt très-difficile & peut-être impoſſible d'avoir des tuyaux dont le diametre interieur ſoit par tout exactement égal. S'il eſt plus grand au haut du tuyau; c'eſt-à-dire, dans l'eſpace qu'occupe l'air après le renverſement, l'Air paroît moins dilaté qu'il ne l'eſt en effet, c'eſt le contraire ſi le diametre du tuyau eſt plus petit. M. Caſſini le fils meſuroit donc exactement par des quantités égales de Mercure qu'il verſoit les unes après les autres dans un tuyau, les differentes capacités qu'il pouvoit avoir en differentes parties de ſa longueur, & cela étant connu, il voyoit que les obſervations ſe raprochoient aſſés du principe de M. Mariotte pour devoir le confirmer. On ne conte pas de legeres differences qui pouvoient reſter encore, ou même venir d'ailleurs, elles ſont inévitables dans toute operation.

Il eſt viſible par ce qui a été dit, que plus un tuyau excede la longueur de 28 pouces, & en même tems moins on y laiſſe d'air avant le renverſement, plus cet air après le renverſement doit être dilaté. Il eſt difficile d'avoir de fort longs tuyaux, & ceux de M. Caſſini le fils n'avoient guere que 44 pouces. M. Amontons pour faire l'experience plus en grand, s'aviſa de faire faire un tuyau dont un bout ſe terminoit en une très-groſſe Olive de la figure d'un cervelas. Ce bout étoit celui d'en-haut après le renverſement, de ſorte que l'air qui y montoit ſe dilatoit beaucoup dans un ſi grand eſpace, & telle étoit la capacité de cette Olive, que quant à cette dilatation de l'air elle valoit un tuyau qui eût eu 475 pouces de long & un diametre égal à celui d'un tuyau ordinaire long de 46 pouces qu'avoit M. Amontons. Le tuyau entier avec ſon Olive valoit un tuyau long de près de 512 pouces, & du même diametre que celui de 46 pouces.

M. Amontons fit les experiences avec ce nouveau tuyau, & n'y ayant laiſſé une fois que 2 pouces 6 lignes d'air, il trouva qu'après le renverſement cet air devoit s'être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette grande dilatation ſuivoit encore la proportion de M. Mariotte. A plus forte raiſon de moindres dilatations la ſuivoient-elles.

Voilà ce qui peut ſurprendre les Phiſiciens même. Les differentes dilatations où eſt l'air depuis le niveau de la Mer juſqu'au haut des Montagnes, ne conſervent pas la proportion des poids, & elles la conſervent d'autant moins que ces Montagnes ſont plus élevées; c'eſt-à-dire, que dans cette étenduë les dilatations de deux extremités ſont trop differentes entre-elles pour être renfermées les unes & les autres dans les bornes de dilatations moyennes où la proportion peut avoir lieu; & cependant quelles Montagnes a-t-on jamais vûës, où l'air loin d'être dilaté 200 fois plus qu'il ne l'eſt au niveau de la Mer, le fût ſeulement une fois davantage? Car il faudroit pour cela que le Mercure ſur le haut de ces Montagnes baiſ-

ſât de 14 pouces ſelon la regle de M. Mariotte, & à peine baiſſe-t-il de 5 ou 6 ſur les plus hautes où l'on ait obſervé. Comment donc l'air auſſi prodigieuſement dilaté qu'il l'eſt dans le tuyau à Olive de M. Amontons ſuit-il la proportion des poids, & comment ne la ſuit-il plus dans le peu de dilatation qu'il a au haut des Montagnes? l'Air libre eſt-il different de celui qu'on enferme dans un tuyau? ou l'air qui eſt depuis la ſurface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes doit-il être conſideré comme une matiere heterogene & inegalement ſuſceptible de dilatation en ſes differentes parties, deſorte qu'il entrera dans ſes differentes dilatations quelque autre principe que l'inegalité des poids, au lieu que l'air pris ſur la ſurface de la Terre ſera parfaitement homogene, & ne ſe dilatera ou ne ſe condenſera que ſelon les poids?

Il y a du moins quelque apparence que l'air dilaté dans un tuyau n'eſt pas tout-à-fait de la même nature que l'air du haut d'une Montagne. Si l'on met de l'eau tiede dans la Machine du vuide, elle bout très-fort, dès qu'on a pompé la moitié de l'air, parce que celui qui étoit naturellement mêlé dans cette eau, & qu'on avoit déja un peu échauffé, étant ſoulagé de la moitié du poids qui le preſſoit, tend à ſe dégager entierement. De-là M. Mariotte avoit conjecturé que ſi l'on étoit à une hauteur où le poids de l'Atmoſphere fût diminué de moitié, le ſang, beaucoup plus chaud que de l'eau tiede, & toûjours plein d'air, bouillonneroit de maniere qu'il ne pourroit plus circuler, & il faut convenir que la conjecture étoit aſſés bien fondée. Cependant Mrs. Caſſini & Maraldi qui ont monté à des hauteurs, où, ſelon leur calcul, le poids de l'Atmoſphere étoit à peu près la moitié moindre, n'ont ſenti aucune incommodité cauſée par la rarefaction de l'Air. Beaucoup de gens qui ont été encore plus haut, ne s'en ſont pas apperçus d'avantage. On peut donc ſoupçonner qu'il y a quelque différence enre l'air libre & l'air d'un tuyau, également rarefiés l'un & l'autre.

Quoiqu'il en ſoit, toute cette matiere demande encore

de grands éclairciſſements. M. Amontons avoit imaginé, & il commençoit à executer des experiences qui auroient pû donner de nouvelles lumieres, mais il mourut. L'Academie ne perdra pas de veuë ce deſſein. Juſqu'à préſent il faut ſe contenter de bien connoître la difficulté; car c'eſt-là une connoiſſance, & quelquefois même aſſés conſiderable.

SUR UNE IRREGULARITÉ DE QUELQUES BAROMETRES.

V. les M. p. 229. 232. 234. 267.

VOICI encore, à peu près ſur la même matiere, de grands ſujets de doute, & un nouveau beſoin d'éclairciſſements.

Il y a déja quelques temps qu'on avoit remarqué à l'Obſervatoire que deux Barometres ſimples, remplis du même Mercure, chargés de la même maniere, pareils en tout, pouvoient cependant ne s'accorder jamais; c'eſt-à-dire, n'être jamais exactement & préciſément à la même hauteur. Comme la difference étoit legere, & que l'on eſt accoûtumé à ne trouver jamais une entiere préciſion dans tout ce qui eſt d'execution & de pratique, on n'étoit pas fort ſurpris de ce Phenomene, & on ſe contentoit d'en rapporter la cauſe en general à quelque difference de conſtruction inſenſible & inévitable.

Mais un Barometre ſimple de M. le Chancelier, dont on verra l'Hiſtoire dans les Memoires de M. Amontons, & qui ſe tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres, étonna fort toute l'Academie. Quand on l'inclinoit, & que l'on faiſoit venir le Mercure juſqu'au haut du tuyau, il le rempliſſoit exactement, & l'on n'y voyoit aucune bulle d'air, d'où l'on concluoit neceſſairement que le vuide étoit parfaitement bien fait, & qu'il n'étoit reſté aucun air qui pût tenir le Mercure plus bas qu'il ne devoit être.

Ce

Ce n'étoit point non plus que le Mercure eût une pesanteur extraordinaire, car, outre que l'on n'a point encore vû un Mercure qui pesât plus qu'un autre, quand on mettoit d'autre Mercure dans ce même tuyau, il ne se tenoit pas plus haut, & le Mercure de ce tuyau transporté dans un autre s'y tenoit à la hauteur qu'avoient les autres Barometres en ce temps-là. D'où pouvoit donc venir une si grande inegalité de hauteur, & une si étrange irregularité?

Lorsque M. Amontons apporta ce nouveau fait dans une Assemblée, on proposa sur le champ plusieurs pensées differentes. Les uns conjecturoient qu'il peut y avoir une matiere moyenne entre la matiere subtile qui remplit le haut des Barometres, & l'air grossier que le verre empêche d'y entrer, & que le verre du Barometre de M. le Chancelier pouvoit avoir des pores plus grands que les verres ordinaires, & laisser entrer cette matiere, dont le poids abaissoit si considerablement le Mercure. D'autres croyoient que ce tuyau pouvoit avoir quelque humidité grasse, dans laquelle étoit contenu de l'air qui se dilatoit beaucoup dès que le vuide étoit fait. D'autres enfin soupçonnoient que peut-être ce verre étoit tel, que le Mercure en corrodoit la substance, & par-là dégageoit de l'air enfermé dans ses cellules, & en effet, en examinant ce verre avec un Microscope, ils croyoient le voir plein de bulles, comme les Larmes de Hollande, du moins en sa partie superieure. Chacun proposoit les experiences, qui pouvoient appuyer ou détruire son opinion, mais on ne pouvoit pas les faire toutes sur un même tuyau, & il y en avoit quelques-unes dont le succès dépendoit d'un temps assés long.

M. Amontons étoit persuadé qu'il entroit de l'air subtil par les pores du tuyau de M. le Chancelier; & comme c'étoit lui qui en étoit saisi & que le fait avoit d'abord passé par ses mains, il fut chargé par l'Academie d'examiner cette matiere, & il commença par les experiences qui avoient rapport à son opinion.

Il s'apperçut d'abord d'une nouvelle circonſtance du Phenomene aſſez ſinguliere ; c'eſt qu'ayant pluſieurs fois vuidé & rechargé de Mercure ce tuyau qui étoit le ſujet de toutes les recherches, il trouva qu'après cela ſa difference de hauteur d'avec les autres Barometres étoit diminuée de moitié, & qu'il n'étoit plus que de 9 lignes plus bas.

Enſuite on vint à ſçavoir que quelque temps auparavant il avoit été lavé en dedans avec de l'Eſprit de vin par M. Homberg qui en avoit voulu ôter une tache, après quoi le Mercure s'y étoit tenu plus bas que dans les autres Barometres, & alors M. le Chancelier s'étoit apperçu de ſon irregularité.

M. Amontons crut que tout cela s'accordoit aſſez bien avec ſa penſée. L'Eſprit de vin ayant bien nettoyé le verre avoit enlevé de dedans ſes pores tous les petits corpuſcules étrangers qui auroient fermé le paſſage à l'air, & ce même tuyau ayant été pluſieurs fois déchargé de ſon Mercure & rechargé depuis qu'il étoit entre les mains de M. Amontons, le Mercure y avoit laiſſé quelque eſpece de craſſe fort deliée, qui avoit bouché une partie des pores du verre, ou en avoit rendu le paſſage plus difficile. De-là venoit que le Mercure n'y étoit plus ſi bas. Et en effet M. Amontons ayant de nouveau lavé ce tuyau avec de l'Eſprit de vin, le Mercure s'y remit enſuite auſſi bas qu'il étoit d'abord.

Cette craſſe que l'on ſuppoſe que le Mercure peut laiſſer en paſſant & repaſſant pluſieurs fois dans un même tuyau ne manque pas tout-à-fait de vrai-ſemblance. M. Amontons fit voir des Bouteilles où il y avoit du Mercure, qu'il avoit portées dans ſes poches pendant un an & plus. Non-ſeulement elles étoient devenuës fort ſales en dedans, mais une partie du Mercure s'étoit changée en une poudre noirâtre, ce qui convient parfaitement avec ce qui a été dit ſur ce ſujet dans l'Hiſtoire de 1700. * mais comme il paroît que le Mercure ne produit cette ſaleté, que par un mouvement repeté un grand nom-

* pag. 21.

bre de fois, & pendant un long-temps, il reste à sçavoir si elle peut être produite dans un tuyau qui aura été déchargé & rechargé, peut-être cinq ou six fois. Il est vrai que l'on n'a besoin ici que d'une saleté insensible.

Si la conjecture de M. Amontons étoit vraie, un tuyau d'une matiere plus poreuse que le verre, & chargé de Mercure comme un Barometre, devoit laisser passer un air moins subtil, ou en laisser passer une plus grande quantité que le tuyau de M. le Chancelier. Ce fut dans cette veuë que M. Amontons prit un moyen canon de fusil, long d'un peu plus de 34 pouces, & en fit une espece de Barometre. Mais le fer n'etant pas transparent, la difficulté étoit de sçavoir à quelle hauteur se tiendroit le Mercure dans ce Barometre nouveau. On verra dans le Memoire de M. Amontons un expedient assez ingenieux qu'il imagina. Cela fait, il se trouva que le Mercure étoit dans le tuyau de fer 52 lignes plus bas que dans les tuyaux de verres ordinaires.

Ce tuyau ayant été laissé en experience comme un Barometre, le Mercure y baissa toujours, mais lentement; c'est-à-dire, qu'il en sortoit toujours, de sorte que au bout de 30 ou 31 heures, il n'y en restoit qu'à peu-près la onziéme partie de ce qu'il y en avoit eu immédiatement après le renversement. Peut-être y avoit-il dans ce canon quelque fente ou quelque ouverture imperceptble, par où l'air s'insinuoit toûjours; mais enfin on ne pouvoit attribuer à cette cause le peu de hauteur où s'étoit tenu le Mercure aussi-tôt après le renversement du tuyau, puisque les diminutions de hauteur qui suivirent ne se faisoient que dans de certains temps, & avec assez de lenteur.

M. Amontons qui avoit observé dans cette experience la durée des écoulemens du Mercure, & leur differente quantité en certain temps, avoit dessein de recommencer le tout plusieurs fois, & de voir si les écoulemens n'auroient pas été plus lents en hiver qu'en été, ce qui auroit pu avoir son usage par rapport à la Transpi-

ration, & fût peut-être devenu plus important que la premiere recherche, mais, ainsi que nous l'avons déja dit, il mourut, au milieu de tant d'entreprises, que l'on peut dire qui avoient besoin de lui.

Il ne faut donc pas encore trop conter sur l'experience du tuyau de fer qui n'a été faite qu'une fois. Peut-être même a-t-on supposé trop legerement que le fer fût plus poreux, & plus facilement penetrable à l'air que le verre. Enfin, plusieurs Academiciens ne convinrent point du Sistême de M. Amontons.

Ils soutenoient que l'experience du Barometre de M. le Chancelier étoit trop singuliere, pour devoir rendre suspectes une infinité d'experiences precedentes, dans lesquelles on avoit toûjours supposé qu'aucun verre ne laissoit passer aucune matiere capable de peser sur le Mercure. M. Homberg en particulier rapportoit tout le Phenomene à l'esprit de vin dont le tuyau avoit été lavé. Plusieurs goutelettes de cette liqueur subtile s'étoient logées dans les pores du verre, d'où elles étoient sorties dans l'instant que le vuide s'étoit fait, & s'étant extrêmement rarefiées, avoient abaissé le Mercure. Il prétendoit que le tuyau ayant été lavé avec de l'eau on voyoit le même effet, & que des particules aqueuses se rarefioient de la même maniere, & devenoient vapeurs ; & pour preuve de cela, si ces tuyaux après avoir été lavés, étoient bien sechés au feu, le Mercure y reprenoit sa hauteur naturelle.

M. Amontons opposoit à ce raisonnement, qu'il étoit incroyable que quelques goutelettes d'Esprit de vin ou d'eau, extrêmement rarefiées, & par consequent extrêmement affoiblies quant à leur force de ressort, en eussent cependant une égale à 18 lignes de Mercure ; qu'en inclinant ces tuyaux, où l'on prétendoit qu'étoient contenuës ces matieres rarefiées, & en faisant venir le Mercure jusqu'au haut, on auroit donc dû voir ces mêmes matieres recondensées par le poids du Mercure, former des bulles, pareilles à celles que forme l'air, pour peu qu'il

en soit resté dans le tuyau, & que cependant on ne voyoit rien de semblable ; qu'afin que de l'air laissé dans le tuyau abbaissât le Mercure de 18 lignes, il en faloit laisser une quantité fort considerable, & entierement disproportionnée à celle de ces goutelettes, ausquelles on attribuoit le même effet. Enfin M. Amontons montroit deux tuyaux neufs, pris chez le sieur de Ville Emailleur, que l'on ne pouvoit soupçonner d'avoir jamais été lavez ni avec de l'Eau ni avec de l'Esprit de vin, & où le Mercure se tenoit 6 à 7 lignes plus bas que dans les autres Barometres. Ce qui est encore favorable au Sistême de M. Amontons, c'est que cette difference de hauteur diminuoit, à mesure qu'il les déchargeoit & rechargeoit de Mercure.

Que conclurre de tout cela ? Rien encore. L'Academie remet la décision aux experiences qu'elle fera, & peut-être en faudra-t-il une longue suite. Elle ne prétend pas ne faire au Public que l'Histoire de ses découvertes, elle croit lui devoir aussi celle de ses doutes, & elle verra avec une extrême satisfaction que ses doutes contribuent aux découvertes d'autrui.

SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

UN Tuyau ouvert par les deux bouts, étant à demi plongé dans une liqueur, elle y entre, & s'y met au niveau du reste de sa surface, à moins que le Tuyau ne soit *Capillaire* ; c'est-à-dire, d'un fort petit diametre, alors il arrive ordinairement qu'elle monte au-dessus de son niveau. Je dis ordinairement, car la liqueur peut être telle, & le Tuyau d'un si petit diametre, qu'elle demeurera au dessous, ou même n'entrera point du tout dans le tuyau. C'est ce qu'on a éprouvé avec du Mercure. Mais il ne s'agit maintenant que de l'élevation des liqueurs au-dessus de leur niveau dans les Tuyaux Capillaires, le second cas viendra sans peine à la suite du premier.

V. les M. p. 241.

Cette élevation des liqueurs n'eſt point une exception peu importante de la regle generale, & la recherche des cauſes n'eſt point une vaine curioſité. Le corps humain eſt une machine hydraulique, & dans le nombre preſque infini de tuyaux qui la compoſent, celui des Capillaires eſt ſans comparaiſon le plus grand, & c'eſt par conſequent la connoiſſance de cette eſpece de tuyaux qui nous intereſſe le plus.

Quelques Philoſophes ont prétendu que l'air n'exerçant pas librement l'action de ſa peſanteur ſur l'eau dans un tuyau capillaire à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace, l'eau exterieure plus preſſée par le poids de l'air devoit faire monter celle qui répondoit à l'ouverture du tuyau. D'autres ont cru qu'elle s'y ſoutenoit juſqu'à une certaine hauteur, en s'attachant & en ſe colant, pour ainſi dire, aux parois interieures, & que le diametre étant ſuppoſé fort petit, il faloit regarder toute la colonne d'eau comme ſuſpenduë de cette maniere. Ces deux differentes cauſes ſont les ſeules que l'on ait imaginées, & même, à ce qu'il paroît, les ſeules que l'on ait pû imaginer.

M. Carré, aidé de M. Geoffroy, a cherché à décider entre-elles par un grand nombre d'experiences qu'il a faites ſur cette matiere. En voici deux qui ſemblent ne laiſſer plus aucun doute.

1. L'eau s'étant élevée au-deſſus de ſon niveau dans un tuyau capillaire, ſi enſuite on pompe l'air, auſſi exactement qu'il ſoit poſſible, elle ne redeſcend point, au contraire, elle s'éleve encore un peu.

2. Si l'on enduit de ſuif le dedans d'un tuyau capillaire, l'eau ne s'y met que de niveau au reſte de ſa ſurface. Mais ſi ce tuyau n'eſt enduit de ſuif que juſqu'à une hauteur moindre que celle où il eſt plongé dans l'eau, elle monte à ſon ordinaire au-deſſus de ſon niveau, & s'il n'eſt enduit de ſuif que d'un côté, l'eau de ce côté-là ſe met de niveau, & monte au-deſſus de l'autre côté.

Ce n'eſt donc pas l'inégalité de la preſſion de l'air qui cauſe l'élevation de l'eau, puiſque dans un lieu vuide

d'air cette élevation ſubſiſte, & même augmente, & en même temps, il faut rapporter cet effet à l'adherence de l'eau aux parois interieures du Tuyau capillaire, puiſqu'elle s'éleve dans la partie où l'on ne l'empêche pas.

Mais on doit bien remarquer ici que l'adherence n'eſt pas une force mouvante, elle ne fait que donner lieu à une force mouvante d'exercer ſon action. Toutes les colonnes d'eau tendent par leur peſanteur à deſcendre, & à s'élever par conſequent les unes les autres ; & ce n'eſt que l'égalité de leurs forces qui les met toutes de niveau. Si quelqu'une ſe trouve moins peſante que les autres, auſſitôt elle doit être élevée, juſqu'à la hauteur neceſſaire pour l'équilibre. Quand on met ſur la ſurface de l'eau contenuë dans un vaiſſeau un tuyau capillaire, les gouttes d'eau compriſes dans ſon ouverture s'attachent au dedans du petit cercle qui la forme, en ſont ſoutenuës en partie, & par conſequent d'autant moins peſantes par rapport à toute l'eau exterieure qui peſe librement ſur le fond du vaiſſeau. La colonne d'eau à laquelle appartiennent ces gouttes ainſi ſoutenuës, c'eſt-à-dire la colonne qui répond à l'ouverture du Tuyau capillaire, eſt donc dans ſon tout plus legere, ou, pour parler plus préciſément, exerce moins ſa peſanteur ſur le fond du vaiſſeau, que les autres colonnes dont elle eſt environnée, & par conſequent elles la doivent élever dans le tuyau capillaire juſqu'à une hauteur où elle regagnera par une plus grande quantité d'eau de ce qu'elle perd par être en partie ſoutenuë. Ce raiſonnement que M. Carré a tiré des loix de la Mechanique, & qui ſeul met dans ſon jour le Siſtême de l'adherence de l'eau, le lui rend en quelque ſorte particulier, parce que ceux qui l'ont imaginé avant lui, n'avoient pas été juſque-là, & que faute de cette explication, leur opinion, quoique vraye, pouvoit être aiſément combatuë, & même détruite. Il ne ſuffit pas d'être dans le vrai, il faut y être arrivé par le vrai chemin.

Il ſuit manifeſtement de cette Mechanique, que plus le tuyau eſt d'un petit diametre, ou plus il eſt plongé dans

l'eau, plus l'eau s'y doit élever. Dans le premier cas, un tuyau d'un petit diametre a plus de ſurface à proportion, & par conſequent un plus grand nombre de goutes d'eau ſont ſoutenuës par ſes parois interieures, & d'ailleurs les gouttes du milieu ſont d'autant plus ſoutenuës par celles que les parois ſoutiennent, qu'elles ſont en plus petite quantité, ou, ce qui eſt la même choſe, que le tuyau eſt plus étroit. Dans le ſecond cas, une plus grande partie de la colonne d'eau qui entre dans le tuyau eſt ſoutenuë. Ce cas-là ſeroit inexpliquable par l'inégalité de la preſſion de l'air.

Ce n'eſt pas cependant que l'air n'entre jamais pour rien dans ces ſortes de phenomenes. Si l'eau élevée dans un tuyau capillaire, s'éleve encore une ligne de plus, lorſqu'elle eſt tranſportée dans le vuide, cet effet vient de l'air contenu dans l'eau, & qui ſoulagé du poids de l'air exterieur s'étend un peu, & ſouleve l'eau où il demeure enfermé.

De même, ſi l'on retire de l'eau un Tuyau capillaire où l'eau ne ſe ſoit pas élevée autant qu'elle auroit fait, ſi on l'avoit plongé, elle n'en ſort point, & y demeure ſuſpenduë, parce que le peu de peſanteur qu'elle a & par ſa petite quantité, & par l'appui que lui donnent les parois du Tuyau, n'eſt pas capable de vaincre la réſiſtance que l'air apporte à ſa diviſion, ou, ſi l'on veut, la preſſion par laquelle il repouſſe en enhaut les corps plus legers que lui.

Cette réſiſtance des liqueurs à leur diviſion fait que le Mercure ne monte pas même au niveau dans les tuyaux extrêmement étroits que l'on y plonge.

M. Carré en faiſant les experiences des Tuyaux capillaires avec un grand nombre de liqueurs differentes, a trouvé que l'eau eſt celle qui s'éleve le plus haut, non pas qu'elle ſoit plus aiſément diviſible que toutes les autres, car il ne paroît pas qu'elle le doive être plus que l'Eſprit de vin, mais parce que les ſurfaces de ſes petites parties ſont d'une telle configuration, qu'elles touchent

en un plus grand nombre de points la surface du verre.

C'est cette conformité & cette homogeneïté des surfaces qui fait une plus grande facilité, & même une plus grande force de l'adherence. Et comme les parties de l'eau ont encore plus d'homogeneïté entre-elles qu'avec celles du verre, l'eau s'unit plus aisément à l'eau, & de-là vient que dans un tuyau capillaire mouillé en dedans avant l'experience, l'eau s'éleve davantage.

Par la même raison, si l'on approche d'une goute d'eau posé sur un plan, l'extremité inferieure d'un tuyau capillaire où l'eau demeure suspenduë, quoiqu'on l'ait retiré du vaisseau, ainsi que nous l'avons dit, on voit l'eau du tuyau qui descend un peu, si elle étoit à une grande hauteur, ou qui s'éleve un peu, si elle n'étoit qu'à une hauteur mediocre. C'est qu'alors l'eau du plan s'unissant à celle du tuyau, & ne faisant plus avec elle qu'une même colonne, elle la rend trop pesante, si cette eau suspenduë étoit sur le point de n'être plus en équilibre avec la pression de l'air, ou bien dans le cas opposé, elle est poussée en enhaut avec elle.

Par la facilité que les parties d'une même liqueur ont à s'unir, M. Carré explique pourquoi un filtre imbibé de vin, & un autre imbibé d'huile, separent du vin & de l'huile mêlez ensemble le mieux qu'il est possible, chacun n'attirant que la liqueur dont il a été imbibé.

De-là s'ensuivra, si l'on veut, une explication assez simple & assez naturelle des filtrations du corps. Puisque selon la plus saine Philosophie, il faut supposer que tous les corps organisez ont été formez immediatement par les mains du souverain Ouvrier, longtemps avant ce qu'on appelle leur naissance, il n'y a qu'à supposer aussi que les filtres de ces machines imperceptibles ont été dès cette premiere formation abreuvez des liqueurs qu'ils devoient séparer. Ce n'est point-là faire entrer Dieu mal-à-propos dans la Phisique, c'est ramener la Phisique à sa premiere source.

SUR UN NOUVEL INSTRUMENT APPELLÉ MANOMETRE.

V. les M. p. 300.

De toutes les nouvelles Machines que la Philoſophie moderne a entre les mains, & qu'elle employe à ſes recherches, il n'y en a peut-être aucune qui ait produit plus d'experiences utiles & curieuſes, &, pour tout dire, plus de veritez, que la Machine du Vuide. On ne ſçauroit donc trop en perfectionner l'uſage, ni trop s'appliquer à rendre plus ſures & plus exactes les connoiſſances qu'on en peut tirer. Comme il reſte toûjours de l'air dans le *Récipient* ou *Balon* de cette Machine, & qu'il ne faut pas conter ſur un Vuide parfait, mais ſeulement ſur un air beaucoup plus rarefié que celui que nous reſpirons, il eſt quelquefois important de ſçavoir le degré de cette rarefaction, & M. Varignon en donna la Regle generale dans les Memoires de l'Academie, imprimez en 1693. Les capacitez de la *Pompe* & du Balon étant connuës d'un côté, & de l'autre le nombre des coups de pompe qu'on avoit donnez pour vuider l'air, il déterminoit geometriquement le rapport de la rarefaction de l'air reſté dans la Machine à celle de l'air de dehors. Si, par exemple, un Animal meurt dans la Machine, on ſçait par là à quel coup de pompe, & par conſequent à quel degré de rarefaction, l'air qu'il reſpiroit auparavant ceſſe d'être reſpirable pour lui, & propre à entretenir ſa vie.

Mais il faut bien prendre garde que l'on n'a cette connoiſſance que pour le temps & pour le moment, où l'experience a été faite. L'air que reſpiroit cet Animal a ceſſé d'être reſpirable à un certain degré de rarefaction, mais comme la rarefaction de l'air qui nous environne varie inceſſamment & par l'inégalité de chaleur, & par celle du poids de l'Atmoſphere, le même Animal pris dans un au-

tre temps auroit peut-être soutenu un plus grand nombre de coups de pompe sans mourir, ou n'en auroit pas tant soutenu, parce qu'on auroit enfermé d'abord avec lui dans la Machine un air qui de lui-même auroit été plus ou moins rarefié, & qui par consequent auroit demandé plus ou moins de coups de pompe pour venir à un certain degré de rarefaction déterminé. Et si, comme il est fort aisé que cela arrive, l'experience rouloit sur quelque chose de plus délicat que la vie d'un Animal, cette observation seroit encore plus necessaire.

Il faudroit alors un Instrument qui mesurât les differens degrez de la rarefaction de l'air en differents temps, & l'on sçauroit non-seulement combien l'air *primitif* enfermé dans la Machine auroit été rarefié par un certain nombre de coups de pompe, mais encore de combien un air primitif qu'on y auroit enfermé dans un certain temps, auroit été plus ou moins rarefié de lui-même, que celui qu'on y auroit enfermé en un autre temps, ce qui donneroit le moyen de comparer très-exactement les experiences qui auroient besoin de cette précision.

Le Barometre & le Thermometre marquent tous deux les differents degrez de la rarefaction de l'air, l'un ceux qui viennent de la variation du poids de l'Atmosphere, l'autre ceux qui viennent de la variation du chaud, mais ces deux causes agissant toûjours ensemble, & se modifiant l'une l'autre, soit qu'elles conspirent au même effet, soit qu'elles se combattent, mettent l'air dans un degré de rarefaction qui n'est ni celui que marque le Barometre, ni celui que marque le Thermometre. Ces deux Instruments ont leurs fonctions separées, & d'autant plus separées qu'ils sont plus excellents, & pour les vûës qui viennent d'être exposées on auroit besoin d'un troisiéme Instrument qui eût les deux fonctions à la fois, & qui marquât le degré de la rarefaction de l'air, tel que le produisent à chaque moment les deux causes differentes, qui ont part à cet effet.

C'est cet Instrument que M. Varignon a imaginé, &

qu'il a appellé *Manometre*; c'eſt-à-dire, Meſure de la rarefaction. Voici les principes ſur leſquels il eſt conſtruit.

Que l'on conçoive un tuyau de verre recourbé par enbas qui ait ſes deux branches de telle longueur qu'on voudra, & toutes deux ouvertes; ſi l'on verſe par l'autre quelque liqueur qui ne faſſe que remplir la partie inferieure des deux branches, il eſt viſible qu'elle ſe mettra de niveau. Si enſuite on ſcele hermetiquement une des deux branches, l'air qui y demeurera enfermé ſera préciſément au même degré de rarefaction que l'air exterieur du lieu où cette operation a été faite.

Maintenant, ſi l'on ſuppoſe que dans ce même lieu le poids de l'Atmoſphere vienne à augmenter, l'air qui peſe ſur la branche ouverte devenu plus fort que celui qui eſt enfermé dans la branche ſcellée, fera baiſſer la liqueur dans la branche ouverte, la fera monter dans l'autre, & par conſequent on condenſera l'air, mais il ne le mettra pas au même degré de condenſation où il eſt lui-même, car l'air exterieur porte ſeul tout le poids de l'Atmoſphere, & l'air enfermé ne le porte qu'avec le ſecours, pour ainſi dire, de la quantité de liqueur qui eſt montée dans ſa branche au-deſſus du niveau. Il s'en faut donc le poids de cette quantité de liqueur que l'air enfermé ne ſoit auſſi condenſé que l'air exterieur; ſans cela l'un auroit marqué préciſément le changement arrivé à l'autre.

Pour remedier à cette difference, ou plûtôt pour la prévenir, il ne faut qu'imaginer que la branche ſcellée, n'eſt plus droite ni verticale, mais repliée en zic-zac. La liqueur y paſſera toujours par la même cauſe qui l'y faiſoit paſſer, mais elle ne montera preſque pas à cauſe de l'obliquité des parties ou plis du zic-zac, & ces plis peuvent être ſi obliques, & d'ailleurs ſi ſerrez les uns contre les autres, qu'en quelque quantité que la liqueur vienne, elle ne s'élevera que d'une hauteur inſenſible, & qui pourra n'être contée pour rien. Or ce n'étoit que par ſa hauteur verticale que la liqueur aidoit à l'air enfermé à porter le poids de l'Atmoſphere; par conſequent

l'air enfermé étant alors ſeul à porter ce poids, il ſera au même degré de condenſation que l'air exterieur, & repréſentera le changement qui lui eſt arrivé. Il eſt bon de remarquer qu'afin que l'air enfermé ſoit au même degré de condenſation que l'air exterieur, il faut qu'il ſoit plus condenſé qu'il ne l'étoit dans le cas de la branche droite, & par conſequent que dans le cas de la branche en zic-zac, il y doit paſſer une plus grande quantité de liqueur qui réduiſe en un moindre eſpace l'air enfermé. En effet, il eſt viſible qu'avec une même augmentation de force, l'air exterieur doit faire paſſer plus de liqueur dans la branche ſcellée, quand cette liqueur ne s'éleve plus, & par conſequent n'agit plus contre lui par ſon poids.

On ne doit point avoir de ſcrupule ſur cette élevation inſenſible qui eſt negligée. Il faut 32 ou 33 pieds d'eau pour contrebalancer le poids de l'Atmoſphere, & ſur ce pied-là dans un zic-zac qui auroit un pouce de hauteur, l'eau élevée à la plus grande hauteur poſſible n'égaleroit qu'à peu près la 400me partie du poids de l'Atmoſphere, & on ne negligeroit que cette 400me partie, quand on negligeroit le plus qui ſe puiſſe negliger, ce qui arrive très-rarement. D'ailleurs, comme on employe ordinairement l'Eſprit de vin qui eſt beaucoup plus leger que l'eau, l'erreur ſera encore moindre.

Le tuyau étant tel qu'il étoit d'abord, ſi au lieu qu'on a ſuppoſé que le poids de l'Atmoſphere étoit venu à augmenter, on ſuppoſe préſentement qu'il ſoit diminué, l'air enfermé plus fort que l'air exterieur fera deſcendre la liqueur dans ſa branche & la fera monter dans l'autre, & par conſequent ſe rarefiera auſſi-bien que l'air exterieur, mais non pas autant; car outre la colonne de l'Atmoſphere qui eſt le ſeul poids que l'air exterieur porte, l'air enfermé aura encore à ſoutenir le poids de la quantité de liqueur montée au-deſſus du niveau dans la branche ouverte. L'air enfermé ſera donc d'autant plus éloigné du degré de rarefaction de l'air exterieur, que cette hauteur de la liqueur ſera plus grande, & par conſequent on

ramenera ces deux airs au même degré de rarefaction, si l'on peut faire que cette hauteur devienne nulle, ou du moins insensible. Or c'est ce qui est très aisé; il faut seulement que la branche ouverte devienne une grosse boule, dans laquelle une grande quantité de liqueur pourra passer, presque sans s'élever.

On voit assez qu'il est indifferent pour cet effet que l'autre branche soit droite ou repliée en zic-zac, & par consequent voilà la figure du tuyau de M. Varignon déterminée quant aux variations de la rarefaction de l'air causées par le poids de l'Atmosphere. La branche fermée sera en zic-zac & de la moindre hauteur possible, la branche ouverte se terminera en une grosse boule.

Il ne faut plus qu'appliquer de semblables raisonnements aux variations de la rarefaction de l'air causées par l'inegalité de la chaleur. Supposons encore le tuyau à deux branches droites. Si l'air enfermé se rarefie par l'augmentation de la chaleur, il prend cette nouvelle extension en s'appuyant sur le bout fermé du tuyau, & par consequent il fait descendre dans cette branche & monter dans l'autre la liqueur qui auparavant étoit de niveau. Il est encore à remarquer que cette liqueur, se rarefiant aussi par la chaleur, se rarefiera toûjours & beaucoup moins, & moins promptement que l'air, quelle qu'elle puisse être, que d'ailleurs elle ne prendra sa nouvelle extension que du côté de la branche ouverte, parce qu'elle trouvera de ce côté-là moins de résistance, & que par consequent l'air enfermé se rarefiera autant que l'augmentation de la chaleur le demandera; c'est-à-dire, autant que l'air exterieur. Mais la liqueur montée au-dessus du niveau dans la branche ouverte seroit un nouveau poids que l'air enfermé auroit à soutenir outre celui de l'Atmosphere, & qui le recondenseroit jusqu'à un certain point. Il faut donc que la branche ouverte devienne une grosse boule, moyennant quoi l'air enfermé & l'air exterieur sont au même degré de rarefaction. De même, si l'air enfermé se condense par la diminution de la chaleur, il ne peut à

cause du bout fermé du tuyau se resserrer, & se retirer, pour ainsi dire, que de bas en haut. Au contraire, l'air exterieur qui se condense aussi en même temps se resserre de haut en bas, parce qu'il s'appuye sur la terre, & par consequent la liqueur qui étoit de niveau descend dans la branche ouverte, & monte dans l'autre. Mais sa hauteur au dessus du niveau dans la branche scellée aideroit à l'air enfermé à soutenir le poids de l'Atmosphere, & il seroit un peu moins condensé que l'air exterieur. Il faut donc pour l'amener au même degré de condensation que la branche scellée soit en zic-zac.

Les deux causes differentes de la variation des rarefactions de l'air, s'accordent donc à demander la même figure dans le Manometre. En vertu de cette figure, l'air qu'on y aura enfermé dans le temps de sa construction sera toûjours rarefié ou condensé au même degré que celui du lieu où il sera, & les differens espaces qu'on verra occuper à l'air du Manometre seront la mesure de tous les changements qui arriveront à la rarefaction de cet air exterieur. Il est évident que l'espace qu'occupoit l'air du Manometre au temps de sa construction a dû être marqué sur l'Instrument, & que c'est à ce premier espace que l'on doit ensuite comparer tous les autres.

Si ce même Manometre est transporté dans un autre lieu que celui où il a été construit, il marquera de combien l'air du second lieu sera plus ou moins rarefié que l'air du premier, lorsqu'il y étoit.

Mais si l'on veut comparer les differents degrez de rarefaction où est en même temps l'air de differents lieux, il faut qu'il y ait un Manometre dans chacun, & que les deux Manometres ayent été construits dans l'un de ces deux lieux. Il seroit plus commode qu'ils l'eussent été aussi en même temps, mais il n'y a pas de necessité, parce que deux Manometres étant construits dans un même lieu en differents temps, il sera aisé de trouver le rapport des deux differents états de l'air. Ce moyen que le Manometre de M. Varignon fournit de comparer l'air de diffe-

rents lieux dans un même temps, eſt la plus utile conſequence de ſa découverte. Si on veut repeter à Paris, par exemple, certaines experiences délicates qui auront été faites à Londres, & qui auront rapport à la rarefaction de l'air, il ſera fort avantageux de ſçavoir quel ſera dans le temps des experiences le rapport des denſitez de l'air de ces deux Villes. Sans cela, on auroit peut-être été fort étonné de voir que ce qui auroit réuſſi à Londres ne réuſſiroit pas à Paris, & avec cette connoiſſance, on pourra ſuppléer à la difference de la denſité d'air.

Sans avoir à Paris & à Londres deux Manometres, qui ayent été conſtruits tous deux à Paris, par exemple, on peut arriver à la même connoiſſance avec deux Manometres dont l'un aura été conſtruit à Paris, l'autre à Londres, pourveu ſeulement que l'on tranſporte l'un des deux dans l'autre lieu. Monſieur de Varignon donne le calcul qu'il faut faire en ce cas-là, mais parce que ce tranſport n'eſt guere praticable, nous renvoyons cela au Memoire de l'Auteur, comme une curioſité, & un exemple d'un calcul aſſez fin. Nous y renvoyons auſſi quelques obſervations & quelques délicateſſes qui regardent la conſtruction de l'Inſtrument.

SUR LES DIFFERENTES

HAUTEURS DE LA SEINE EN DIFFERENTS TEMPS.

TOUT eſt à obſerver, & l'obſcurité de la Phiſique ne vient peut-être pas plus de ce que les cauſes ſont cachées, que de ce que les effets même ſont encore inconnus. M. Amontons avoit commencé à faire obſerver les hauteurs de la Seine en differents temps par un de ſes amis, à qui la ſituation de ſa maiſon en donnoit la commodité. Cet ami, obſervateur exact & habile, avoit pris

pris un point fixe ſur le Maſſif du Pont-Neuf qui porte la Statuë équeſtre de Henry IV. De-là, il contoit jour par jour les élevations ou les abaiſſement de la Seine ſur une graduation immobile qu'il y avoit poſée, & qu'il voyoit avec une Lunette. M. Amontons ayant le Journal de ces obſervations depuis le 14. Septembre 1703. juſqu'au dernier Decembre 1704, les réduiſit de la maniere ſuivante.

Il partagea tout en élevations & en deſcentes de l'eau, marquant d'abord, par exemple, combien de jours l'eau s'étoit élevée depuis le commencement des obſervations, & de combien elle s'étoit élevée ; enſuite combien de jours elle avoit baiſſé, & de combien ; après cela combien de jours elle avoit recommencé à monter, & toûjours ainſi de ſuite.

Par le ſimple Journal des obſervations on voyoit en quel temps de l'année l'eau avoit été la plus haute, ou la plus baſſe, de combien elle l'avoit été une année plus que l'autre, &c. & par ce partage des obſervations en élevations & en deſcentes de l'eau, on voyoit le nombre des élevations & des deſcentes de chaque année, leur durée, leur grandeur, & tous leurs rapports ſelon ces differens égards.

Par exemple, M. Amontons trouvoit que depuis le 14. Septembre 1703. juſqu'au 10. Fevrier 1704. il y avoit eu 8 élevations qui toutes enſemble faiſoient 223 pouces, & avoient duré 77 jours, que depuis le 10. Fevrier 1704. juſqu'au 18. Septembre ſuivant il y avoit eu 8 autres élevations qui n'avoient fait que 163 pouces, & avoient duré 70 jours, d'où il concluoit que les pluyes qui contribuent à groſſir la Seine avoient été beaucoup plus précipitées & s'étoient ſuivies de plus près depuis l'Equinoxe d'Autonne 1703. juſqu'à celui du Printemps 1704. que depuis ce dernier Equinoxe juſqu'à celui d'Autonne ſuivant, puiſque la ſomme des premieres élevations étoit preſque double de celles des autres, & que cependant les temps étoient preſque égaux.

Pour les differentes deſcentes de l'eau dans ces mêmes temps, il ſe trouvoit que leur grandeur ou quantité

avoit plus de proportion avec leur durée, d'où l'on peut conclure que les eaux ne baiſſant pas auſſi promptement qu'elles montent, il eſt vrai-ſemblable que les Rivieres dans le temps qu'elles ſont groſſes, pouſſent dans la terre des eaux qui leur reviennent enſuite, & ſervent à les entretenir.

Nous ne donnons ici ces penſées que comme un échantillon des conſequences qu'on pourroit tirer d'un nombre ſuffiſant d'obſervations exactes ſur la hauteur des Rivieres en differents temps. Nous eſperons que ceux qui ſeront à portée de les faire, & qui auront du goût pour l'avancement de la Phiſique, ſeront invitez par là à s'en donner la peine.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHISIQUE GENERALE.

I.

LEs matieres qu'on expoſe au Miroir ardent du Palais Royal, ne peuvent être miſes que dans un gros charbon creuſé, parce que tout autre vaiſſeau ou ſe fondroit ou ſe caſſeroit à un ſi grand feu. Mais M. Homberg a obſervé qu'il faut que ce charbon ſoit de bois vert, & non pas de bois ſec. Celui-ci eſt tout crevaſſé, à cauſe que quand on l'a fait, la flame a paſſé au travers du bois trop rapidement, & en trop grande quantité, & par conſequent il eſt peu propre à contenir des matieres en fuſion & que l'on veut conſerver.

II.

Le Pere Laval Jeſuite qui eſt à Marſeille, & Mrs. de Plantade & Clapiés qui ſont à Montpellier, envoyerent à M. Caſſini, avec diverſes Obſervations Aſtronomiques, la relation d'un Phenomene lumineux qui avoit été veu le 26. Dec. 1704. à $5^h. 30'$ du ſoir à Marſeille, & à $5^h \frac{1}{4}$ à Montpellier. On ne pouvoit douter par les circonſtances

des deux relations que ce ne fut le même. A Marseille où il fut mieux observé, le Pere Laval vit une Poutre fort lumineuse, poussée de l'Est à l'Ouest assez lentement. Le vent étoit à l'Est. Elle partit d'auprès de Venus, au moins à en juger par la vûë, & alla jusqu'à la Mer où elle se plongea, tout au plus à deux lieuës au large. On avoit veu auparavant à Marseille, ou aux environs, deux Poutres semblables, & ayant le même mouvement. A Montpellier, on vit à l'heure marqée un globe de feu tomber à quelque distance de la Ville. L'air étoit alors for serain, & fort calme, & une couleur jaune très-foible teignoit tout le Couchant à la hauteur de plus de 10 degrez.

III.

M. Lémery a appris de M. Delisle Maître Apoticaire à Angers, que les meilleurs vins d'Anjou faits en 1704. avoient eu quinze jours ou un mois après avoir été vendangez, une odeur de corne brûlee, qui n'avoit fait qu'augmenter avec le temps. Ils en retenoient toûjours beaucoup, quoiqu'on les changeât de tonneau.

IV.

Le même M. Delisle a trouvé en Anjou dans une carriere peu profonde, fort éloignée des Rivieres & des Etangs, de ces prétenduës Langues de Serpent petrifiées que l'on trouve à Malte, & qui sont en effet des dents du poisson Carcharias petrifiées.

Il a trouvé aussi dans une carriere dont la pierre est fort tendre & se durcit ensuite à l'air, une infinité de petites figures de Coquille, qui dans quelques endroits n'avoient que les premiers traits, & n'étoient que comme des Embrions, dans d'autres étoient plus formées, & dans d'autres parfaites.

On peut rejoindre à ces observations ce qui a été dit sur la même matiere dans l'Hist. de 1703.* * p. 22. & suiv.

V.

M. Dodart ayant reçû de M. Lippi, Licentié en Medecine de la Faculté de Paris, qui fait le voyage d'Ethiopie avec M. du Roule Envoyé du Roy, une lettre dattée de Siout dans la haute Egypte, du 5. Septemb. 1704. & qui contenoit un fait ſingulier, en fit part à la Compagnie. M. Lippi trouva ſur les Montagnes de Siout à l'entrée d'une vaſte caverne un corps veritablement pierre, de figure irréguliere, mais tout poreux, qu'il eut la curioſité d'ouvrir. Il fut fort ſurpris de le voir tout partagé en cellules ovales de 3 lignes de larges, & de 4. lignes de long, poſées en tout ſens les unes à l'égard des autres, ne communiquant nullement enſemble, tapiſſées toutes en dedans d'une membrane fort délicate, &, ce qui eſt le plus merveilleux, renfermant chacune ou un Ver, ou une Feve, ou une Mouche parfaitement ſemblable à une Abeille. Les Vers étoient fort durs & fort ſolides, & pouvoient paſſer pour petrifiez; ni les Feves ni les Mouches ne l'étoient, mais ſeulement deſſechées, & bien conſervées comme d'anciennes Momies. Souvent les Mouches avoient ſous elles de petits grains ovales, qui paroiſſoient des Oeufs. Il y avoit au fond de quantité de cellules un ſuc épaiſſi, noirâtre, très-dur, qui paroiſſoit rouge à contre-jour, fort doux, qui rendoit la ſalive jaune, & s'enflamoit comme une reſine. C'étoit en un mot de veritable Miel. Qui ſe fût attendu à trouver du Miel dans le ſein d'une Pierre?

M. Lippi conçût que c'étoit-là une Ruche naturelle, qui avoit été d'abord formée d'une terre peu liée, legere, ſablonneuſe, & qui enſuite s'étoit petrifiée par quelque accident particulier. Les animaux qui l'habitoient avoient été ſurpris par la petrification, & comme fixez dans l'état où ils ſe trouvoient alors. Leur mucoſité deſſechée avoit formé la membrane qui tapiſſoit les cellules. Dans le temps que la Ruche étoit encore molle, les Vers & les Mouches en ſortoient pour chercher leur nourriture, & les Mouches y faiſoient leur miel.

En cherchant dans ce même lieu de nouveaux éclairciſſements ſur ce fait, M. Lippi trouva en pluſieurs endroits des commencements d'une pareille Ruche. C'en étoit comme la premiere couche, formée de quantité de petites cellules qui la plûpart étoient ouvertes, & contenoient l'Animal ſoit en Ver, ſoit en Feve, ſoit en Mouche, mais deſſeché & très-dur, auſſi-bien que ces Ruches commencées. De plus, ſur une de ces premieres couches, il en vit une ſeconde compoſée par un amas de petites boſſes d'environ 5 lignes de hauteur, & d'un pouce de diametre à leur baſe. Elles étoient grumeleuſes, faciles à reduire en poudre, & reſſembloient aſſez en petit à celles que font les Taupes en remuant la terre. M. Lippi les ouvroit en les frappant aſſez legerement, & il y trouvoit toujours 2 ou 3 cellules ovales, remplies d'un Ver jaune, & plein de ſuc, qui les occupoit entieres.

Il eſt aiſé de concevoir que ſur une premiere couche une fois formée, il s'en forme pluſieurs autres, qui font toute la Ruche. Mais comment ces couches ſe forment-elles? D'où vient la terre dont elles ſont faites? l'Animal l'apporte-t-il là? & comment l'apporte-t-il, & en ſi grande quantité? On ne le ſçait point encore. Le temps ſeul peut amener ces ſortes de connoiſſances.

VI.

M. Homberg a dit qu'en diſtillant de l'Eſprit de vin, les goutes qui tombent du bec de l'Alembic d'environ un pied & demi de haut ſur la liqueur déja diſtilée, y roulent comme des pois ſur une table, que plus elles tombent de haut mieux elles roulent, de ſorte que ſi elles ne tomboient que d'un pouce, cela n'arriveroit point, qu'elles roulent encore d'autant mieux qu'elles ſont plus chaudes, & qu'enfin ſi c'étoit de l'eau au lieu d'Eſprit de vin, l'experience ne réuſſiroit jamais. Il prétend que les liqueurs ſulphureuſes étant de toutes parts penetrées de la matiere de la lumiere, & en étant heriſſées dans toute leur ſuperficie, & cela d'autant plus qu'elles ſont plus chaudes, ou que par une plus longue chute elles en ont ramaſſé

une plus grande quantité dans l'air, cette matiere fait l'effet d'une infinité de petites pointes qui sortent en dehors, soutiennent les goutes de ces liqueurs, & les font rouler. Ce petit Sistême se rapporte à celui qu'on a veu du même M. Homberg sur la chaleur des vaisseaux dans l'Histoire de 1703.*.

* pag. 24. & 25.

VII.

Quelqu'un ayant demandé, si pour empêcher l'eau de se gâter dans les voyages de long cours, on ne la pourroit pas souffrer comme le vin, M. Homberg répondit que le vin ne se conservoit de cette maniere, que parce que les acides qu'il a naturellement n'étant pas en assez grande quantité par rapport aux autres principes, tous ses principes se desunissoient facilement par la fermentation que causoit la chaleur des climats par où l'on passoit, ou le simple mouvement du voyage, après quoi le vin n'étoit plus vin, & que le souffre lui donnoit de nouveaux acides, qui rendoient la dose de ce principe suffisante; mais que cela ne pouvoit avoir de lieu pour l'eau, qui ne se gâte que par quelques matieres étrangeres, qui y sont mêlées, & qui fermentent, ou que par des œufs de vers qui éclosent, soit que ces œufs fussent dans l'eau même, ou dans le bois des vaisseaux. Il faudroit pour ce dernier cas une matiere qui les empêchât d'éclorre sans gâter l'eau.

VIII.

A cette occasion, M. Homberg ajoûta qu'une personne de qualité en Provence, ne sçachant comment faire pour avoir du parquet, que les Vers ne lui mangeassent point en peu d'années, ainsi qu'il arrive en ce païs-là, il lui avoit conseillé de tremper son parquet dans de l'eau, où l'on auroit meslé du sublimé corrosif, ce qui avoit très-bien réüssi.

IX.

M. de Plantade écrivit à M. Cassini une relation de l'excessive chaleur que l'on avoit sentie cet Eté à Mont-

pellier, sur tout le 30. Juillet. Il n'y avoit point de memoire de rien d'approchant. L'air fut ce jour-là presque aussi brûlant que celui qui sort des fours d'une Verrerie, & on ne trouva point d'autre azile que les caves. En plusieurs endroits on fit cuire des œufs au Soleil. Les Thermometres de M. Hubin casserent par la liqueur qui monta jusqu'au haut. Un Thermometre de M. Amontons, qu'avoit M. de Plantade, quoiqu'il fût dans un lieu où l'air n'entroit pas librement, monta fort près du degré où le suif doit se fondre. La plus grande partie des Vignes furent brûlées en ce seul jour, ce qui n'étoit jamis arrivé en ce païs-là. Mrs. les Astronomes de Montpellier remarquerent que durant cet Eté si ardent les Pendules avancerent beaucoup.

A Paris le 6. Aoust fut beaucoup plus chaud que le 30. Juillet. Un Thermometre de M. Hubin, dont M. Cassini se servoit depuis 36 ans cassa sur les deux heures, desorte qu'il est certain que depuis 36 ans pour le moins, il n'avoit fait un si grand chaud à Paris.

X.

Qui ne croiroit que dans les grandes chaleur de ce même Eté, le Miroir ardent du Palais Royal auroit dû faire de plus grands effets qu'en tout autre temps? C'est tout le contraire, & certainement on ne l'eût deviné par aucun Sistême. M. Homberg a veu que les rayons du Soleil réünis par le Miroir, n'avoient presque aucune force, tandis que les seuls rayons directs embrasoient l'air. La raison qu'il imagine d'un Phenomene si surprenant, c'est que la grande chaleur éleve de la terre une infinité d'exhalaisons sulphureuses, & que ces matieres, par l'homogeneïté qu'elles ont, selon le Sistême de M. Homberg, avec celle de la lumiere, embarassent, arrêtent, & en quelque sorte absorbent les rayons, soit qu'elles en interceptent absolument une partie, & les empêchent de tomber sur le Miroir, soit qu'elles fassent à leur égard le même effet qu'un fourreau à l'égard d'une épée, & qu'elles leur ôtent

par-là leur extrême ſubtilité, neceſſaire pour inciſer promptement les corps durs. Cette conjecture eſt confirmée par une experience qu'a faite M. Homberg. Il a mis entre le Miroir & le foyer un Rechaut plein de charbon allumé, de ſorte que les rayons qui alloient au foyer traverſoient la vapeur de ce charbon, & il a veu que le Miroir en étoit conſiderablement affoibli. Voilà l'image de ce qui ſe paſſe dans les grandes chaleurs, ou plûtôt, la choſe même en petit. Auſſi M. Homberg a-t-il toûjours obſervé, même dans les chaleurs mediocres & ordinaires, que quand le Soleil a été découvert pluſieurs jours de ſuite, l'effet du Miroir n'eſt pas ſi grand, que quand le Soleil vient à ſe découvrir immédiatemeut après une grande pluye. C'eſt que cette pluye a précipité les matieres ſulphureuſes, & nettoyé l'air. Le tremblement de la lumiere qu'on a toujours obſervé par les grandes Lunettes, & qui dans de fort grands Gnomons rend le terme de l'ombre incertain, s'explique fort naturellement, par le Siſtême de M. Homberg, & en eſt une nouvelle preuve.

Sur cela on peut faire reflexion que le Miroir ardent qui eſt un nouveau fourneau pour les Chimiſtes, infiniment ſuperieur aux fourneaux anciens & ordinaires, a cette incommodité qu'on ne le peut employer que rarement, du moins dans toute ſa force. Il faut que ce ſoit en Eté, depuis 9 heures juſqu'à 3, il faut que le Soleil ſoit découvert, & qu'il ne paſſe aucuns nuages pendant tout le temps des operations, il faut des jours mediocrement chauds, & qui n'ayent pas été precedez de pluſieurs jours de ſechereſſe. Il y a telle année où à peine ſe trouve-t-il huit jours bien conditionnez.

V. les M. p. 1. & 5.

NOus renvoyons aux Memoires le Journal des obſervations de M. de la Hire, auſquelles il compara celles que M. le Baron de Pontbriand a faites de la quantité d'eau de pluye tombée dans ſon Château de Pontbriand

briand en Bretagne, & qui furent communiquées à l'Academie par M. du Torar.

Des Experiences communiquées par M. Carré ſur la Refraction des balles de Mouſquet dans l'eau. V. les M. p. 211.

Des obſervations de Monſieur de la Hire le fils ſur le Barometre. V. les M. p. 226.

Une Experience du même ſur la chaleur des rayons de la Lune. V. les M. p. 346.

Monſieur le Marquis de Bonnac, Envoyé Extraordinaire de France auprès du Roy de Suede, ayant veu dans une Terre que M. Grata, General des Poſtes de Pruſſe, a près de Dantzic, de l'Ambre jaune foſſile de même nature que celui qui ſe trouve ſur le bord de la Mer ; il commença à faire plus d'attention à ce Mixte qu'il n'en avoit encore fait, & à douter qu'il ſe formât de l'écume de la Mer comme on le croit communément. M. le Cardinal Primat de Pologne avec qui il étoit, eut la même curioſité, & lui dit qu'il ſeroit bon de ſçavoir ſur cela le ſentiment de l'Academie des Sciences. M. de Bonnac écrivit à Paris, & auſſi-tôt l'Academie ſongea à raſſembler toutes les connoiſſances qu'elle pouvoit avoir ſur cette matiere. Après qu'elle eut fait ce qui étoit en ſon pouvoir, elle en envoya le réſultat à M. le Marquis de Bonnac dans le Memoire ſuivant.

MEMOIRE

SUR L'AMBRE JAUNE.

Comme l'Ambre jaune le plus beau vient des deux Pruſſes, & qu'il en vient en plus grande quantité que d'aucun autre Païs, l'Academie Royale des Sciences eſt moins inſtruite ſur ce ſujet, que ne peuvent l'être ceux qui lui font l'honneur de la conſulter. Cependant elle dira ce qu'elle en ſçait par elle-même, & y ajoûtera ſes réflexions. Elle n'ira point chercher dans les Auteurs

ce qu'ils en ont écrit, persuadée que ces Auteurs sont connus, & que ce n'est pas une compilation qu'on lui demande.

Mrs. Cassini & Maraldi étant allez en 1700. dans les Provinces Meridionales de la France pour y travailler à la prolongation de la Meridienne de Paris, ils trouverent des Mines de Jais ou Jayet, & une espece d'Ambre jaune dans une Montagne de Languedoc, appellée Bugarach, qui est éloignée de la Mer de 27600 Toises, & en est separée par quantité d'autres Montagnes fort élevées. Quelques-uns croyent que le Jais est aussi-bien que l'Ambre jaune une espece de Succin. Les Habitans de Bugarach se servent de leur Ambre jaune pour brûler dans leurs Lampes. Il ressemble assez à une Resine, & n'a pas la même dureté que celui de Prusse. Près des Mines de Bugarach il y a des sources d'eau salée qui forment une petite Riviere.

*Dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1700. il est dit, page 10. qu'*il se trouve de l'Ambre jaune dans les fentes des Rochers de Provence les plus dépouillez & les plus steriles, *ce qui est encore confirmé dans l'Histoire de 1703. page 17.*

On est assuré par des Relations très-dignes de foy, qu'il s'en trouve encore en Sicile, sur le bord de la Mer, le long des côtes d'Agrigento, de Catanea, de Leocata, dans l'Isle de Corse, & même à Boulogne en Italie, vers Ancone, & dans l'Ombrie, en pleine terre, & loin de la Mer.

Cela joint à ce que mande M. le Marquis de Bonnac qu'il a vû lui-même tirer d'une Terre de M. Grata, separée de la Mer par de grands Bois & par de grandes hauteurs, de l'Ambre tout semblable à celui qu'on trouve au bord de la Mer, semble décider que cette matiere est toûjours produite par la Terre.

De plus, on voit de petits Animaux enfermez dans le Succin, & ce sont toûjours des Animaux terrestres, comme des Mouches, des Fourmis, &c.

Cependant pour une plus grande sûreté il seroit bon d'examiner si les Succins terrestres ont tous le caractere & la perfection du Succin qui se trouve au bord de la Mer, car il ne seroit pas impossible que la Mer achevât par son sel de travailler cette matiere, & lui donnât comme un dernier degré de coction.

Supposé que le Succin soit toûjours produit par la Terre, du

moins quant à sa premiere formation, il reste à sçavoir s'il est vegetal ou mineral.

On n'a jamais entendu dire, que dans la Prusse il y ait aucuns arbres qui distillent le Succin en forme de Resine, ni aucune matiere approchante, cependant il paroit plus naturel que les Fourmis & les Mouches qu'on y voit quelquefois, & qui marquent certainement qu'il a été liquide, ayent été envelopez par une resine qui aura coulé d'un arbre, que par un mineral qui se sera formé dans la terre. Il faut pour sauver cette difficulté supposer que ce Succin ait coulé de quelques Rochers comme une Huile de Petrole, ou du moins que celui où l'on trouve de ces petits Animaux ait été quelque temps liquide sur la surface de la terre.

Soit qu'on croye le Succin vegetal ou mineral, personne n'a jamais dit qu'il l'ait veu liquide, ou seulement mollasse. Cependant il a dû l'être, & même exposé à la vûë dans le temps où il a enveloppé les Animaux qu'on y trouve.

L'Analyse de ce Mixte qui a été faite par les Chimistes de l'Academie ne détermine pas entierement de quel genre il est. On y a toûjours trouvé une très-petite quantité de liqueur aqueuse qui avoit l'odeur du Succin froté, beaucoup de sel volatil acide, & beaucoup d'huile en partie blanche comme de l'eau, en partie rousse, & en partie fort noire, selon les degrez de feu qu'on avoit donnez à la distillation. Il y reste une tête morte, legere, spongieuse, noire & luisante, qui ayant été calcinée au feu nu, s'en va presque en fumée, & dont on n'a pû tirer de sel fixe.

La seule difference des Analyses des differens Succins, est que les plus transparents ou les plus blancs ont donné plus d'huile & de sel volatil & moins de tête morte que ceux qui étoient plus sales ou plus noirs. Ceux-ci n'ont jamais donné de sel fixe, quoiqu'ils donnassent plus de tête morte.

L'Huile du Succin, a une odeur d'huile bitumineuse, ce qui sembleroit marquer que le Succin est un Bitume, mais il y a certaines resines dont l'huile distillée a la même odeur.

Il y en a aussi, comme le Benioin, qui donnent un sel volatil acide.

Mais on n'en connoît point qui donnent en même temps & un sel volatil acide, & une huile qui ait une odeur bitumineuse.

Ainsi l'Academie a plus de penchant à croire que le Succin est un Bitume, & par consequent un mineral.

Il est aisé de voir combien l'Academie auroit encore de connoissances à desirer, pour oser faire une détermination plus précieuse sur tout ce qui regarde le Succin. Il seroit bon de sçavoir :

1°. *Si dans le voisinage des endroits d'où se tire le Succin, il n'y a pas quelqu'eau salée où vitriolique.*

2°. *S'il se trouve ordinairement envelopé ou mêlé de quelque terre, où substance particuliere.*

3°. *S'il y a quelques marques pour reconnoître dans la terre les endroits où il y a du Succin.*

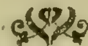
4°. *Si le Succin fossile ne differe en rien de celui qui se trouve sur le bord de la Mer.*

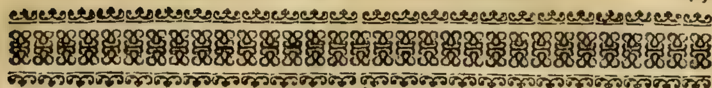
5°. *Si l'on en tire de blanc de la terre, aussi-bien que du jaune, & si ce n'est point l'air ou la chaleur du Soleil qui change le jaune en blanc.*

6°. *Si dans les mêmes endroits d'où se tire le jaune, on y en trouve aussi de noir.*

7°. *S'il est bien certain, comme le disent Philippes-Jacques Hartmann dans son Histoire du Succin de Prusse, & Bartholin sur celui de Dannemarc, qu'il se trouve sous une espece de Terre foliée & semblable à des écorces d'arbres, & qu'il y soit accompagné d'une espece de bois fossile, où l'on ne distingue cependant ni moëlle, ni fibres, ni nœuds, ni boutons.*

Tous ces faits bien averez donneroient de grandes lumieres sur la nature du Succin, & si M. le Cardinal Primat vouloit bien employer quelqu'habile Homme à ces recherches, ce seroit à Son Eminence que l'Academie auroit l'obligation de ses connoissances les plus sûres en cette matiere.





ANATOMIE.

SUR LA STRUCTURE DES REINS.

C'EST le plus ſouvent au Maladies, & principalement aux Maladies d'obſtruction qui dilatent les parties, que l'on doit la connoiſſance de leur ſtructure, toûjours fort délicate & fort compliquée. Les plus grandes obſtructions ſont les plus favorables à la curioſité des Anatomiſtes; déja M. Littre avoit découvert par-là quelques particularitez remarquables de la ſtructure des Reins, ainſi qu'on l'a veu dans l'Hiſt. de 1702. * mais depuis ce temps-là une occaſion plus heureuſe lui a fait voir encore plus à nud l'artifice de cette ſtructure. Nous en donnerons ici le deſſein, tel qu'il a paru à M. Littre dans ſon Obſervation.

V. les M. p. 111.

* pag. 26. & 27.

Un Rein reſſemble à une grappe de raiſin. Il eſt tout compoſé de Veſicules membraneuſes, fort petites, fort ſerrées les unes contre les autres, attachées enſemble par des rameaux d'arteres, de veines, & de nerfs, qui ſe diviſent & ſe ſubdiviſent encore preſque à l'infini ſur leur ſuperficie, deſorte qu'ils l'embraſſent toute entiere, & même communiquent entre eux en pluſieurs endroits. Chaque veſicule eſt compoſée de deux membranes, entre leſquelles ſont des fibres charnuës diſpoſées en reſeau, dont les intervalles ſont occupez par de petits ſacs rouges, pleins de ſang. De chacun de ſes ſacs ſort un petit conduit, & quatre ou cinq de ces conduits ſe joignant enſemble vers leur fin en forment un commun, qui ſe décharge dans une veſicule par un trou dont ſa membrane

interieure eſt percée. Il y a pluſieurs trous ſemblables dans chaque veſicule.

Il eſt plus que vrai-ſemblable que le ſang de l'Artere Emulgente diſtribué dans tous les petits rameaux qui ſe répandent ſur la membrane exterieure d'une Veſicule, & par ce moyen déja fort diviſé, &, pour ainſi dire, atténué, entre dans les petits ſacs, à qui il donne leur couleur rouge, que là il ſe filtre, & ſe ſépare d'avec la ſeroſité qui fait l'Urine, que cette filtration eſt aidée par les contractions & les gonflements des fibres charnues qui enferment les petits ſacs, qu'après la filtration la partie du ſang qui demeure ſang eſt repriſe par les rameaux capillaires des veines, que la ſeroſité ſeparée entre par les conduits excretoires dans les veſicules, premiers receptacles de l'Urine.

De chaque veſicule part un conduit plus gros que ceux dont on a parlé juſqu'ici, & qui va du côté du Baſſinet. Pluſieurs conduits qui viennent des veſicules voiſines ſe joignent en chemin, & forment un conduit commun qui aboutit dans le Baſſinet, où ſe rend par conſequent l'Urine de toutes les veſicules. Après cela, tout le reſte eſt viſible, & connu.

Quelques gonflez que fuſſent les Reins ſur leſquels M. Littre a fait ſes Obſervations, il n'a pû découvrir qu'avec le Microſcope le plus grand nombre des particularitez que nous venons de remarquer.

On peut legitimement croire que les autres parties du Corps deſtinées à des filtrations ſont à peu près diſpoſées ſelon la même mechanique. La Nature eſt auſſi uniforme qu'ingenieuſe, & même d'autant plus ingenieuſe, qu'elle eſt plus uniforme.

SUR UNE MATRICE DOUBLE.

QUAND l'uniformité de la Nature ſemble ſe démentir, rien ne doit plus exciter l'attention des Philoſophes. M. Littre en diſſequant une petite fille morte à l'âge de deux mois, trouva qu'elle avoit le Vagin partagé par une eſpece de cloiſon en deux cavitez égales, l'une à droite, l'autre à gauche, de maniere cependant que la cloiſon n'étoit entiere, & ne formoit deux cavitez abſolument ſeparées que depuis le milieu du Vagin juſqu'à la Matrice. Chacune de ces deux cavitez aboutiſſoit à une Matrice particuliere qui avoit ſon orifice, ſon cou, ſon fond, le tout parfaitement ſeparé de la Matrice voiſine, mais parfaitement ſemblable en figure, en conſiſtance, en dimenſions. Les deux Matrices depuis le cou, juſqu'à une certaine profondeur, n'étoient que comme une ſeule partagée en deux par une cloiſon, mais leurs fonds étoient entierement diſtincts, & détachez l'un de l'autre. Chaque Matrice n'avoit qu'une Trompe & qu'un Ovaire, qu'un Ligament rond, & qu'un Ligament large. V. les M. p. 382.

Les diſpoſitions extraordinaires des parties internes, doivent faire naître dans la Medecine des cas impréveus, qui rompent toutes les meſures de l'art. Selon l'opinion commune aſſez confirmée par l'experience, la ſuperfetation eſt impoſſible ou du moins très-difficile. Il paroît que, comme l'a cru Hippocrate, après la conception, le cou de la Matrice ſe reſſere, & que ſon orifice ſe ferme de maniere à ne pouvoir plus laiſſer rien entrer. Enſuite ſe joint une autre cauſe; la ſemence ne peut plus aller de la Matrice dans les Ovaires par les Trompes, dont l'embouchure dans le fond de la Matrice eſt alors fermée par le Placenta du fœtus naiſſant, ou, ſi l'on veut, un Oeuf fecondé ne peut plus entrer dans la Matrice par une Trompe ainſi bouchée; car dans ces premiers temps

la Matrice étant encore fort petite & fort étroite, le fond en eſt aiſément occupé par le Placenta, toûjours d'autant plus grand à proportion, que le fœtus eſt plus petit. Enfin, le fœtus devenu plus grand abaiſſe par ſon poids le fond de la Matrice, qui ne répond plus à l'orifice interne, & par conſequent la ſemence entreroit vainement dans la Matrice, & elle ne peut plus prendre la route des Trompes qui ſe ſont trop abaiſſées avec le fond auquel elles ſont attachées. Toutes ces raiſons contraires à la ſuperfétation ſuppoſent, comme l'on voit, une Matrice unique, mais elles n'auroient pas eu également lieu pour la petite fille de deux mois, ſi elle eût vêcu. Peut-être la Dame dont on a parlé dans l'Hiſt. de 1702. * & qui paroît avoir eu une ſuperfetation veritable, étoit-elle dans le même cas.

* p. 30.

Il eſt très-utile de remarquer avec ſoin ces diſpoſitions ſingulieres de parties. Il y a des occaſions extraordinaires où toutes les regles ſont à bout, & alors on peut conjecturer que l'irrégularité tient à quelque ſtructure pareille, dont on connoît la poſſibilité, & ſe conduire par rapport à cette veuë. C'eſt par cette raiſon que M. Littre examine dans ſon Memoire les ſingularitez qui auroient pû arriver dans les accouchements de cette petite fille.

Si tous les Animaux ont été immédiatement formez par la main du Souverain Ouvrier, on ne peut guere s'empêcher de croire que tous ceux d'une même eſpece ont été formez entierement ſemblables, & que les configurations ou diſpoſitions extraordinaires de parties viennent de quelques accidents fortuits du développement des Oeufs, & les Monſtres, du mêlange de pluſieurs Oeufs, ainſi qu'il a été expliqué dans l'Hiſt. de 1702. * Mais comment cette Matrice double a-t-elle pû être l'effet d'un accident fortuit du développement? il eſt difficile de l'imaginer. Ces accidents peuvent détruire, déplacer, alterer quelques parties, mais non pas en produire de nouvelles. Seroit-ce que deux Oeufs femelles ſe ſeroient

* p. 28.

seroient attachez ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient peri, excepté sa Matrice, qui par consequent se seroit trouvée double dans le fœtus, résultant de ce mêlange? cette supposition paroît un peu forcée, & peut-être cependant n'y a-t-il rien de plus recevable.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN garçon âgé de 17 ans tomboit du haut mal, plusieurs fois toutes les semaines, depuis fort long-temps. Son temperament étoit pituiteux, son visage bouffi & plombé, son esprit stupide, & cependant très-prompt à s'irriter, ce qui est ordinaire à ces sortes de Malades. Son dernier accès fut de cinq jours, pendant lesquels il demeura sans mouvement, sans parole, sans aucun sentiment, & tous les remedes qu'on lui fit furent inutiles. Après sa mort M. Poupart lui scia le Crane. Il trouva sous les Teguments beaucoup de sang épais & noir. Après avoir levé la moitié du Crane, il vit sous la Dure-mere une pituite, blanche, épaisse, & plus solide que de la gelée. La Dure-mere étoit tellement gonflée, & confonduë avec cette pituite qui s'y étoit filtrée, qu'à peine l'en pouvoit-on démêler. Cette limphe endurcie entouroit toute la moitié de la partie superieure de la Dure-mere, qui sembloit n'être attachée au Crane que par cette espece de colle. La Dure-mere auroit été en assez bon état si sa surface n'avoit pas été legerement enduite d'une matiere gluante. La substance du Cerveau étoit fort belle, & même plus ferme qu'elle n'a coûtume d'être. On pourroit croire que la Dure-mere étant spongieuse suçoit, pour ainsi dire, les serositez du cerveau. Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans les ventricules.

L'excessive quantité de Limphe épaisse qui inondoit

ce cerveau, & en appesantissoit les mouvements, paroît une cause naturelle de l'Epilepsie, & on n'auroit pas besoin d'en chercher d'autre, si ce mal n'étoit accompagné que de stupidité d'esprit, & d'une profonde melancolie. Mais, selon la remarque de M. Poupart, il y a des Epileptiques qui rient, qui chantent, qui dansent, quelques-uns même, sur tout des femmes, qui tiennent des discours agréables, & plus ingenieux qu'il ne leur appartient. La limphe seule ne peut guere produire ces effets, mais peut-être aussi y a-t-il alors deux maladies compliquées, l'Epilepsie & la Folie.

M. Poupart connoît un Epileptique, qui lorsqu'il sent venir son mal, se frote le front avec la main, renverse tant qu'il peut sa tête en arriere en l'appuyant contre une muraille, & par ce moyen se garantit de la convulsion. Il est assez vrai-semblable que par-là il donne un penchant à la limphe, pour la faire couler hors de l'endroit qu'elle afflige.

II.

A cette occasion, M. Poupart ajoûta qu'il connoissoit une fille Epileptique, qui aux premieres approches de son mal, s'assied dans une chaise, y demeure immobile, sans parole, sans sentiment, les yeux ouverts, & ne se souvient nullement d'être tombée dans cet état après qu'elle en est revenuë. Si elle avoit commencé un discours que son accès ait interrompu, elle le reprend précisément au même endroit où elle l'avoit quitté, & elle croit avoir parlé tout de suite.

III.

Sur ce que quelqu'un avoit dit dans une Assemblée que la Dure-mere a un mouvement par lequel elle s'éleve & s'abaisse, M. Méry ayant nié la possibilité du fait, & soutenu que cette membrane est exactement collée à toute la superficie interieure du Crane, il apporta dans une Assemblée suivante le Crane d'un homme de 40 à 50 ans, tout fraîchement mort, dans lequel on vit effectivement la Dure-mere adherente en toute son étenduë.

I V.

M. du Verney le jeune ayant extirpé une tumeur carcinomateuse, grosse comme un œuf, qu'une fille de 24 ou 25 ans avoit à l'entrée du Vagina, il l'ouvrit, & au lieu de chairs ou de quelque autre substance de pareille nature, il ne trouva qu'une masse dure, blanchâtre, & qui ressembloit à un amas de tendons qu'on auroit batus, & comme colez ensemble. A l'endroit d'où cette tumeur avoit été enlevée, il ne paroissoit rien qui marquât qu'elle y eût jetté des racines.

V.

M. Poupart a parlé de deux gros Ligaments ronds, fort visibles, puisque dans les grandes personnes ils sont longs de plus d'un demi-pied, & dont cependant les Anatomistes n'ont point traité, apparemment parce qu'ils n'en ont pas connu les usages. Ils sont attachez par un bout sur la crête de l'Os des Iles, par l'autre bout sur la crête de l'Os Pubis, & le milieu porte à faux. Ils font la fonction d'os en cet endroit, car ils soutiennent les trois grands Muscles de l'Abdomen; c'est-à-dire, l'Oblique externe, l'Oblique interne, & le Transverse. Leurs fibres tendineuses à peu près paralleles entre-elles vont s'attacher à ces Ligaments. Ils sont situez immediatement au dessous des Aneaux.

La pensée de M. Poupart est qu'ils peuvent soutenir & rompre en partie l'impulsion que de grandes toux, des sauts violents &c. donnent aux Intestins, & par-là les empêcher de s'insinuer entre les Anneaux, & de former des Hernies. De plus, ces Ligaments tenant lieu d'Os, quelques Os que la Nature eût mis à leur place, le Ventre en auroit eu moins de liberté de s'étendre, sur tout dans les grossesses. Par ces raisons, M. Poupart appelle ces deux Ligamens *Suspenseurs de l'Abdomen*.

V I.

M. Lemery a rapporté sur la foi de M. Delisle, dont

nous avons déja parlé, qu'un jeune homme de 28. ans, sujet à des accès d'Epilepsie très-fâcheux, & très-frequents, avoit été gueri par de la Cervelle humaine qu'on lui avoit fait manger dans sa soupe pendant 10 ou 12 jours, sans qu'il le sçût.

VII.

Une femme de 38 ans, grosse de 7 mois, & pour la premiere fois, étant morte dans un mauvais travail, pendant lequel l'orifice interne de la Matrice ne s'étoit jamais dilaté au-delà d'une largeur d'une piece de 4 sous, M. Littre lui fit ouvrir promprement le ventre & la Matrice, afin de battiser l'enfant, & de lui sauver la vie, s'il étoit possible; mais il le trouva mort. Il chercha aussitôt la cause qui avoit empêché la dilatation de l'orifice interne, & il la découvrit sans peine. Il vit que le col de la Matrice étoit bouché dans son commencement par une substance glanduleuse, continuë au corps de la Matrice, & percée seulement de quelque petits trous, par où avoit dû s'écouler le sang des Regles, & par où étoit entrée la partie la plus spiritueuse de la semence pour la generation de l'Enfant.

Il trouva dans l'Ovaire droit un trou rond, large à recevoir le bout d'une soye de Porc, & bordé d'une substance fort semblable à celle qu'on voit dans les cicatrices. Ce trou se terminoit dans une cellule ronde, large & profonde de 3 lignes, où il y avoit du sang noir & caillé de la grosseur d'un poids. On peut croire que c'étoit de cette cellule, & par ce trou qu'étoit sorti l'œuf, & ce qui appuye encore cette conjecture, c'est que la trompe de ce côté-là étoit plus dilatée, & avoit ses tuniques plus minces que l'autre.

VIII.

M. Littre a parlé d'un Polipe, remarquable pour sa grandeur & pour son étenduë, qu'il a veu dans un garçon de 13 ans. Ce Polipe étoit contenu dans la cavité de l'oreillette droite du cœur, sans y être attaché par au-

cun endroit. Il avoit deux branches, chacune environ de 4 lignes de grosseur, l'une se portoit aux parties superieures, & se continuant par le tronc superieur de la Veine Cave, par les Souclavieres, & les Jugulaires, alloit jusques dans les Sinus lateraux de la Dure-mere, & jusque dans les Avant-bras par les Axillaires; l'autre descendoit par le tronc inferieur de la Veine-Cave, par les Iliaques, & les Crurales, jusqu'au milieu des Cuisses; toutes deux se divisoient presque en autant de rameaux que les Veines que nous venons de nommer.

IX.

Dans un Enfant de 9 jours, mort d'un Polipe, qui bouchoit l'embouchure du Ventricule droit, comme un bouchon de figure conique, M. Littre n'a trouvé nulle apparence de Vesicule du fiel, quoique le Foye fût d'ailleurs très-bien formé, ainsi que toutes les autres parties. Les deux Arteres qui doivent se distribuer à cette Vesicule, se distribuoient au Foye à l'endroit où elle auroit dû être. Le Canal Hepatique, beaucoup plus gros que de coûtume, se terminoit à l'ordinaire par un seul tronc dans l'Intestin Duodenum.

X.

M. Littre a veu un garçon de 20 ans, qui étoit devenu sur le champ muet & sourd, pour avoir été serré fortement à la gorge par un homme robuste, avec qui il s'étoit battu. Tous les remedes qu'on avoit pû imaginer avoient été inutiles. Les Muets ordinaires ne le sont par aucun vice des Organes de la parole, mais seulement parce qu'ils sont nez sourds; celui-là est muet parce que les Organes de la parole sont alterez & blessez; il n'est point muet parce qu'il est sourd, mais muet & sourd par la même cause.

XI.

Le P. Goüye a dit qu'un Homme de sa connoissance, à qui on avoit fait l'opération pour une fistule à l'Anus,

ayant après cela une demangeaiſon univerſelle à la peau, qui l'empêchoit même de dormir, s'étoit aviſé par une eſpece d'inſtinct de manger beaucoup de Laitue commune ſans aucun aprêt, ce qui l'avoit gueri au bout de quelques jours, & lui avoit rendu le ſommeil.

X I I.

Un Criminel jeune & fort, qui devoit être roué, voulant prévenir ſon jugement, prit ſa ſecouſſe de 15 pieds dans le cachot où il étoit enfermée, & la tête baiſſée, les mains derriere le dos, alla donner de la tête contre le mur oppoſé en courant de toute ſa force. Il tomba ſur la place roide mort, ſans proferer une parole, ni pouſſer un ſeul cri.

M. Littre appellé pour viſiter le Cadavre, commença par examiner la tête en dehors. Il fut ſurpris de n'y trouver aucune contuſion, tumeur, playe, ni fracture. Il coupa & ſepara enſuite tous les Teguments du Crane au ſommet de la tête, où le coup avoit été donné, ſelon le rapport de quelques autres Criminels du même cachot, qui avoient été temoins de l'action. Il examina ces Teguments par dedans, & n'y trouva pas plus d'alteration qu'en dehors. Il n'en remarqua même aucune aux Os du Crane, après les avoir découverts, ſinon que la partie écailleuſe de l'Os Temporal droit étoit écartée du Parietal d'environ un tiers de ligne, & cet écartement continuoit en quelques endroits juſqu'à deux lignes de profondeur, en d'autres juſqu'à une au plus. Il n'y avoit nulle apparence que ce fût-là une cauſe de mort, & encore moins d'une mort ſi prompte, & par conſequent il n'en paroiſſoit aucune juſque-là.

Il falut donc ſcier le Crane, & examiner le Cerveau. Mais l'étonnement de M. Littre augmenta, quand il y trouva tout dans un état naturel, &, pour ainſi dire, dans une parfaite ſanté. Seulement le Cerveau ne rempliſſoit pas à beaucoup près toute la capacité interieure du Crane, comme il fait ordinairement, & ſa ſubſtance auſſi-bien

que celle du Cervelet, & de la Moëlle allongée, étoit au toucher & à la vûë plus serrée & plus compacte que de coûtume. M. Littre s'assura encore plus de ce fait en remettant à leur place les parties du Cerveau coupées, & la calotte du Crane par dessus, ce qu'il fit très-aisément, au lieu qu'on ne le pourroit faire qu'avec beaucoup de difficulté dans d'autres Cadavres.

Voilà la seule chose à quoi l'on puisse rapporter la mort subite. Le cerveau s'étoit affaissé très-considerablement par la violente commotion du coup, & comme il a peu de ressort il n'avoit pû revenir de cet état, & par consequent la distribution des Esprits dans tout le reste du corps, necessaire pour tous les mouvements, avoit cessé dans l'instant. De-là M. Littre a tiré une raison fort naturelle, pourquoi il ne s'étoit fait aucune contusion sur les Teguments du Crane à l'endroit du coup. Une contusion est formée par du sang, qui circulant à son ordinaire sort de quelques vaisseaux qu'il trouve rompus ou déchirez, & se fige dans les chairs. Ici le sang avoit cessé de circuler dans le même moment qu'il pouvoit s'être rompu quelques Vaisseaux des Teguments, car le cœur avoit aussi-tôt perdu son mouvement faute d'Esprits.

XIII.

Un Enfant de deux ans & demi, ayant joui jusque-là d'une santé parfaite, commença à tomber en langueur, la tête lui grossissoit peu à peu, & le reste du corps maigrissoit. Au bout de 18 mois il cessa de parler aussi distinctement qu'il avoit fait, il n'apprit plus rien de nouveau, au contraire, toutes les fonctions de l'ame s'altererent à tel point qu'il vint à ne plus donner aucun signe de perception ni de memoire, non pas même de goût, d'odorat, ni d'ouie. Il mangeoit à toute heure, & recevoit indifferemment les bons & les mauvais aliments. Il étoit toûjours couché sur le dos, ne pouvant soutenir ni remuer sa tête qui étoit devenuë fort grosse & fort lourde. Il dormoit fort peu, & crioit nuit & jour. Il avoit

la reſpiration foible & frequente, & le poux fort petit, mais reglé. Il digeroit aſſez bien, & avoit le ventre libre. Il fut toûjours ſans fievre.

Il mourut après deux ans de maladie, & M. Littre l'ouvrit, mais avec une extrême précipitation, & beaucoup d'incommodité à cauſe de pluſieurs circonſtances particulieres.

Le Crane de cet Enfant étoit de plus d'un tiers plus grand qu'il ne devoit être naturellement à cet âge, & plus grand même de beaucoup que celui d'un Adulte. M. Littre le ſcia, & coupa la Dure-mere, & parce qu'il n'en vit point ſortir d'eau, il fit un trou au Cerveau, par où ſortit ſur le champ une grande quantité d'eau claire, & ſans mauvaiſe odeur. Toutes les parties du Cerveau étoient en leur entier, mais plus molles, plus humides, & plus dilatées que dans l'état naturel. *L'Entonnoir* étoit large d'un pouce, & profond de deux, la *Glande Pituitaire* avoit la dureté d'un Cartilage, la figure & la grandeur d'une Lentille. La *Moëlle allongée* qui eſt comme une baſe commune du Cerveau & du Cervelet, du Cerveau par ſa partie anterieure, & du Cervelet par la poſterieure, étoit molle dans ſa moitié anterieure, mais moins que le Cerveau. Le Cervelet étoit ſquirreux, ainſi que la moitié poſterieure de la Moëlle allongée, avec laquelle il étoit tellement confondu qu'ils ne formoient enſemble qu'une même maſſe blanche comme de la craye, & toute homogene, excepté que le dedans en étoit un peu moins blanc & plus dur que le dehors, & qu'il y reſtoit encore deux fort petits endroits dans l'état naturel. La Moëlle de l'Epine, & les nerfs qui en ſortent, auſſi-bien que ceux de la Moëlle allongée étoient plus petits & plus mous que de coûtume.

Les Anatomiſtes ſont perſuadez que la glande Pineale & celle du *Plexus Choroïde* filtrent continuellement une Limphe qui ſe ramaſſe dans l'Entonnoir, d'où elle paſſe dans les pores de la Glande pituitaire, & de ces pores, en partie dans les Veines, en partie dans les Vaiſſeaux

Limphatiques

Limphatiques de cette glande. Les veines déchargent la Limphe dans les Sinus lateraux de la base du Crane les plus proches, & qui se terminent aux Veines Jugulaires internes ; les Vaisseaux Limphatiques, dans les Troncs Cervicaux limphatiques qui finissent aux Veines Souclavieres. Puisque dans l'Enfant dont nous parlons, le tissu de la Glande Pituitaire étoit devenu très-serré & très-compacte, M. Littre crut avec assez d'apparence que l'origine du mal avoit été l'obstruction de ses pores, comblez par quelques matieres épaisses & visqueuses, & que cependant la Glande pineale, & celles du Plexus choroïde continuant toûjours à faire leurs fonctions, la limphe qu'elles filtroient n'ayant plus d'issuë, avoit dû regorger & s'amasser dans l'Entonnoir & dans les Ventricules du Cerveau, & étendre peu à peu ces cavitez jusqu'à les rendre enfin capables de contenir deux pintes & demie de limphe.

Le Cervelet squirreux, aussi-bien que la moitié de la Moëlle allongée qui lui répond, prouvent que ces parties ne sont pas si necessaires à la vie, qu'on le croit ordinairement. Il leur a falu un temps considerable pour s'endurcir & pour se petrifier, ces sortes de changemens sont toûjours lents, & par consequent elles ont dû être assez longtemps à peu près dans le même état où M. Littre les a trouvées ; cependant l'Enfant vivoit & conservoit plusieurs fonctions vitales. Le Cerveau & la Moëlle de l'Epine filtroient donc par leurs glandes les Esprits necessaires, & les distribuoient par des nerfs, dont elles doivent être l'origine. Cela revient à ce qui a déja été dit dans l'Hist. de 1703. * Il n'est pas étonnant que dans un Sujet dont le Cerveau étoit inondé, & le Cervelet presque petrifié, les fonctions qui dépendent précisément de l'Ame ayent été les plus alterées.

* pag. 26. & 27.

XIV.

A cette occasion M. Dodart a rapporté un exemple beaucoup plus extraordinaire de la dépendance où sont

les fonctions ſpirituelles de l'Ame à l'égard des diſpoſitions materielles du Cerveau. Un Enfant de 8 ans qui apprenoit le Latin parfaitement bien, oublia tout d'un coup preſque tout ce qu'il en ſçavoit, quand les grandes chaleurs de 1705. commencerent. Deux ou trois jours de fraîcheur lui rendirent la memoire, & il la perdit une ſeconde fois par la chaleur qui revint.

MONSIEUR du Verney a fait voir ſur l'accouplement des Inſectes Hermaphrodites, tels que les Limaçons, les Limaces, les Vers de terre, les Sang-ſuës, &c. pluſieurs particularitez nouvelles. Il travaille à en donner des deſcriptions & des figures exactes. On verra par la merveilleuſe & ſinguliere Mechanique de ces Animaux, combien ils ſont injuſtement mépriſez.

MONSIEUR du Verney a auſſi fait part de quelques Obſervations nouvelles qu'il a faites ſur l'Oreille, & qui ſont des eſpeces d'Additions au Traité qu'il a publié ſur cette partie.

MONSIEUR du Hamel continuant ſon Hiſtoire Anatomique, a expoſé les ſentiments des Anciens & des Modernes ſur la Structure & l'Action des Muſcles, ſeuls organes de tous les mouvements dans les Animaux.

V. les M. p. 32.
NOUS renvoyons aux Memoires les Obſervations de M. Littre ſur des Playes qu'un Homme s'étoit faites au Ventre dans un accès de folie.

V. les M. p. 124.
Et ce que M. Poupart a donné ſur les Ecumes printanieres, ou, ce qui eſt la même choſe, la Deſcription d'un Inſecte nommé, *Formica pulex*.

CHIMIE.

SUR LE CAMPHRE.

UN Mixte n'est connu, que quand il a été bien tourmenté par la Chimie, & pour ainsi dire, mis à la question. C'a été de cette maniere que M. Lémery a examiné le Camphre, qui meritoit assez ce travail par les usages qu'il a dans la Medecine. On s'en sert pour la carie des os, pour déterger les playes, & pour résister à la gangrene. V. les M. p. 38.

Le Camphre est une Resine qui coule du tronc & des grosses branches d'un Arbre semblable au Noyer, que l'on trouve dans l'Isle de Borneo, & à la Chine. Elle se fige au pied de cet arbre en petits grains secs, friables, legers, blancs, transparents, d'une odeur forte & penetrante, d'un goût acre tirant sur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche. Plusieurs grains tombant les uns sur les autres se collent legerement ensemble, & font des masses plus ou moins grosses, qui étant un peu pressée entre les doits s'égrenent aisément. On les ramasse doucement, en prenant garde qu'il ne s'y mesle de la terre, ou quelques autres ordures. C'est cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On le raffine en Hollande, & on est si persuadé que les Hollandois seuls en ont le secret, que quand nos Marchands out du Camphre brut, ils le leur envoyent pour le raffinage, mais M. Lémery en a fait l'operation qui est la plus simple & la plus facile du monde, & il ne tient plus qu'à nous de revenir d'une prévention trop favorable aux Etrangers. Le Camphre est très-combustible, & il brûle même sur l'eau. On s'en

sert dans les feux d'artifice, & c'étoit le principal ingredient qui entroit dans le feu Gregeois, dont on faisoit autrefois tant d'usage. On s'apperçoit que le Camphre diminuë toûjours à être gardé, tant ses parties sont volatiles, & de-là vient que les Marchands l'envelopent dans de la graine de Lin, dont la viscosité peut arrêter les premieres parties qui s'évaporent, & par consequent en empêcher d'autres de s'évaporer.

M. Lémery a fait toutes ses operations sur le Camphre brut, qui est assez rare en France. Il a voulu séparer les principes de ce Mixte, sans y mesler aucune matiere etrangere qui facilitât leur desunion, mais il n'en a jamais pû venir à bout. Ces principes, qui selon toutes les apparences, sont une huile & un sel volatil, sont trop étroitement liez ensemble; ainsi tout s'est réduit à de simples dissolutions ou sublimations du Camphre, pareilles à celles des Metaux ou des Mineraux, lorsque leur tissu interieur n'est point décomposé. Voici le résultat des principales operations de M. Lémery.

Le Camphre ne se dissout point par les liqueurs aqueuses, & flegmatiques, mais par les sulphureuses, & cela lui est commun avec tous les autres Mixtes sulphureux, du moins quant à la partie par laquelle ils le sont.

Si l'on met le feu à une dissolution de Camphre par l'Esprit de vin, on voit une flame bleuâtre, produite par l'Esprit de vin qui brûle le premier; à mesure qu'il se consume, le Camphre paroît comme en masse, & lorsqu'il est entierement consumé, la flame ne discontinuë pas, mais seulement elle devient blanche, parce qu'alors c'est le Camphre qui brûle. Cette dissolution du Camphre par l'Esprit de vin étant mise dans l'eau, le Camphre se revivifie en une espece de beurre très-blanc, parce que l'eau affoiblit l'Esprit de vin, qui tenoit le Camphre dissous.

On sçait que l'Esprit de vin & l'Esprit volatil de Sel Armoniac meslez ensemble cessent d'être liqueurs, & font un *coagulum* assez ferme. M. Lémery a éprouvé qu'en

jettant dans la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin de l'Esprit de Sel amoniac fait avec le Sel de tartre, il se faisoit dans le moment un caillé fort blanc, & qu'en y jettant de l'Esprit de sel armoniac fait avec la chaux, il ne se faisoit qu'un leger précipité qui se dissolvoit en peu de temps. Quoique l'Huile de Tartre soit un Alcali aussi-bien que l'Esprit de Sel armoniac, elle ne produit aucun effet sur la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin.

L'Esprit ou Huile étherée de Terebenthine, & l'Huile d'Olive, qui sont aussi-bien que l'Esprit de vin, des liqueurs sulphureuses, dissolvent aussi le Camphre. Elles n'en dissolvent toutes deux que le quart de leur poids.

En faisant distiller ces dissolutions, on voit la differente legereté ou pesanteur des differentes substances dont elles sont composées; car il est évident que dans une même dissolution, la substance qui s'éleve la premiere par la distillation, ou s'éleve seule, est la plus legere, & que celles qui s'élevent ensemble le sont également. Par-là, M. Lémery a reconnu que le Camphre est plus pesant que l'Esprit de vin, aussi pesant que l'Huile de Terebenthine, & moins que l'Huile d'Olive.

Voilà ce qui regarde la dissolution du Camphre par les liqueurs sulphureuses; il restoit à l'examiner par les liqueurs acides & par les alcalines.

Il ne se dissout point du tout par les alcalines, telles que l'Huile de Tartre, & l'Esprit de Sel armoniac.

Il ne se dissout point non plus par certaines liqueurs acides, telles que l'Esprit de Vitriol, l'Esprit d'Alun le Vinaigre distillé; il ne fait que se sublimer au haut du Matras sans aucun changement. Il se dissout par quatre fois autant d'Huile de Vitriol noire, parce qu'elle contient un peu de Souffre. Il se dissout imparfaitement & à demi par trois fois autant de bon Esprit de Sel, mais il se fait une dissolution parfaite par deux fois autant d'Esprit de nitre. Le Camphre est la seule Resine connue qui se dissolve par cet Esprit, ce qui est à remarquer.

Cette dissolution est ce qu'on appelle ordinairement Huile de Camphre, & c'est à cette Huile qu'apartiennent les vertus medecinales dont nous avons parlé d'abord. L'usage n'est pas de la prendre interieurement, on l'a redoutée à cause de son acreté un peu corrosive, mais M. Lémery n'a pas laissé d'en faire prendre quelque gouttes par la bouche, dans des maladies d'obstruction, & dans des vapeurs de Mere, & il n'en a veu que de bons effets. Il est vrai qu'il l'a presque toûjours meslée avec autant d'Huile de Karabé.

L'Huile de Camphre n'étant que ce que nous avons dit, il est aisé de prévoir que si on y jette de l'Huile de Tartre, ou de l'Esprit de Sel armoniac, il se fera des coagulations, & que le Camphre se revivifiera, parce que les acides du nitre qui le tenoient dissous, l'abandonneront, & se joindront aux Alcali de ces deux liqueurs, ou parce que les pointes du nitre, auront été rompuës par les Alcali.

SUR LA GRATIOLE.

V. les M. p. 186.

Les Remedes qui nous viennent de loin sont peut-être en une trop grande estime, & ceux de ce pays-cy trop negligez. Ce qui est éloigné, de quelque maniere qu'il le soit, nous impose presque toûjours. Cette reflexion a fait suspendre à M. Boulduc le travail qu'il avoit commencé sur les Purgatifs étrangers, & dont on a veu de grands morceaux dans les Hist. de 1700. * 170 . * & 1702. * Il a passé aux Purgatifs de nos climats, & pour suivre toûjours le même dessein dans ce changement, il a étudié les plus violents, ou ceux qu'on craint le plus d'employer.

* p. 46.
* p. 58.
* p. 45.

Il s'est d'abord attaché à la Gratiole. C'est une Plante, dont les Medecins n'osent faire beaucoup d'usage, mais M. Boulduc s'est gueri de cette crainte par une lon-

gue experience. Outre les vertus qu'on lui connoissoit de faire vuider les eaux par haut & par bas, prise en substance, ou en infusion, & de nettoyer les playes, ausquelles on l'applique, il a trouvé qu'infusé dans le lait, elle réussissoit très-bien pour l'Hidropisie ascite, & chassoit les Vers, & faisoit ces deux effets sans aucune violence, & de plus que la racine prise en poudre au poids de demi gros, étoit presque aussi bonne pour la Dissenterie que l'Ipecacuanha, pourveû que le mal ne fût pas trop inveteré. Cette Plante est extrêmement amere, & peut-être est-ce de-là que vient sa vertu contre les Vers. Outre l'amertume, sa racine paroît encore astringente au goût, ce qui peut la rendre propre pour la Dissenterie.

M. Boulduc a travaillé ce Mixte de plusieurs manieres differentes. D'abord il a tiré par une forte expression le suc de la plante verte, les racines n'y étant pas comprises. De ce suc, dépuré selon toutes les regles de l'Art, il en fit un Extrait fort solide, d'un goût salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & astriction. Il l'essaya sur des Malades avec les précautions necessaires. Cet Extrait purge, mais moins que l'on n'auroit cru, suivant l'idée que l'on a communement de la Gratiole. Il ne fait point vomir, & pousse beaucoup par les urines.

Le suc étant tiré, il étoit resté un marc fort amer, ce qui fit juger à M. Boulduc qu'il ne devoit pas être sans vertu. Il en fit donc un autre Extrait, qui fut bien moins salé acide que le premier, mais beaucoup plus amer, & plus âpre. Il purgea beaucoup plus à même dose.

Jusqu'ici on s'est contenté des Extraits des sucs des Plantes, & on a negligé le marc comme inutile, mais il paroît que c'étoit une erreur à l'égard des Plantes qui ont beaucoup de suc, & dont par consequent le marc en retient une quantité considerable. L'Extrait du marc de la Gratiole non-seulement eut plus de vertu, mais encore fût en plus grande quantité que celui de son suc. M. Boulduc a fait la même experience sur le Sirop de fleurs de Pêcher, & de Roses, le Sirop de la décoction

du marc paroît aussi purgatif, & même davantage.

Il est assez vrai-semblable que le suc chargé du sel essentiel de la Plante, n'est point en état de dissoudre & d'entraîner les principes actifs, qui restent dans les parties ligneuses de la Plante; c'est-à-dire, dans le marc. Ils doivent le plus souvent être les mêmes & conditionnez de la même maniere que ceux qui ont passé d'abord avec le suc, principalement quand la Plante est fort succulente, mais ils pourroient aussi être differents. L'experience seule peut décider sur ce point, & il suffit que l'on soit averti de la possibilité de cette difference.

Cette maniere d'examiner une Plante par le suc qui en sort, ou par le marc qui reste, est la plus simple de toutes. M. Boulduc passa ensuite à d'autres operations, & appliqua à la Gratiole les deux grands Dissolvants, l'Eau & l'Esprit de vin. Alors la Plante étoit seche.

Comme l'Eau tire beaucoup plus de la Gratiole que ne fait l'Esprit de vin, il est certain que cette Plante a plus de parties salines que de sulphureuses. Sur tout, c'est dans la racine que les Sels dominent le plus.

L'Extrait fait avec l'Esprit de vin purge plus violemment que celui qui est fait avec l'Eau, ce que l'on voit qui convient à la nature des Souffres. L'Extrait de la racine purge moins que celui des feuilles, l'un & l'autre étant fait avec l'Eau. Peut-être la vertu de la racine est-elle affoiblie par la quantité d'humidité superfluë dont elle est abreuvée, ou plûtôt noyée. Quatorze onces de la racine verte ne pesent plus, étant bien sechées, que trois onces & demie.

SUR LA GENERATION DU FER.

V. les M. p. 362.

TROUVER le dénouëment des anciennes difficultez, c'est sans doute un progrès dans les Sciences, mais c'en est un aussi que de trouver des difficultez nouvelles, &

& encore plus d'en trouver où il n'en paroissoit point du tout. M. Geoffroy demande ici aux Chimistes, si l'on peut avoir des Cendres, où il n'y ait nul mêlange de fer? apparemment on sera étonné de la question, car d'où pourroit venir l'impossibilité? Pourquoi des cendres de bois brûlé contiendroient-elles du fer? cependant le fait est qu'elles en contiennent toûjours, du moins toutes celles que M. Geoffroy a examinées, & voici à quelle occasion il s'en est apperçu.

Il avoit fait du Fer artificiel, composé, comme le Souffre commun, du Souffre principe, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre. Pour recommencer cette experience, & pour s'en assurer davantage, il chercha une Terre, ou des Cendres parfaitement dépouillées de Sels vitrioliques, & sur tout de parties ferrugineuses, puisque son intention étoit de faire du Fer, mais quelques précautions qu'il prît, quoiqu'il fît des Cendres dans des lieux où il n'y avoit point de Fer, & qu'il les fît d'un bois qui n'avoit point été scié avec du Fer, jamais il ne les put avoir entierement exemptes de particules de Fer, si du moins on peut conter pour telles des particules qui s'attachent à l'Aiman, ce qui paroît hors de doute.

V. l'Hist. de 1704. p. 39.

Il n'est guere vrai-semblable que ces parcelles de Fer, pesantes comme elles sont, & si peu homogenes à la seve des Plantes, ayent pû monter avec elles dans le bois, dont on a fait les cendres. Seroit-ce donc que toutes les fois que du bois brûle, il se produit du Fer par le mêlange des trois matieres dont il est formé? M. Geoffroy commence à le conjecturer, & rien ne s'accorderoit mieux avec la pensée qu'il a déja euë sur son Fer artificiel, mais avant toutes choses il faut être bien sur s'il n'y a point de Cendres sans Fer. Ne point précipiter les Sistêmes est une des grandes difficultez de la Philosophie.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MONSIEUR Lémery a eu entre les mains un Sel tiré du Mont Vesuve, & que l'on appelle Sel Armoniac naturel. Il étoit compacte, assez pesant, d'une grande blancheur, cristallain en dedans, ne s'humectant pas beaucoup à l'air, sans odeur, d'un goût salé acre, & approchant beaucoup de celui du Sel Armoniac. M. Lémery l'a essayé de differentes manieres. Entre autres Experiences, il l'a meslé avec trois fois autant d'Esprit de nitre, & en a fait de l'Eau regale, toute pareille à celle qu'on auroit faite avec le Sel Armoniac ordinaire. Il lui a encore trouvé plusieurs effets du Sel armoniac, & même du Sel marin, ce qui n'est pas surprenant, puisque dans le Sel armoniac, tel que nous l'avons, il y entre, outre sa partie urineuse, alcaline & volatile, une partie fixe de Sel marin. M. Lémery croit que son Sel du Vesuve n'est qu'un Sel fossile, semblable à celui que la Mer a dissous, sublimé au haut de la Montagne par les feux soûterrains.

II.

M. Homberg a dit que le Caillou, & le Marbre, exposez separément au Miroir ardent du Palais Royal, se calcinent, & que mis en poudre & meslez ensemble, ils se fondent.

III.

M. Lémery a examiné l'Eau Minerale de Vezelay en Bourgogne. Il reconnut d'abord par les Essais Chimiques qu'elle ne devoit avoir ni Sel vitriolique, ni aucun

autre acide, du moins en une quantité considerable, ni aucun alcali manifeste & développé. Et en effet, après l'avoir distillée au Bain-Marie, il trouva sur 4 livres d'eau 2 gros & 2 grains d'un Sel gris, tout semblable au Sel marin, or on sçait que le Sel marin n'est ni un acide ni un alcali, mais un composé des deux. Le Sel de l'Eau de Vezelay contenoit encore quelque terre, ou, ce qui revient au même, quelque partie alcaline, qui n'avoit point été penetré par un acide, car il boüillonnoit un peu avec l'Esprit de vitriol, & M. Lémery l'ayant purifié & en ayant separé un peu de terre grise, ce boüillonnement n'arriva plus.

Le Sel gris, quoique plus terrestre, avoit un goût plus salé & plus piquant, qu'après avoir été purifié, parce que les operations employées pour le purifier en avoient brisé ou emporté les pointes les plus subtiles & les plus actives. C'est ainsi que le Sel Marin formé par coagulation dans les Marais salants de la Rochelle, quoique meslé avec de la terre grise, est plus salé & plus fort que celui qu'on tire par évaporation en Normandie, & qui est plus pur & plus blanc.

IV.

M. Lémery a aussi examiné l'Eau minerale de Carensac dans le bas Rouërgue. Elle a un goût tant soit peu acre & vitriolique, elle est froide, & sans odeur. Douze onces de cette eau, étant évaporées, laissent 18 grains d'un Sel gris, tirant sur le blanc, salé, & un peu vitriolique. Elle est aperitive & purgative, on s'en sert comme de l'Eau de Forges.

MONSIEUR Homberg a donné le Traité du Souffre principe, qui fait partie de ses Elements de Chimie, & que nous avions annoncé dans l'Hist. de 1703.* V. les M. p. 88.

* p. 47.

V. les M. p. 83.
LEs Experiences de M. Geoffroy sur les Dissolutions & les Fermentations froides, dont il a été parlé dans l'Histoire de 1700.* parurent à M. Amontons si importantes pour le Sistême du Chaud & du Froid, que quand il eut trouvé son nouveau Thermometre, plus exact & plus sur que l'ancien, il s'en servit à les répeter, & voulut même que ce fût dans les Caves de l'Observatoire, parce que la temperature de l'air y étant toûjours à peu près égale, on ne pourroit soupçonner que les changements de l'air exterieur eussent aucune part aux effets que l'on verroit. Le détail de ces Experiences est dans les Memoires.

* p. 53.

BOTANIQUE.

OBSERVATION

BOTANIQUE.

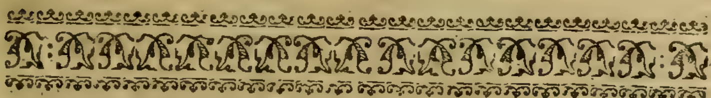
* p. 36.
MONSIEUR Lippi dont nous avons déja parlé,* étant à Malte, y vit la Plante nommée *Fungus coccineus Melitensis. tiphoïdes. Bocc. rar. plant.* Quoiqu'il n'eût pû la voir jusque-là que seche, il n'avoit pû se persuader que ce fût un Champignon; ses racines ligneuses, le vermeil & la solidité de sa chair, le duvet serré qui la tapisse, & ses graines lui sembloient contraires au nom qu'elle porte. Il fut confirmé dans sa pensée par la veuë de la Plante; & comme elle est rare, il la dessina exactement, pour

là pouvoir mieux consulter aux Botanistes, & trouver avec eux à quel genre on la doit rapporter. En attendant il en envoya par avance une petite Description à M. Dodart.

MONSIEUR Chomel a donné la Description de l'Eupatorium.

NOus renvoyons aux Memoires de nouveaux genres de Plantes dont les Botanistes n'ont point encore assigné le caractere essentiel, & que M. Tournefort propose. V. les M. p. 236.

La Description qu'il a faite de l'Oeillet de la Chine. V. les M. p. 264.
Et son Traité des Maladies des Plantes. V. les M. p. 332.



ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARREZ MAGIQUES.

TOus les Nombres qui composent un nombre quarré quelconque, par exemple, 1. 2. 3. 4. &c. jusqu'à 25 inclusivement, qui composent le nombre quarré 25, ayant été disposez de suite dans une figure quarrée de 25 cellules, chacun dans la sienne, si après cela on change l'ordre de ces nombres & qu'on les dispose dans les V. les M. pag. 127. & 364.

cellules de façon que les 5 nombres qui composeront une bande horisontale de cellules quelconque, étant ajoûtez ensemble, fassent toûjours la même somme que les 5 nombres qui composeront toute autre bande de cellules soit horisontale, soit verticale, & même que les 5 qui composeront chacune des deux bandes diagonales, cette disposition de nombres s'appelle un *Quarré Magique*, & s'oppose à la premiere disposition qu'on appelle *Quarré Naturel*.

On pourroit croire que les Quarrez Magiques ont eu ce nom, parce que cette proprieté de toutes leurs bandes, qui prises en quelque sens que ce soit, font toûjours la même somme, a paru fort surprenante, sur tout dans certains siecles où les Mathematiques étoient suspectes de Magie; mais il y a aussi beaucoup d'apparence que ces Quarrez ont encore mieux merité leur nom par des operations superstitieuses où ils ont été employez, telles que la construction des Talismans, car selon la puerile Philosophie de ceux qui donnoient des vertus aux Nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des Nombres si merveilleux?

Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique de Faiseurs de Talismans ou de Devins, est devenu dans la suite le sujet d'une recherche serieuse pour les Mathematiciens; non qu'ils ayent crû qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de solide, les Quarrez Magiques se sentent toûjours de leur origine sur ce point, ils ne peuvent être d'aucun usage; ce n'est qu'un jeu dont la difficulté fait le merite, & qui peut seulement faire naître sur les Nombres quelques veuës nouvelles, dont les Mathematiciens ne veulent pas perdre l'occasion.

Manuel Moschopule Auteur Grec peu ancien est le premier que l'on connoisse qui ait parlé des Quarrez Magiques, & par le temps où il vivoit, on peut soupçonner qu'il ne les a pas regardez en simple Mathematicien. Il a donné quelques Regles pour les construire. On trouve dans le Livre d'Agrippa, que l'on a tant accusé de Magie, les

Quarrez des 7 nombres, qui sont depuis 3 jusqu'à 9, disposez magiquement, & il ne faut pas croire que ces 7 nombres ayent été preferez à tous les autres sans une grande raison. C'est que leurs Quarrez sont *Planetaires*, selon le Sistême d'Agrippa, & de ses pareils. Le quarré de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à Jupiter; celui de 5 à Mars; celui de 6 au Soleil; celui de 7 à Venus, celui de 8 à Mercure, celui de 9 à la Lune. M. Bachet de Meziriac de l'Academie Françoise, & qui auroit eu aussi une des premieres places dans celle des Sciences, si elle eût été établie de son temps, étudia les Quarrez Magiques, sur l'idée qu'il en avoit prises par les Quarrez Planetaires d'Agrippa, car il ne connoissoit point l'Ouvrage de Moschopule, qui n'est que manuscrit dans la Bibliotheque du Roy. Il trouva sans le secours d'aucun Auteur qui l'eût précedé, une Methode pour les Quarrez dont la racine est impaire, comme pour 25, 49, &c. mais il ne put rien trouver qui le contentât sur ceux dont la racine est paire.

Après lui, vint feu M. Frenicle, de l'Academie des Sciences, si fameux par sa profonde capacité, & par ses grandes découvertes sur les Nombres. Un habile Algebriste avoit cru que les 16 nombres qui composent le quarré de 4, pouvant être disposez de 20922789888000 manieres differentes dans un Quarré Magique ou non Magique, ce qui est certain par les Regles des Combinaisons, ne pouvoient être disposez differemment dans un Quarré Magique qu'en 16 manieres; mais M. Frenicle fit voir qu'il y en avoit encore 864 de plus, augmentation presque incroyable, d'où il est aisé de conclure combien sa methode devoit être superieure à celle qui n'avoit produit que la 55eme partie des Quarrez Magiques qu'il trouvoit.

Il s'avisa d'ajouter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu de lieu. Le Quarré Magique de 7, par exemple, étant construit, & ses 49 cellules remplies, si on en retranche les deux bandes horisonta-

les de cellules, & les deux verticales les plus éloignées du milieu; c'eſt-à-dire, toute l'*Enceinte* exterieure du Quarré, il reſtera un quarré dont la racine ſera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne ſera pas étonnant que ce petit quarré ne ſoit plus magique, car les bandes du grand n'étoient, pour ainſi dire, obligées à faire toutes la même ſomme, que priſes dans leur tout, & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leur 7 cellules, mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu 2 de leurs nombres, il peut bien arriver, & c'eſt ce qui doit être ſans comparaiſon le plus ordinaire, que leurs reſtes ne faſſent plus par tout une même ſomme. M. Frenicle voulut qu'une Enceinte d'un Quarré Magique étant ôtée, & même telle Enceinte qu'on voudroit, lorſqu'il y en a aſſez pour cela, ou enfin pluſieurs Enceintes à la fois, le Quarré reſtant fut encore magique, & ſans doute cette nouvelle condition rendoit ces Quarrez beaucoup plus magiques qu'ils n'avoient jamais été.

Il renverſa auſſi cette condition. Il voulut qu'une certaine Enceinte priſe à volonté, ou pluſieurs fuſſent inſéparables du Quarré; c'eſt-à-dire, qu'il ceſſât d'être magique ſi on les ôtoit, & non, ſi on en ôtoit d'autres. M. Frenicle ne donne point de démonſtration generale de ſes methodes, & quelquefois il ne ſe conduit qu'en tâtonnant. Il eſt vrai que ſon Traité des Quarrez Magiques n'a pas été donné au Public par lui-même. Il ne parut qu'après ſa mort, & fut imprimé par M. de la Hire en 1693.

M. Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, publia en 1703. un Livre ſur les Quarrez Magiques, qu'il appelle *Sublimes*. M. de la Hire l'examina, & en rendit conte à l'Academie. Il y a dans cet Ouvrage des methodes fort ingenieuſes, & beaucoup de nouveauté. Juſqu'ici on n'avoit conſtruit les Quarrez Magiques que pour des ſuites de Nombres naturels qui rempliſſoient un Quarré; mais à cela M. Poignard fait deux innovations qui embelliſ-

ſent

sent & qui élevent le Problême. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui remplissent un quarré, par exemple les 36 nombres consecutifs qui rempliroient toutes les cellules d'un Quarré naturel dont le côté seroit 6, il ne prend qu'autant de nombres consecutifs qu'il y a d'unitez dans le côté du quarré; c'est-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres seuls il les dispose de maniere dans les 36 cellules, qu'aucun ne soit répeté deux fois dans une même bande soit horisontable, soit verticale, soit diagonale, d'où il suit necessairement que toutes les bandes, prises en quelque sens que ce soit, font toujours la même somme. M. Poignard appelle cela Progression *répetée.* 2°. Au lieu de ne prendre ces nombres que selon la suite des Nombres naturels, c'est-à-dire en progression Arithmetique, il les prend aussi & en progression Geometrique, & en progression Harmonique, mais avec ces deux dernieres progressions il faut necessairement que la *Magie* soit differente de ce qu'elle étoit. Dans les Quarrez remplis par des nombres en progression Geometrique, elle consiste en ce que les produits de toutes les bandes sont égaux, & dans la progression Harmonique, les nombres de toutes les bandes suivent toûjours cette progression. M. Poignard fait également des Quarrez de ces trois progressions répetées.

La lecture & l'examen de cet Ouvrage ont donné occasion à M. de la Hire de rappeller des idées qu'il avoit euës autrefois sur les Quarrez Magiques, & d'y en ajoûter un grand nombre de nouvelles.

Il considere d'abord les Quarrez impairs. Tous ceux qui ont travaillé sur cette matiere ont trouvé plus de difficulté dans la construction des Quarrez pairs, & par cette raison M. de la Hire les garde pour les derniers. Ce plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progression Arithmetique, or dans cette progression si le nombre des termes est impair, celui du milieu a certaines proprietez qui peuvent être commodes. Par exemple, étant multiplié par le nom-

bre des termes de la progreſſion, ce produit eſt égal à la ſomme de tous les termes.

M. de la Hire propoſe une methode generale pour les Quarrez impairs, & elle a quelque rapport avec la Theorie des mouvements composez, ſi utile & ſi feconde dans la Mechanique. Comme elle conſiſte à décompoſer les mouvements, & à les réſoudre en d'autres plus ſimples, de même la methode de M. de la Hire conſiſte à réſoudre en deux quarrez plus ſimples & *primitifs*, le quarré qu'il veut conſtruire. Mais il n'étoit pas ſi aiſé de découvrir ou d'imaginer ces deux quarrez primitifs dans le quarré compoſé ou *parfait*, qu'il l'eſt d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallele, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple, remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progreſſion naturelle les 49 cellules d'un quarré qui a 7 de racine, M. de la Hire prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité juſqu'à la racine 7. & de l'autre 7 & tous ſes multiples juſqu'à 49 excluſivement, & comme il n'a par-là que 6 nombres il y joint 0, ce qui fait cette progreſſion Arithmetique de 7 termes, auſſi-bien que la premiere 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Enſuite avec ſa premiere progreſſion répetée à la maniere de M. Poignard il remplit magiquement le quarré de 7 de racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la premiere bande horiſontale les 7 nombres propoſez, ſelon tel ordre que l'on veut, car cela eſt abſolument indifferent, & il eſt bon de remarquer ici que ces 7 nombres ſeuls peuvent être arrangez en 5040 manieres differentes dans une ſeule bande. L'arrangement qui leur ſera donné dans la premiere bande horiſontale, quel qu'il ſoit, eſt le fondement de celui qu'ils auront dans toutes les autres. Pour la ſeconde bande horiſontale, il faut mettre dans ſa premiere cellule, ou le 3eme, ou le 4eme, ou le 5eme, ou le 6eme, qui ſuit le premier de la premiere bande horiſontale, & après cela écrire les 6 au-

tres de suite. Pour la troisiéme bande horisontale, on observe à l'égard de la seconde, le même ordre qu'on a observé pour la seconde à l'égard de la premiere, & toûjours ainsi jusqu'à la fin. Par exemple, si on a rangé les 7 nombres dans la premiere bande horisontale selon l'ordre naturel, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. on peut commencer la seconde bande horisontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, mais si on l'a commencée par trois, la troisiéme doit commencer par 5, la quatriéme par 7, la cinquiéme par 2, la sixiéme par 4, la septiéme par 6. Le commencement des bandes qui suivent la premiere, étant ainsi déterminé, nous avons déja dit que les autres nombres s'écrivoient tout de suite dans chaque bande selon l'ordre qui a été arbitrairement choisi pour la premiere.

Par ce moyen, il est évident qu'aucun nombre ne sera répeté deux fois dans une même bande, quelle qu'elle soit, & par consequent les 7 nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. étant toûjours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même somme.

On voit déja dans l'exemple présent que l'arrangement des nombres dans la premiere bande ayant été choisi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de 4 manieres differentes, & puisque la premiere bande a pu avoir 5040 arrangements differents, ce sont 20160 manieres differentes dont le Quarré Magique de 7 nombres répetez peut être construit.

L'ordre des nombres dans la premiere bande étant déterminé, si l'on prenoit pour recommencer la seconde le 2^d ou le dernier, M. de la Hire a remarqué que dans un de ces cas une des bandes diagonales auroit toûjours le même nombre répeté, & que dans l'autre cas ce seroit l'autre diagonale. Par consequent l'une ou l'autre diagonale seroit fausse, à moins que le nombre répeté 7 fois ne fût 4, car 4 fois 7 est égal à la somme de 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & en general dans tout quarré construit d'un nombre de termes impair en progression Arithmetique, une des diagonales seroit fausse par ces

deux constructions, à moins que le nombre toujours repeté dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progression. Or il n'est nullement necessaire de prendre des termes en prgession Arithmetique, & on peut faire suivant la regle de M. de la Hire un Quarré Magique de tels nombres qu'on voudra qui ne suivent aucune progression. De plus, quand même on les prendra en progression Arithmetique, il y aura un très-grand nombre de Quarrez, où le terme toûjours répeté dans une des diagonales en vertu de la construction, ne sera point le terme du milieu de la progression, car cela dépend de l'ordre qu'on aura donné aux nombres de la premiere bande. Il a donc falu excepter de la Methode generale les deux constructions qui produisent la répetition continuelle d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer seulement le cas où cette répetition n'empecheroit pas la diagonale d'être juste. Ce cas ayant été absolument exclus, quand nous avons trouvé que le quarré de 7 pouvoit avoir 20160 constructions differentes, il est clair qu'il doit en avoir davantage, & même beaucoup davantage.

Recommencer la seconde bande par tout autre nombre que le second ou le dernier de la premiere, ce n'est pas une regle generale. Elle est bonne pour le quarré de 7. mais s'il s'agissoit, par exemple, du quarré de 9. & qu'on prît pour le premier nombre de la seconde bande horisontale, le 4eme de la premiere, on verroit que ce même nombre commenceroit aussi la cinquiéme & la huitiéme bande, & par consequent seroit répeté 3 fois dans la premiere bande verticale, qui par-là deviendroit fausse, hormis dans certains cas particuliers, que pareillement le premier & le septiéme nombre seroient repetez 3 fois dans cette même bande, ce qui entraîneroit de semblables répetitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçuë la Regle generale. Il faut que le nombre que l'on choisit dans la premiere bande pour recommencer la seconde, ait un *exposant de son quantiéme*

tel que diminué d'une unité il ne puiſſe diviſer la racine du quarré. Si, par exemple, dans le quarré de 7 on a pris pour recommencer la ſeconde bande, le 3eme nombre de la premiere, cette conſtruction eſt bonne, parce que l'expoſant du quantiéme de ce nombre qui eſt 3, moins 1, c'eſt-à-dire 2, ne peut diviſer 7. De même on peut prendre le 4eme nombre de la premiere bande, parce que 4 moins 1, ou 3 ne diviſe point 7. C'eſt la même raiſon pour le 5eme & 6eme nombre. Mais dans le quarré de 9, le 4eme nombre de la premiere bande ne doit pas être pris, parce que 3 diviſe 9. La raiſon de cette regle ſera évidente, pourveu que l'on obſerve un moment, comment ſe font ou ne ſe font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toujours d'une même maniere dans une ſuite quelconque donnée.

Il ſuit de-là que moins la racine du quarré que l'on conſtruit a de diviſeurs, plus il y a à cet égard de manieres differentes de le conſtruire, & que les nombres *premiers*, c'eſt-à-dire, qui n'ont aucuns diviſeurs, tels que 5. 7. 11. 13. &c. ſont ceux dont les quarrez doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les Quarrez conſtruits ſuivant la methode de M. de la Hire, ont une proprieté particuliere, & que l'on n'avoit point encore exigée dans ce Problême. Les nombres qui compoſent une bande quelconque parallele à une des deux diagonales, ſont rangez dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande eſt parallele, & comme une bande parallele à une diagonale eſt neceſſairement plus courte qu'elle, & a moins de cellules, ſi on lui joint la parallele correſpondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux paralleles miſes, pour ainſi dire, bout à bout, garderont entre eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raiſon ils feront la même ſomme, ce qui fait que ces quarrez ſont encore magiques en ce ſens-là.

Au lieu que nous avons formé juſqu'ici les Quarrez

par les bandes horiſontales, on pourroit en former par les verticales, & ce ſeroit la même choſe.

Tout ceci ne regarde encore que le premier Quarré primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple propoſé, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. reſte le ſecond primitif, dont les nombres ſont 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. M. de la Hire opere de la même façon ſur ce ſecond quarré, & il peut être conſtruit ſelon ſa methode en 20160 manieres differentes, auſſi-bien que le premier, puiſqu'il eſt compoſé du même nombre de termes. Sa conſtruction étant faite, & par conſequent toutes ſes bandes compoſant la même ſomme, il eſt évident que ſi l'on ajoûte l'un à l'autre les nombres de deux cellules correſpondantes dans les deux quarrez; c'eſt-à-dire, les deux nombres de la premiere de chacun, les deux de la ſeconde, de la troiſiéme, &c. & qu'on les diſpoſe dans les 49 cellules correſpondantes d'un troiſiéme Quarré, il ſera encore magique, puiſque ſes bandes formées par l'Addition de ſommes toûjours égales à ſommes égales, ſeront neceſſairement égales entre elles. Il s'agit ſeulement de ſçavoir ſi par l'Addition des cellules correſpondantes des deux premiers Quarrez, toutes les cellules du troiſiéme ſeront remplies de maniere que chacune contienne un des nombres de la progreſſion depuis un juſqu'à 49 & un nombre different de celui de toutes les autres, ce qui eſt la fin & le deſſein de toute l'operation.

Sur cela, M. de la Hire démontre que ſi dans la conſtruction du ſecond Quarré primitif, on a obſervé en recommençant la ſeconde bande un ordre par rapport à la premiere, different de celui qu'on avoit obſervé dans la conſtruction du premier quarré, ſi, par exemple, on a recommencé la ſeconde bande du premier par le 3eme terme, & que l'on recommence la ſeconde bande du ſecond quarré par le 4eme, chaque nombre du premier quarré ſe combinera une fois pat l'Addition, & une fois ſeulement, avec tous les nombres du ſecond, & comme les nombres du premier ſont ici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &

ceux du second o. 7. 14. 21. 28. 35. 42. on verra qu'en les combinant ainsi on aura tous les nombres de la progression depuis 1 jusqu'à 49, sans qu'il y en ait aucun repeté, & c'est-là le Quarré parfait qu'il s'agissoit de construire.

La sujetion de construire differemment les deux quarrez primitifs n'empêche nullement que chacune des 20160 constructions de l'un ne puisse être combinée avec toutes les 20160 constructions de l'autre, & par consequent 20160 multiplié par lui-même ; c'est-à-dire, 406425600 est le nombre de toutes les constructions differentes que peut avoir le Quarré parfait, qui est ici celui des 49 premiers nombres de la progression naturelle. Et même comme nous avons veu qu'un quarré primitif de 7 nombres répetez peut avoir plus de 20160 constructions, il s'en faut bien que le nombre de 406425600 soit assez grand pour exprimer toutes les constructions possibles du quarré magique des 49 premiers nombres.

Il y a encore plus. M. de la Hire remarque qu'un quarré étant construit, on y peut faire certaines transpositions de bandes qui ne l'empêcheront pas d'être encore magique, mais qui en rendront la construction differente de toutes celles qu'on auroit trouvées par les regles que nous venons d'expliquer.

Mais quelque grand que soit ce nombre de 406425600 augmenté même par toutes ces raisons autant qu'il sera necessaire, on ne doit point en être surpris. Il n'est qu'une très-petite partie de celui qui exprimeroit toutes les dispositions magiques ou non magiques que l'on pourroit donner aux 49 termes. Et pour en prendre une idée, il faut sçavoir que 16 termes pouvant recevoir, ainsi que nous l'avons déja dit, 20922789888000 dispositions magiques ou non magiques ; si l'on veut avoir le nombre des dispositions quelconques que peuvent recevoir 17 termes, il faut multiplier ce nombre 20922789888000 par 17. Le produit qu'on trouvera étant multiplié par 18, donnera le nombre de toutes les dispositions que peuvent avoir 18 termes, & si l'on procede toûjours ainsi

jusqu'à 49, on aura le nombre de toutes les dispositions magiques, ou non magiques de 49 termes, & il est aisé de voir que ce nombre sera presqu'immense en comparaison de celui des seules dispositions magiques.

Telle est la methode generale de M. de la Hire pour les Quarrez impairs. Celles que l'on a trouvées jusqu'à présent, n'en sont que des cas particuliers qu'elle comprend, & qu'elle absorbe. Il nous suffit d'en avoir donné une idée en general, & nous passons sous silence un grand nombre de remarques, soit instructives, soit curieuses, qui nous jetteroient dans un trop grand détail.

Monsieur de la Hire, aussi-bien que Monsieur Frenicle, étend sa methode aux Quarrez qui demeurent magiques, après qu'on a ôté quelques Enceintes, mais ce qu'il fait de plus que M. Frenicle, c'est qu'il démontre ses operations.

Restent les Quarrez pairs. Il les construit ainsi que les impairs par deux quarrez primitifs, mais la construction des primitifs est differente en general, & peut l'être même en plusieurs manieres, & ces differences generales reçoivent plusieurs variations particulieres, qui donnent autant de constructions differentes pour un même quarré pair. Il ne paroît pas que l'on puisse déterminer, ne fût-ce qu'à peu près, ni combien de differences generales il peut y avoir entre la construction des quarrés primitifs d'un quarré pair, & d'un impair, ni combien chaque difference generale peut recevoir de variations particulieres, & par consequent on est encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des constructions d'un quarré pair, sans conter qu'il peut y avoir des constructions differentes de toutes celles qui se feront par des quarrez primitifs, à la maniere de M. de la Hire.

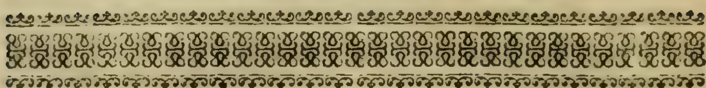
Il ajoûte aux quarrez pairs, de même qu'il l'a fait aux impairs, la condition des Enceintes qui s'en peuvent retrancher.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce sujet. Nous ne voulons que donner ici l'esprit de la Methode de M. de

la

la Hire, & faire appercevoir, du moins confusément, ce nombre prodigieux de solutions pour un Problême, auquel on eût été bien glorieux d'en trouver une seule dans les commencements qu'il fut proposé. Si l'on veut concevoir la difference de l'Esprit humain sans culture à lui-même cultivé, on n'a qu'à imaginer quelle distance il y a de ceux qui résolvent ces sortes de Problêmes, à ces Sauvages qui ne content que jusqu'à 10, parce qu'ils n'ont que 10 doits.

LA matiere qui vient d'être traitée nous rappelle dans la memoire un article qui a été oublié dans le Volume précedent de l'Histoire de l'Academie. Un jeune Ecclesiastique, nommé M. de Moulieres, présenta à la Compagnie en 1704. une Methode qu'il avoit inventée pour trouver en peu de temps les Nombres *premiers*. Ces Nombres, tels que 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. qui ne sont divisibles par aucun autre nombre, que par l'unité ou par eux-mêmes; c'est-à-dire proprement, qui ne sont divisibles par aucun nombre, sont, pour ainsi dire, semez irrégulierement & sans aucun ordre visible, dans la suite des nombres naturels. Il seroit souvent commode dans la pratique, & en general il seroit très-curieux d'avoir une regle par laquelle on pût les reconnoître sûrement tout d'un coup, & les démêler de la foule. M. Frenicle avoit médité sur cette matiere, & il y avoit fait des découvertes, mais elles n'ont point été imprimées. Il se trouva que la Methode de M. de Moulieres retomboit en partie dans les idées d'un homme si fameux pour la science des nombres, & cette conformité ne pouvoit être suspecte, car les Manuscrits de M. Frenicle n'ont été qu'entre les mains de M. de la Hire. En general, ce que M. de Moulieres avoit pensé étoit fort ingenieux, & l'on pourroit par cette voye trouver en 2 ou 3 heures tous les nombres premiers, jusqu'à 25000, ce qui est très-expeditif. Nous sommes fâchez de n'avoir pas rendu plûtôt à l'Auteur, le témoignage qu'il méritoit.



ALGEBRE.

SUR UNE METHODE GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS.

V. les M. p. 277.

IL eſt glorieux aux premiers Auteurs qui ont travaillé ſur l'Algebre, que des difficultez qu'ils n'ont pû vaincre ne ſoient pas encore ſurmontées. Le cas *irréductible* du troiſiéme degré l'eſt encore comme il l'étoit du temps de Cardan, car l'Algebre n'eſt proprement connuë que depuis deux cens ans, & nous l'avons reçuë des mains des Italiens. Il n'y a que le ſecond degré pour lequel on ait des formules abſolument generales, & ſans exception, & il y a déja longtemps qu'on en eſt là.

Tout le monde ſçait que quand dans une Equation algebrique, il n'y a qu'une ſeule grandeur inconnuë mêlée & combinée avec des grandeurs connuës, on trouve auſſi-tôt par les grandeurs connuës la valeur de cette inconnuë, ſi dans tous les termes où elle ſe rencontre, elle eſt toûjours au même degré ; c'eſt-à-dire, toûjours lineaire, ou toûjours quarrée, ou toûjours cubique, &c. mais qu'au contraire, ſi elle monte à differents degrez, il eſt difficile de trouver ſa valeur, & d'autant plus difficile que le plus haut degré où elle monte eſt plus haut, parce qu'elle eſt enſuite d'autant plus ſouvent mêlée dans ſes degrez inferieurs avec les grandeurs connuës, & d'autant plus mal-aiſée à dégager d'avec elles. Tant qu'elle ne paſſe point le ſecond degré, on a tout d'un coup ſa valeur exprimée en grandeurs connuës

par une Formule generale qui comprend tous les cas poſſibles de ce degré. On auroit de même une Formule generale pour le troiſiéme, ſi ce n'étoit le fameux cas irréductible qui échape à la Formule, & on en auroit une pour le quatriéme, ſi ce n'étoit qu'il le faut abaiſſer au troiſiéme, & que par-là on tombe quelquefois dans le cas irréductible; hors du quatriéme degré, plus de Formule.

Si chaque degré pouvoit avoir ſa Formule generale, l'Algebre ſeroit à ſa derniere perfection, & encore plus, ſi toutes les Formules de chaque degré pouvoient s'accorder à en produire une infiniment generale pour tous les degrez, quels qu'ils fuſſent. Mais ce n'eſt-là qu'un ſouhait, ſur lequel il ne ſeroit pas même raiſonnable d'inſiſter.

Ce que M. de Lagni propoſe préſentement, peut tenir place d'une idée qui apparemment ne s'executera jamais. Il donne pour chaque degré, non une Formule generale qui dévelope tout d'un coup la valeur de l'inconnuë, mais une Methode generale qui la trouve après en avoir eſſayé pluſieurs de fauſſes, & ce qui releve encore le prix de cette Methode, c'eſt qu'elle eſt generale pour tous les degrez à l'infini.

Les Mathematiciens avoient remarqué que les differences des Quarrez naturels 0. 1. 4. 9. &c. étant les nombres impairs naturels, 1. 3. 5. &c. les differences de ces differences, ou les differences *ſecondes* des Quarrez étoient toûjours 2; ou plus generalement, que des nombres étant en progreſſion Arithmetique quelconque, la ſeconde difference de leurs quarrez étoit conſtante, & toûjours égale à deux fois le quarré de la difference de la progreſſion. Comme dans la progreſſion naturelle la difference eſt 1 dont le quarré eſt 1, la difference ſeconde des Quarrez naturels à l'infini doit être 2. De même on ſçavoit que la difference *troiſiéme* des Cubes naturels 0. 1. 8. 27. &c. étoit conſtante & toûjours 6, ou plus generalement, que des nombres étant en progreſſion Arithmetique la diffe-

rence troisiéme de leurs cubes étoit constante, & toûjours égale à 6 fois le cube de la difference de la progression.

Il ne paroît pas qu'on eût poussé ces Observations plus loin ; mais, ainsi que nous l'avons dit plus d'une fois, les proprietez qui ne se manifestent qu'en certaines especes de grandeurs, ne laissent pas de se trouver dans les autres especes de même genre, seulement elles y sont modifiées de la maniere que l'a exigé la difference d'espece, & par-là elles sont devenuës moins visibles, & plus envelopées. Aussi M. de Lagni remarqua-t-il que ces differences constantes qui n'avoient été apperçuës que dans la seconde & dans la troisiéme puissance, se trouvoient à l'infini dans toutes les autres, mais avec les deux modifications suivantes, qui ne sont que des consequences de ce qui a déja été établi.

1°. Comme il faut pour trouver la difference constante des quarrez, aller jusqu'à la difference seconde, & pour celle des cubes, jusqu'à la difference troisieme ; c'est-à-dire, jusqu'à la difference d'un degré égal à celui de la puissance, de même pour trouver la difference constante des quatriémes puissances des nombres d'une progression Arithmetique, il faut aller jusqu'à la difference quatriéme, & ainsi de suite à l'infini. Les differences d'un degré plus élevé, étant, pour ainsi dire, à une plus grande profondeur, elles n'ont pas dû être si-tôt apperçuës.

2°. Comme la difference constante des Quarrez est deux fois le quarré de la difference de la progression, la difference constante des Cubes, 6 fois le cube de la difference de la progression, ainsi la difference constante des Quatriémes puissances est 24 fois la quatriéme puissance de la difference de la progression ; la difference constante des Cinquiémes puissances 120 fois la cinquiéme puissance de cette même difference, &c. Or ces nombres *coëfficiens*, 2, 6, 24, 120, sont tels que le premier 2 est le produit des deux premiers nombres de la suite naturelle ; le second 6, le produit des trois premiers nombres de cette même suite ; le troisiéme 24, le produit des quatre

premiers nombres, & toûjours ainſi; deſorte qu'après 120 on trouve très-facilement par ces produits continuels, les nombres 720, 5040, 40320, &c. coëfficients des differences conſtantes de la ſixiéme, ſeptiéme, & huitiéme puiſſances, &c. Ces mêmes nombres 2. 6. 24. 720. 5040. 40320. &c. ſont auſſi les nombres de toutes les combinaiſons differentes qu'on peut faire des deux choſes priſes deux à deux, de trois priſes trois à trois, de quatre priſes quatre à quatre, &c.

Par ces deux Obſervations de M. de Lagni, on peut conſtruire des Tables de telle puiſſance qu'on voudra des nombres naturels, ou des termes de toute autre progreſſion Arithmetique. Car, par exemple, puiſque la difference ſeconde des Quarrez naturels eſt toûjours 2, dès que l'on a les trois premiers Quarrez, 1. 4. 9. on a leurs differences premieres, 3 & 5, & en ajoûtant à 5 leur difference ſeconde 2, on a 7 difference premiere du troiſiéme Quarré au quatriéme. Donc ce quatriéme Quarré eſt 9 plus 7; c'eſt-à-dire, 16, & toûjours ainſi de ſuite. Cette maniere d'operer eſt la plus ſimple, la plus facile, & la plus ſure de toutes, parce qu'elle ne conſiſte que dans l'Addition, & en même temps, à cauſe de ſon extrême facilité, elle porte ſa preuve avec ſoi, & ne laiſſe aucune crainte que le Calculateur puiſſe s'être mépris, même dans les plus grands Quarrez. Ce ſera la même choſe pour toutes les autres puiſſances, en y obſervant les changements neceſſaires; l'Addition ſera toûjours la ſeule operation que l'on employera, mais comme il faudra ſe ſervir d'une difference conſtante plus reculée, il faudra ſelon la même proportion un plus grand nombre d'Additions.

Cette maniere d'élever à une puiſſance quelconque par la ſeule Addition les termes d'une progreſſion Arithmetique, a conduit plus loin M. de Lagni. Il a ſongé à en faire l'application aux Equations algebriques d'un degré quelconque déterminées; c'eſt-à-dire, qui n'ont qu'une inconnuë dont on cherche les valeurs. Il ſuppoſe que

l'Equation ait reçû trois préparations qui ſont ordinaires, 1°. Qu'elle ſoit délivrée de fractions, 2°. d'incommenſurables, 3°. que le coëfficient de la haute puiſſance ſoit évanoui. Les deux premieres préparations ſont neceſſaires pour le calcul, la troiſiéme aſſûre qu'aucune des valeurs de l'inconnuë ne ſera un nombre rompu, mais ſeulement un nombre entier, ou un nombre irrationnel. Il y a beaucoup de cas où elle n'eſt pas neceſſaire; mais nous la ſuppoſerons toûjours faite, parce qu'enfin elle ne peut nuire. Du reſte, il n'eſt nullement beſoin de faire évanouir aucun terme moyen de l'Equation, ce que l'on fait ſouvent par d'autres methodes, & la diſpoſition des Signes plus & moins eſt indifferente. On ſuppoſe auſſi que la grandeur entierement connuë dans l'Equation ſoit poſitive, car ſi elle ne l'étoit pas telle qu'elle eſt donnée, elle le deviendroit aiſément par un ſimple changement des Signes. Cette grandeur s'appelle *Homogene de comparaiſon*, à la difference des autres termes qui étant homogenes auſſi-bien qu'elle; c'eſt-à-dire élevez à un certain degré toûjours le même dans une même équation, ne ſont pas comme elle les grandeurs auſquelles il faut tout rapporter & tout comparer.

Les préparations étant donc ſuppoſées, voici quelle eſt l'idée de M. de Lagni. Il a veu que comme en quarrant les termes d'une progreſſion Arithmetique, leur difference ſeconde étoit conſtante, de même ſi dans une Equation du ſecond degré, l'on donnoit ſucceſſivement à l'inconnuë les differentes valeurs des termes d'une progreſſion Arithmetique quelconque, celles qui venoient enſuite neceſſairement pour l'homogene de comparaiſon avoient des differences ſecondes conſtantes, & conſtantes de la même maniere; c'eſt-à-dire, toûjours égales à deux fois le quarré de la difference de la progreſſion. Si le coëfficient du quarré de l'inconnuë n'étoit pas évanoui, il faudroit que le quarré de la difference de la progreſſion fût multiplié par ce coëfficient. Par ce qui a été dit ſur les puiſſances des Nombres, il eſt aiſé d'appli-

quer cette regle des Equations du ſecond degré aux Equations du troiſiéme, du quatriéme, &c. à l'infini.

Par les differences conſtantes on a la commodité de pouvoir trouver avec la ſeule Addition tous les homogenes de comparaiſon, qui dans une Equation quelconque propoſée répondront aux differentes valeurs des termes de la progreſſion Arithmetique, ſubſtituées à l'inconnuë. Si par quelqu'une de ces ſubſtitutions, il vient un homogene de comparaiſon égal à l'homogene donné dans l'Equation, il eſt ſur que le terme de la progreſſion Arithmetique qui aura été ſubſtitué dans cette operation, eſt une des valeurs de l'inconnuë, & une des réſolutions de l'Equation propoſée. Et afin qu'entre tous les homogenes de comparaiſon que l'on trouvera ſucceſſivement, celui qui eſt donné dans l'Equation vienne neceſſairement, s'il peut venir, il faut que la progreſſion Arithmetique dont on applique les nombres l'un après l'autre à l'inconnuë, ſoit la progreſſion naturelle qui comprend tous les nombres entiers, car on ſuppoſe que les valeurs de l'inconnuë ne peuvent être des fractions. Mais comme ces mêmes valeurs peuvent être des nombres irrationnels, qui ne ſont pas compris dans la progreſſion, il arrivera alors que l'on trouvera par les ſubſtitutions deux homogenes conſecutifs, l'un d'une unité plus petit, l'autre d'une unité plus grand que le donné, marque certaine que la valeur de l'inconnuë ſera un nombre irrationnel compris dans l'intervalle des deux nombres correſpondants de la progreſſion naturelle qui auront produit ces homogenes, par exemple, entre 10 & 11. On trouvera par les Regles des Approximations des nombres rationels toûjours plus approchants à l'infini, & ſi approchants que l'on voudra de ce nombre irrationnel.

L'homogene donné ou eſt poſitif ou a été rendu tel. Mais il peut arriver que par les ſubſtitutions il vienne d'abord des homogenes negatifs. Si ces homogenes negatifs forment une ſuite qui aille en décroiſſant, il la faut

épuiſer, après quoi viendront les homogenes poſitifs, parmi leſquels le donné doit être compris. Si les homogenes negatifs vont en croiſſant, il faut qu'ils croiſſent juſqu'à un certain terme, qu'ils décroiſſent enſuite, & qu'après cela viennent les poſitifs.

Il peut arriver auſſi que les homogenes poſitifs croiſſent juſqu'à un certain terme, décroiſſent enſuite, deviennent après cela negatifs & croiſſants à l'infini, & que le plus grand des homogenes poſitifs trouvez ſoit plus petit que le donné. Alors toutes les racines de l'Equation, ou valeurs de l'inconnuë ſont imaginaires.

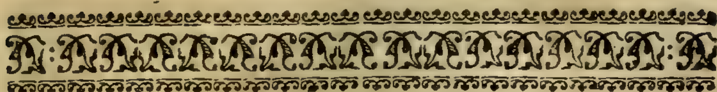
Si par la ſubſtitution de 1, premier terme de la progreſſion naturelle, on trouve un homogene plus grand que le donné, la valeur de l'inconnuë eſt donc moindre que l'unité, & comme ce ne peut être une fraction rationelle, ainſi que nous l'avons toûjours ſuppoſé, c'eſt une fraction irrationnelle.

Une valeur de l'inconnuë une fois trouvée, l'Equation eſt abaiſſée d'un degré, & il faut operer ſelon la même methode ſur cette équation abaiſſée, ce qui donne les autres valeurs. Le principe de cette pratique eſt, que dans une Equation quelconque l'homogene de comparaiſon eſt le produit de toutes les valeurs de l'inconnuë; par-là on voit aiſément ce qu'il y a à faire pour parvenir de la connoiſſance d'une des valeurs à celle de toutes les autres.

Nous ne donnons ici que l'eſprit general de la Methode de M. de Lagni. S'il la faloit ſuivre dans toute l'étenduë que nous avons repréſentée, les operations en ſeroient ſouvent trop longues, à cauſe du grand nombre de ſubſtitutions neceſſaires. Auſſi M. de Lagni ne la propoſe-t-il qu'avec les abreviations qui en facilitent la pratique, & qui épargnent de longs circuits.



GEOMETRIE.



GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES ET LES SECANTES DES ARCS CIRCULAIRES.

VOICI ce qui avoit déja été annoncé dans l'Hiſtoire de 1703.* Un arc circulaire quelconque étant donné, avec ſon Rayon, ſa Tangente, & ſa Secante, M. de Lagni trouvoit par une Regle generale la Tangente & la Secante de tout autre arc multiple du premier. Il avoit envoyé cette Formule à l'Academie, mais ſans en donner la demonſtration qu'il diſoit être très-longue, peut-être pour détourner les Geometres de la chercher & de la lui enlever, quoiqu'elle ne fût fondée, à ce qu'il avouoit lui-même, que ſur deux Propoſitions d'Euclide. Maintenant il donne ici & la Regle & la Démonſtration, qui eſt très-courte, & très-aiſée, nouveau merite pour cette Démonſtration, & dont il n'avoit pas voulu d'abord lui faire honneur.

V. les M. p. 254.
* p. 64.

Il a été dit dans l'endroit cité de l'Hiſt. de 1703, que les Tangentes & les Secantes de differents arcs, ni ne ſuivent la proportion des arcs auſquels elles répondent, ni n'ont entre elles une raiſon fixe & conſtante qui les regle. Cela ſaute aux yeux par l'exemple de la Tangente de 45, & de celle de 90. L'un de ces arcs eſt double de l'autre, la Tangente de 45 eſt égale au Rayon, & celle de 90 eſt infiniment grande. Il paroît par-là que les Tan-

gentes doivent avoir une marche, pour ainsi dire, fort irréguliere, & qu'elles ne vont que par sauts, & de-là vient la difficulté de découvrir celles que l'on ne connoît point par celles que l'on connoît; car ce chemin ne se peut faire, si l'on ne tient une espece de fil qui conduise des unes aux autres, c'est-à-dire, quelque chose qui leur soit commun à toutes, & qui détermine chacune d'elles à une certaine grandeur.

Aussi ce Problême n'avoit-il point encore été résolu. Il est bien vrai que l'on trouvoit les Tangentes une à une pour chaque arc en particulier, & de plus on avoit une regle generale pour les Tangentes des arcs doubles & soudoubles, mais on ne pouvoit avoir par cette regle les Tangentes des arcs triples, quintuples, &c. & par conséquent elle n'étoit qu'une petite portion d'une regle generale qui auroit compris les Tangentes de tous les arcs multiples indéfiniment. Il est vrai aussi que comme on a la * Regle generale des Cordes ou des Sinus des arcs multiples quelconques, & que les Tangentes ont un certain rapport constant aux Sinus, on pouvoit par la progression des Sinus avoir celles des Tangentes, mais ce n'étoit pas avoir les Tangentes immédiatement; & d'ailleurs M. de Lagni remarque que par cette voye on seroit tombé dans de grands embarras de calcul, & quelquefois dans des impossibilitez.

* V. l'Hist. de 1702. p. 58.

Non-seulement il trouve la progression ou la Regle generale des Tangentes, mais il la trouve si immédiatement, qu'il n'a pas même besoin de les considerer dans le Cercle, ni d'employer aucune des proprietez du Cercle. Il lui suffit d'avoir un seul Triangle rectangle où tout soit connu, & tel qu'un de ses angles aigus soit celui dont la Tangente doit être la premiere dans la progression. Par exemple, cet angle sera d'un degré, d'une minute, si l'on veut avoir la suite des Tangentes de degré en degré, ou de minute en minute. La base de cet angle est sa Tangente, l'hipotenuse est sa Secante, & le troisiéme côté est le Rayon. Ces trois lignes étant supposées connuës, il

ne faut pour avoir la Tangente de l'angle double, qu'ajoûter à cet angle un angle égal, tirer une nouvelle hipotenuse, & prolonger la premiere Tangente jusqu'à ce qu'elle l'a rencontre. On connoîtra très-facilement ce que vaut la prolongation de la Tangente par cette seule proposition d'Euclide, que si un angle est divisé en deux également par une ligne qui coupe la base, les deux parties de la base sont proportionnelles aux deux côtez de l'angle. La prolongation de la premiere Tangente étant connuë par là, on a la Tangente entiere de l'angle double, & par la même voye celle de l'angle triple, & toûjours ainsi de suite.

Dans l'expression de toutes les Tangentes à l'infini, il n'entre que le Rayon & la Tangente du premier angle, mais ces grandeurs sont d'autant plus multipliées, que les Tangentes qu'elles expriment sont Tangentes d'un angle plus multiple du premier, & ç'a été en observant ces expressions toûjours plus compliquées que M. de Lagni a découvert qu'elles n'étoient que des Puissances de la somme du Rayon & de la Tangente du premier angle, d'autant plus élevées qu'elles exprimoient des Tangentes d'un angle plus multiple, & de plus, disposées en fractions d'une certaine façon particuliere, & avec un certain arrangement indispensable des Signes plus & moins.

Les Secantes sont venuës necessairement par la même voye, & tout cela ne demande que la proposition d'Euclide que nous avons rapportée, avec la 47eme du premier Livre. Cet excès de simplicité & de facilité sembleroit peut-être diminuer le prix de la découverte, si elle ne s'étoit dérobée jusqu'à présent aux yeux des plus grands Geometres. C'est une gloire qui manque ordinairement aux premiers Inventeurs, que celle d'avoir pris le chemin le plus court & le plus facile.

Comme par la Methode de M. de Lagni on monte de la Tangente d'un angle quelconque aux Tangentes de tous ses multiples, on redescend aussi aisément de la Tan-

gente d'un angle multiple, à celles de ses soumultiples quelconques. Si, par exemple, ayant la Tangente d'un angle, on veut avoir celle du tiers de cet angle, il ne faut que prendre la Formule qui appartient à la Tangente de l'angle triple, la Tangente du tiers de cet angle y est necessairement comprise, & on l'en tire par une seule équation. Les Tangentes des soumultiples de l'angle droit se présentent en un moment, car la Tangente de l'angle droit étant infinie, & par consequent le dénominateur de la fraction qui l'exprime égal à zero, si l'on veut, par exemple, la Tangente de l'angle de 45, il faut prendre la Formule de la Tangente de l'angle double, qui est alors le droit, & en égalant son dénominateur à zero, on voit aussi-tôt la Tangente de 45 qui vient égale au Rayon.

SUR LES FORCES CENTRALES

DES PLANETES.

V. les M. p. 347. * p. 76.

NOUS avons avancé dans l'Histoire de 1703. * que les Forces centrales étoient un *sujet que l'on pouvoit desormais mettre à part comme épuisé.* Il paroît l'être effectivement, & ce que M. de Varignon donne ici n'est point une augmentation d'une Theorie qui est incapable d'en recevoir, puisqu'elle est infiniment generale, c'est seulement une nouvelle application, mais qui merite presque d'être mise au même rang que si c'étoit une augmentation veritable.

* pag. 89. & 90.

Il a été prouvé dans l'Histoire de 1700. * que la Force centrale d'un Corps qui se meut en ligne droite, par exemple, la pesanteur d'un Corps qui tombe & tend au centre de la Terre, supposé qu'elle soit constante, & continuellement appliquée, doit s'exprimer par une Division ou fraction dont le Numerateur est l'infiniment petit de l'infiniment petit de l'espace parcouru dans un temps

infiniment petit & le Dénominateur le quarré de ce temps. Mais si l'on considere les Forces centrales dans des mouvements faits par des lignes courbes, alors, ainsi qu'il a été dit dans cette même Histoire *, ces Forces, quoique constantes en elles-mêmes, ont une action inégale, selon que la direction ou la ligne droite par laquelle elles font tendre le Mobile à un centre, est plus ou moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant chaque instant. C'est-là toute la difference des Forces centrales considerées dans des mouvements rectilignes, ou dans des mouvements curvilignes. Or il est très-aisé de faire voir que dans ces derniers mouvements, l'action de la Force centrale est d'autant moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant un instant infiniment petit, ou, ce qui revient au même, est d'autant plus forte, que cet arc est plus grand par rapport à l'infiniment petit de la ligne droite tirée du point de la Courbe où est alors le Mobile au centre auquel il tend. Par consequent l'inégalité de l'action de la Force centrale dans un mouvement curviligne doit s'exprimer par une fraction dont le numerateur est un arc quelconque de la Courbe infiniment petit, & le dénominateur l'infiniment petit de la ligne droite correspondante par laquelle agit la Force centrale. Donc cette fraction multipliée par celle qui convient aux Forces centrales considerées dans les mouvements rectilignes, exprime les Forces centrales des mouvements curvilignes, accompagnées de l'inegalité de leur action. Il seroit inutile de faire observer que dans ces derniers mouvements les espaces parcourus qui font le numerateur de la premiere fraction, ne peuvent être que des infiniment petits du second genre des arcs de la Courbe. Les deux fractions ainsi multipliées l'une par l'autre, font la Formule generale de Monsieur Varignon pour toutes les Forces centrales possibles des mouvements curvilignes.

* p. 94.

Il n'étoit plus question que d'appliquer à cette Formule differentes Courbes, & de voir quelles Forces centra-

les en résultoient. C'est-là, comme on l'a déja veu, ce que M. Varignon a executé dans une assez grande étenduë. Sur tout il a examiné les Forces centrales qui devoient naître du mouvement des Planetes sur les differentes Courbes que leur assignent differents Astronomes; les deux principales sont l'Ellipse ordinaire ou de Kepler, & celle de M. Cassini, dont on a marqué la difference
*p. 96. dans l'Hist. de 1700. * Selon l'une & l'autre hypothese, des Ellipses décrites par les Planetes sont telles que le Soleil est un des foyers de chacune, ou, ce qui est la même chose, un foyer commun à toutes.

Il suit de-là necessairement que le mouvement des Planetes est excentrique au Soleil, & qu'elles ont toutes un Aphelie & un Perihelie; c'est-à-dire, deux points de leur Ellipse diametralement opposez, dont l'un est plus éloigné du Soleil & l'autre plus proche que tout autre. Il est constant chez les Astronomes que cet Aphelie & ce Perihelie sont mobiles, & que si une Planete dans une de ses révolutions a son Aphelie à un certain point du Ciel, elle ne l'a plus au même point dans la révolution suivante. Ce mouvement de l'Aphelie empêche que les Ellipses ne soient exactement des Ellipses, ou toute autre espece de Courbe supposée; car il arrive la même chose que si pendant le temps qu'une Planete décrit son Ellipse, le plan où seroit cette Ellipse avoit lui-même un mouvement égal à celui qu'on trouve dans l'Aphelie par les Observations, le mouvement de la Planete seroit composé & de son mouvement Elliptique, & de celui de son plan, & par consequent la Courbe qu'elle décriroit réellement ne seroit plus une Ellipse, mais une autre Courbe, d'autant plus differente de l'Ellipse, que le mouvement de l'Aphelie seroit plus grand pendant une révolution de la Planete.

Si l'on veut se faire une idée de tout ceci selon la Phisique, & selon quelque Sistême des Cieux, on peut concevoir que la figure du Tourbillon, où notre Soleil domine, est déterminée par la differente force des Tour-

billons voiſins, qui l'environnent & le preſſent, & par les differentes peſanteurs des differentes couches de la matiere fluide dont il eſt composé, que ce Tourbillon étant diviſé par le Soleil en deux moitiez, elles ſont inégales, & l'une plus grande que l'autre, parce qu'elle eſt moins preſſée par les Tourbillons voiſins, ou qu'elle contient une matiere qui a plus de force pour s'éloigner du Soleil, que les Orbes décrits par les Planetes autour du Soleil prennent la figure generale du Tourbillon, & ont leur Aphelie vers la même extrêmité où le Tourbillon a auſſi le ſien, que comme tout ce qui eſt en mouvement change & varie continuellement, l'action des Tourbillons voiſins qui étoit plus foible vers l'Aphelie de notre Tourbillon, devenant peu à peu plus forte, ou la matiere qui eſt vers cet Aphelie, moins propre à s'éloigner du Soleil avec une certaine force, la figure du Tourbillon ſe renverſe avec le temps, & l'Aphelie ſe tranſporte où étoit auparavant le Perihelie. Il faut obſerver que le renverſement total ne ſe peut faire que dans une très-longue ſuite de ſiecles. L'Aphelie de la Terre, par exemple, ne change en un an que d'une Minute & de deux Secondes, avec quelques Tierces.

Quoiqu'il en ſoit de cette eſpece de petit Siſtême, les faits ſont conſtants, & c'en eſt aſſez. Les Planetes ne décrivent point les mêmes Courbes que ſi leurs Aphelies étoient immobiles, & quoique les Ellipſes qu'on leur attribuë ſoient peu alterées, à cauſe de l'extrême lenteur du mouvement des Aphelies, elles le ſont dans la rigueur Geometrique, & ceſſent d'être des Ellipſes. M. Varignon en avoit conſideré les Forces centrales, en les ſuppoſant purement Ellipſes, & en ne conſiderant point le mouvement des Aphelies; maintenant il le conſidere, & par conſequent les Courbes étant differentes, les Forces centrales le ſont auſſi. La difficulté n'eſt que de déterminer la nouvelle Courbe réſultante de la compoſition des deux mouvements.

Pour cela, l'Orbe de la Planete étant ſuppoſé Ellipti-

que, ou même de telle autre figure qu'on voudra, M. Varignon ſuppoſe que le plan de cet Orbe ſe meut circulairement autour d'un point fixe, & que ce point fixe eſt le foyer de l'Ellipſe où eſt le centre du Soleil. Si au bout d'un certain temps, la Planette par ſon mouvement particulier doit ſe trouver à un certain point de ſon Ellipſe, il eſt viſible que par le mouvement circulaire du plan de cette Ellipſe fait en même temps, elle doit ſe trouver à un autre point, qui n'appartiendra point à l'Ellipſe, mais à la Courbe compoſée des deux mouvements. Ce point ſe détermine par la proportion qu'on ſuppoſe entre le mouvement Elliptique & le circulaire. Après cela, M. Varignon conſidere un pas infiniment petit de chacun des deux mouvements, fait dans le même inſtant, & trouve de la même maniere le point où la compoſition des deux mouvements porte la Planette, different de celui où l'auroit miſe le mouvement elliptique ſeul. La ligne droite infiniment petite, tirée de ce ſecond point au premier qui a été trouvé, eſt un arc infiniment petit de la Courbe cherchée.

Cet arc infiniment petit de la Courbe, eſt comme tout autre arc de cette eſpece, l'hipotenuſe d'un triangle rectangle. Ici, un de ces côtez qui comprennent l'angle droit eſt la difference infiniment petite d'un rayon de l'Ellipſe, tiré du foyer où eſt le Soleil à la circonference, l'autre côté eſt un arc circulaire infiniment petit compoſé de deux arcs circulaires mis bout à bout, le premier pris dans l'Ellipſe, & correſpondant à l'infiniment petit du mouvement Elliptique, le ſecond produit par le mouvement circulaire du plan de l'Ellipſe. La connoiſſance du rapport que ces deux arcs ont entre eux ou de celui qu'ils ont l'un ou l'autre à l'arc total qu'ils forment, eſt abſolument neceſſaire pour parvenir à celle du petit arc de la Courbe compoſée des deux mouvements.

Kepler a établi ſur un grand nombre d'obſervations, que les temps employez par une Planete à parcourir differents arcs de ſon Ellipſe, ſont entre eux comme les eſpaces correſpondants du plan de cette Ellipſe, compris

pris entre ses Rayons, tirez du foyer où est le Soleil aux extremitez de ces arcs. Ainsi si l'on a trois points du mouvement d'une Planete sur son Ellipse; c'est-à-dire, deux arcs qu'elle ait décrits, il faut tirer du Soleil à ces trois points trois lignes, mesurer par les Methodes Geometriques les deux espaces compris entre ces trois lignes, & le rapport de ces espaces sera celui des temps que la Planete a employez à parcourir les deux arcs correspondants. Si l'on applique cette hipothese de Kepler, non seulement au mouvement circulaire du plan de l'Ellipse de la Planete, mais aussi au mouvement composé de la Planete, on trouvera que les espaces parcourus en même temps, & par consequent leurs infiniment petits, auront toûjours entre eux un rapport constant & invariable. Or dans les infiniment petits de ces espaces entrent necessairement ces arcs circulaires dont nous venons de dire, qu'il faloit connoître le rapport, & par-là vient aussi ce rapport que l'on cherchoit.

Après tout cela, il ne reste plus qu'à déterminer l'Ellipse, ou quelqu'autre Courbe, que l'on voudra faire décrire à la Planete par son mouvement particulier, & l'on aura aussi-tôt la Courbe composée qui est celle de son mouvement réel & effectif. Dès qu'elle est trouvée, la Formule generale des Forces centrales donne celles qui lui conviennent à tous ses differents points, & il n'est plus question que d'en faire le calcul.

En cherchant la Courbe composée que la Planete décrit réellement, M. Varignon trouve en son chemin une autre Courbe qui s'offre d'elle-même. Il l'appelle *Déterminatrice de l'Aphelie*, parce qu'à chaque moment du cours réel de la Planete, elle marque le point correspondant où l'Aphelie se trouve sur le cercle qu'il décrit.

Jusqu'ici la maniere dont M. Varignon s'est conduit dans sa recherche a été de comparer le mouvement de l'Aphelie au mouvement de la Planete réel & composé. Mais M. Neuton qui dans le fameux Ouvrage des *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle*, a fait la

même recherche, s'y est conduit autrement, & a comparé le mouvement réel & composé de la Planete, au mouvement simple qu'elle auroit sur son Ellipse, si l'Aphelie étoit immobile.

M. Varignon prend aussi ce tour, & fait voir par-là l'universalité, &, pour ainsi dire, la flexibilité de sa methode. Il est aisé de voir que quand on feroit décrire à la Planete quelqu'autre Courbe que l'Ellipse de Kepler, ou celle de M. Cassini, quand on feroit tourner le plan de cette Courbe, non autour du Soleil, mais autour de tout autre point fixe quelconque, quand même on imagineroit pour cette composition de mouvements, comme a fait M. Neuton en quelques exemples, des mouvements simples qui ne pourroient convenir aux corps celestes, tout cela s'expedieroit avec la même facilité, & ce n'est pas la peine qu'on s'y arrête. Une Methode est en Geometrie ce qu'est en Chimie un Esprit, & les exemples qu'on donne de cette Methode sont le flegme de l'Esprit. Il faut quelque exemple pour faire sentir la methode comme il faut toûjours un peu de flegme pour porter l'Esprit, mais il faut bien se garder de noyer l'Esprit par la trop grande quantité de flegme.

V. les M. p. 56.

NOUS renvoyons aux Memoires une Recherche purement Geometrique de Monsieur Carré, sur une Courbe formée par un mouvement qu'il donne au diametre d'un Cercle.

CETTE année, parut un Livre de M. Guisnée, intitulé, *Application de l'Algebre à la Geometrie, &c.* quoique cet Ouvrage ne soit fait que pour ceux qui commencent, il mérite par l'importance de la matiere, que nous en parlions ici avec quelque étenduë.

L'Algebre exprime par des Lettres, toutes les grandeurs, soit nombres, soit lignes, soit degrez de vîtesse, &c. Comme il y a dans toutes les recherches quelque chose

de connu ou de donné, elle exprime par certaines Lettres qu'on appelle *Inconnuës*, les grandeurs dont on veut découvrir la valeur, ou, ce qui est la même chose, le rapport à des grandeurs ou lettres connuës. Par exemple, si on cherche une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données, on trouve aussi-tôt par une Equation d'Algebre très-simple, que la lettre inconnuë, ou la moyenne proportionnelle cherchée est égale à la Racine quarrée du produit des deux grandeurs données & connuës. Cette racine quarrée est *l'expression* algebrique de la grandeur qu'on cherchoit. Si dans ce même exemple il s'agissoit de lignes, & que par consequent la grandeur cherchée en fût une, il faudroit ensuite trouver une ligne dont cette Racine quarrée fût l'expression, & il est visible par les premiers Elements de Geometrie qu'étant décrit un cercle qui eût pour diametre les deux grandeurs données mises bout à bout, si on élevoit au point où elles se joindroient une perpendiculaire qui se terminât à la circonference, cette perpendiculaire seroit la ligne cherchée. Trouver par la proprieté Geometrique du Cercle cette ligne telle que la demandoit l'expression algebrique, c'est *appliquer l'Algebre à la Geometrie*; décrire ce Cercle d'un certain diametre déterminé, & élever cette perpendiculaire, c'est *construire le Problême* qui avoit été proposé.

Si tous les cas étoient aussi simples que celui-là, l'Application de l'Algebre à la Geometrie n'auroit pas beaucoup de difficulté, mais ordinairement les expressions que donnent les operations d'Algebre pour les grandeurs inconnues sont beaucoup plus *composées*. Elles le sont d'autant plus en general, que les lettres inconnuës montent à des puissances ou degrez plus hauts, ou, ce qui est conté pour la même chose, que les lettres inconnuës, lorsqu'il y en a plus d'une, forment entre elles des produits d'un plus grand nombre de dimensions. En voici la raison essentielle. L'objet & la fin de toutes les operations d'Algebre est d'avoir dans un membre d'une Equation la let-

tre inconnuë ſeule, & dans l'autre toutes les lettres connuës, ſeules auſſi & ſans mêlanges d'inconnuës; car alors il eſt clair que la valeur de l'inconnuë eſt trouvée. Mais on ſçait par la maniere dont les puiſſances ſe forment, que ſi une lettre inconnuë monte à une puiſſance plus élevée, elle ſe trouvera enſuite dans ſes puiſſances inferieures mêlée & combinée un plus grand nombre de fois avec des grandeurs connuës, & par conſequent il ſera d'autant plus difficile de l'en dégager. C'eſt la même difficulté pour pluſieurs lettres inconnuës qui ſe multiplient ſeules les unes les autres, & qui enſuite ſont differemment multipliées par les lettres connuës. Les Problêmes tirent leur nom du degré où monte la lettre inconuë. Ils ſont *ſimples* ou *du premier degré* ſi elle ne paſſe pas ce degré; *plans* ou du *ſecond degré*, ſi elle eſt quarrée; *ſolides* ou *du troiſiéme degré*, ſi elle va juſqu'au cube, & ainſi de ſuite. C'eſt la même choſe pour les produits des lettres inconnuës entre-elles, horſmis qu'alors il ne peut y avoir de premier degré. Ces dénominations des Problêmes portent en même temps le caractere de leur difficulté.

Une grandeur inconnuë élevée à un degré quelconque, n'eſt connuë que quand on connoît ſa racine correſpondante à ce degré. Ainſi un cube inconnu ne vient à être connu que quand on connoît ſa racine cubique. Or une grandeur élevée à un degré quelconque a toûjours autant de racines, ſoit *réelles*, ſoit *imaginaires*, qu'il y a d'unitez dans ce degré, & par conſequent ſi pour réſoudre un Problême on eſt arrivé à une Equation où il n'y ait qu'une lettre inconnuë, on ne lui pourra trouver qu'autant de racines qui ſatisfaſſent au Problême, ou, ce qui eſt la même choſe, autant de ſolutions du Problême tout au plus, que le degré de cette lettre inconnuë aura d'unitez. Je dis *tout au plus*, car il ſe pourra trouver des racines imaginaires, qui n'étant rien, & même ne pouvant être, ne donneront aucune ſolution, & s'il n'y en avoit point d'autres, le Problême ſeroit impoſſible & contradictoire. Comme il n'y a donc qu'un certain

nombre de ſolutions pour les Problêmes qui ſe réduiſent à une ſeule inconnuë, on les appelle *déterminez*. Au contraire, ils ſont *indéterminez*, s'il y reſte dans une ſeule Equation deux ou pluſieurs inconnuës, que l'on ne puiſſe réduire à une ſeule par le moyen de quelques autres Equations. Suppoſons qu'il n'y en ait que deux, ce qui eſt le cas le plus ordinaire. Alors en donnant arbitrairement à une des inconnuës telle valeur qu'on voudra, on détermine neceſſairement la valeur de l'autre, qui en eſt abſolument dépendante en vertu de l'Equation, & comme le nombre des valeurs arbitraires qu'on peut donner à une inconnuë eſt infini, celui des valeurs qui naiſſent de-là pour l'autre inconnuë, l'eſt pareillement, & par conſequent auſſi le nombre des ſolutions du Problême indéterminé.

Par exemple, ſi l'on cherche deux lignes proportionnelles à deux lignes données, on trouvera une équation où ſeront les deux lignes inconnuës, multipliées l'une par une des données, l'autre par l'autre, & l'on ne pourra avancer ni découvrir rien de plus, à moins que de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnuës, après quoi l'autre viendra neceſſairement, ce qui peut être recommencé une infinité de fois. Ainſi les Algebriſtes ont raiſon de dire, que réſoudre un Problême indéterminé, c'eſt réſoudre une infinité de fois un Problême déterminé. De même, ſi l'on cherche une ligne qui coupant en deux parties quelconques le diametre d'un cercle, ſoit moyenne proportionnelle entre ſes deux parties, on trouvera que toute ligne perpendiculaire menée de la circonference ſur le diametre a cette proprieté, & pour en avoir une il faudra déterminer arbitrairement un point du diametre ſur lequel elle tombera. Il eſt viſible que ce diametre ayant une infinité de points, ce Problême a une infinité de ſolutions.

Si l'on vouloit conſtruire le premier Problême que nous venons de donner en exemple, il faudroit tirer l'une des deux lignes données, & ſur ſon extremité poſer l'autre

qui feroit avec elle un angle quelconque, par exemple, un angle droit. Ensuite on tireroit l'hipotenuse de cet angle, on prolongeroit à l'infini la premiere ligne donnée, & l'hipotenuse; & alors toutes les lignes tirées de la premiere ligne prolongée à cette hipotenuse parallelement à la seconde ligne donnée, auroient aux parties correspondantes de la premiere ligne le même rapport que les deux lignes données avoient entre-elles. Cela est évident, puisque ce n'est qu'un triangle infini, qui a une infinité de bases paralleles. En ce cas l'hipotenuse infinie de ce triangle, d'où l'on peut tirer une infinité de paralleles qui toutes satisferont à la question est appellée un *Lieu*, parce qu'elle contient tout ce qu'on cherchoit. De même c'est un Lieu que la demicirconference d'un cercle d'où l'on peut tirer toutes les perpendiculaires qui couperont le diametre de façon qu'elles soient moyennes proportionnelles entre ses deux parties.

On appelle *Origine* d'un lieu le point d'où partent & d'où naissent, pour ainsi dire, toutes les lignes qui résolvent un Problême indéterminé. Ainsi le sommet du triangle infini est l'origine du lieu qui contient toutes les lignes proportionnelles aux deux lignes données. L'une ou l'autre extremité du diametre d'un cercle est l'origine du lieu qui contient les moyennes proportionnelles aux deux parties quelconques de ce diametre. Je dis *l'une ou l'autre*, parce qu'il en faut déterminer arbitrairement l'une des deux, d'où l'on commencera à diviser le diametre.

Dans le triangle infini, l'hipotenuse qui passe par les extremitez de toutes les bases paralleles est une ligne droite, parce que toutes ces bases sont entre-elles comme les parties correspondantes de la ligne infinie sur laquelle elles sont posées, à conter depuis l'origine du lieu. Mais si c'étoient, non pas ces lignes paralleles ou bases, mais leurs quarrez qui fussent entre-eux comme les mêmes parties correspondantes de la ligne infinie qui les porte, alors l'hipotenuse qui passeroit par leurs extremi-

tez ne pourroit plus être une ligne droite, mais une Courbe, & on ſçait que ce ſeroit une Parabole. Si au lieu des quarrez des lignes paralleles, c'étoient leurs cubes, qui euſſent entre-eux ce rapport, ou enfin toute autre puiſſance, ce ſeroit encore une Courbe qui paſſeroit par leurs extremitez, mais une Courbe d'une autre eſpece. De-là il ſuit que dans tout Problême indéterminé où les inconnuës ne paſſent point la premiere puiſſance, on ne trouve qu'un *lieu à la ligne droite*; mais ſi elles montent au deſſus de la premiere puiſſance, le lieu ſera neceſſairement *à une ligne Courbe*. Ce qu'on dit ici des puiſſances d'une ſeule inconnuë, il le faut entendre auſſi des produits de deux inconnuës, lorſqu'ils auront un pareil nombre de dimenſions. Tout produit de deux inconnuës donne un lieu du même degré que celui où une ſeule inconnuë eſt quarrée, & ainſi du reſte.

Tous les Problêmes indéterminez du ſecond degré ſont donc neceſſairement renfermez dans les combinaiſons qu'on peut faire, ou du produit des deux inconnuës entre-elles, ou de leurs quarrez, le tout mêlé avec des grandeurs connuës. Or telle eſt la nature des quatre Courbes qui naiſſent des differentes ſections du Cone; c'eſt-à-dire du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole, & de l'Hiperbole, que leurs Abſciſſes & leurs Ordonnées forment tous ces rapports qui ne paſſent point le ſecond degré, & par conſequent ces Courbes ſont les lieux où tous les Problêmes de ce degré ſe réduiſent, & il faut ſçavoir les décrire pour la ſolution de ces Problêmes. A plus forte raiſon il faut connoître les proprietez geometriques de ces Courbes. L'application de l'Algebre à la Geometrie, demande donc, ne fût-ce que pour les Problêmes du ſecond degré, la connoiſſance des Sections Coniques. Auſſi M. Guiſnée en donne-t-il dans le Livre dont nous parlons un petit Traité aſſez inſtructif.

Il ne ſuffit pas de ſçavoir que tous les Problêmes, du ſecond degré ſe rapportent à quelqu'une des quatre Sections Coniques, il faut pouvoir reconnoître à laquelle ils ſe

rapportent, & de plus, de quelle maniere ils s'y rapportent. Sur cela, voici quel est l'esprit de la Methode, & des Observations de M. Guisnée.

L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe, peut paroître sous des formes differentes, & quelquefois si differentes, qu'on a de la peine à y reconnoître la même Courbe. La nature d'une Parabole, par exemple, consiste en ce que le quarré d'une Ordonnée quelconque est égal au rectangle de l'Abscisse correspondante par le Parametre, qui est une ligne constante, & qu'on suppose toûjours donnée. Cette Equation est une des plus simples qu'on puisse imaginer, & toutes les fois qu'on seroit arrivé à une pareille Equation où le quarré d'une des inconnuës seroit égal au rectangle de l'autre par une ligne donnée, on seroit bien sur que pour résoudre le Problême, il ne faudroit que décrire une Parabole qui eût la ligne donnée pour Parametre. Alors aussi l'origine du lieu du Problême, ou, ce qui est la même chose, le point d'où partiroient les deux especes de lignes qui le résoudroient, seroit le sommet du diametre sur lequel on auroit décrit la Parabole, car il est visible que de ce sommet naîtroient toutes les Abscisses & les Ordonnées à l'infini qui auroient la proprieté requise. Mais si l'Equation du Problême étoit telle qu'avec le quarré d'une inconnuë, ou avec le rectangle de l'autre inconnue par une ligne donnée, on mêlât, soit par Addition, soit par Soustraction, quelque rectangle de l'une des deux inconnuës soit par le Parametre, soit par quelque autre ligne donnée, alors quoique ce fût toûjours la même Parabole qui résolût le Problême, les inconnuës du Problême ne pourroient être que les Abscisses & les Ordonnées de cette Parabole modifiées d'une certaine façon; c'est-à-dire, augmentées ou diminuées de quelque chose, car enfin il leur est arrivé quelque changement, & elles n'en peuvent recevoir d'autres. Or l'origine commune des Abscisses & des Ordonnées d'une Parabole étant toûjours necessairement au sommet du diametre, par rapport auquel

quel elles ſont Abſciſſes & Ordonnées, dès que ces lignes ſont modifiées de la maniere dont il faut qu'elles le ſoient pour repréſenter les inconnuës du Problême, elles ne peuvent plus, avec ce changement qu'elles ont reçu, avoir encore leur origine commune à ce même ſommet, & par conſequent l'origine des inconnuës du Problême ou de ſon lieu n'eſt point au ſommet de la Parabole qui le réſout, mais en quelqu'autre point.

Cet exemple ſuffit pour faire comprendre & comment l'Equation d'une même Courbe peut être changée, & pour ainſi dire, déguiſée en pluſieurs manieres, & comment des Problêmes qui ſe rapporteront à une même Courbe s'y rapporteront differemment, parce que les origines de leurs inconnuës ſeront en differents points.

Entre toutes les Equations qui peuvent ſe rapporter à la Parabole, les plus naturelles & les plus ſimples ſont celles dont les deux inconnuës ont leur origine au ſommet du diametre qui leur appartient dans cette Courbe. De même les Equations les plus ſimples du Cercle & de l'Ellipſe ont leur origine au centre. L'Hiperbole eſt une Courbe qui en quelque ſorte en vaut deux, parce qu'elle peut être conſiderée de deux manieres qui fourniſſent deux Equations differentes. Si on la conſidere par rapport à un diametre, comme la Parabole, le Cercle, & l'Ellipſe, ou plûtôt à deux diametre *conjuguez*, comme l'Ellipſe, ſon Equation ainſi que celle de ces trois Courbes conſiſte dans le rapport du quarré d'une Ordonnée quelconque à un rectangle correſpondant, & l'Equation la plus ſimple a ſon origine à l'interſection des diametres qui eſt auſſi le centre de l'Hiperbole. Si on la conſidere par rapport à ſes Aſimptotes, ce qui lui eſt particulier, & ne peut convenir à aucune des trois autres Sections Coniques, ſon Equation ſe tire de l'égalité d'un quarré toûjours conſtant avec le rectangle des Abſciſſes & des Ordonnées, qui appartiennent à la Courbe priſe de cette façon, & la plus ſimple de ces Equations a ſon origine au ſommet de l'angle des Aſimptotes, qui eſt auſſi

le centre de la Courbe. De-là il ſuit que les deux manieres differentes dont on peut prendre l'Hiperbole, s'accordent à donner pour ſon Equation la plus ſimple celle qui a ſon origine au centre.

M. Guiſnée ne conſidere d'abord que ces Equations les plus ſimples des quatre Sections Coniques, & donne par les Obſervations ſuivantes des Regles pour les diſtinguer les unes d'avec les autres. Je ſuppoſe que toutes les Equations ſoient égalées à zero; c'eſt-à-dire, que l'on ait mis dans un membre de l'Equation tous ſes termes avec les differents ſignes qui leur conviendront, & dans l'autre zero ſeul. C'eſt une forme qui rend les Operations d'Algebre plus commodes en une infinité d'occaſions.

Une Equation à la Parabole, & une Equation aux Aſimptotes de l'Hiperbole, n'ont que deux termes, & ce qui les diſtingue, c'eſt que dans la premiere l'un des termes eſt le quarré d'une des inconnuës, & l'autre, le rectangle de l'autre inconnuë par une grandeur connuë, au lieu que dans la ſeconde Equation l'un des termes eſt le rectangle des deux inconnuës, & l'autre un quarré connu.

Les Equations au Cercle, à l'Ellipſe, & aux Diametres de l'Hiperbole ont trois termes, dont deux renferment les quarrez des deux inconnuës, & le troiſiéme eſt un quarré connu. L'Equation au Cercle differe des deux autres en ce que ſes deux quarrez inconnus ſont entierement dégagez de toute grandeur connuë, ce qui n'eſt pas dans l'Equation à l'Ellipſe, ni dans celle qui eſt aux diametres de l'Hiperbole en general, & l'Equation à l'Ellipſe & au Cercle differe de celle qui eſt aux Diametres de l'Hiperbole, en ce que les deux termes qui renferment ſes quarrez inconnus ont le même ſigne. La Theorie des Sections Coniques fait voir évidemment pourquoi les Equations qui appartiennent à ces quatre Courbes, paroiſſent ſous ces differentes formes.

Il eſt donc très-aiſé de reconnoître à laquelle de ces Courbes ſe rapportent les Equations du ſecond degré, lors qu'elles ſont du nombre de celles que nous appellons

les plus ſimples. Monſieur Guiſnée enſeigne la maniere de décrire les Courbes dont elles ont beſoin, ou, ce qui revient au même, de conſtruire les Problêmes qu'elles réſolvent.

Mais tout cela ſuppoſe que l'on ſoit arrivé à ces Equations les plus ſimples du ſecond degré, & ce ſont juſtement celles où l'on arrive le plus rarement. La plus grande partie des Equations, je parle toûjours de celles qui ne paſſent point le ſecond degré, ſont plus compoſées, & ont un plus grand nombre de termes, c'eſt-à-dire, car cela ne ſe peut autrement, que leurs inconnuës ſont encore multipliées ou les unes par les autres, ou par des grandeurs connuës.

Alors c'eſt une regle generale que l'origine des inconnuës n'eſt plus ou au ſommet du diametre d'une Parabole, s'il s'agit de cette Courbe, ou au centre des trois autres; & en effet il eſt clair, par l'exemple que nous avons rapporté ci-deſſus de la Parabole, que quand on introduit un troiſiéme terme dans ſon Equation, l'origine de ſes inconnuës ne peut plus être au ſommet d'un diametre, & réciproquement. Comme un lieu à la Parabole peut avoir une origine differente du ſommet de cette Parabole, il peut auſſi avoir une *fin* differente de celle de cette Courbe qui n'en a point, & s'étend à l'infini, & par conſequent il n'y aura qu'une certaine portion de la Parabole qui ſera propre à réſoudre le Problême. Il en peut être ainſi des autres Courbes.

Les Equations compoſées ſe reconnoiſſent encore le plus ſouvent, & ce qui fait l'eſſence des ſimples y domine aſſez pour l'ordinaire; hors de-là elles ſont équivoques. Une Equation qui n'a qu'un quarré inconnu, & où les deux inconnuës ne ſe multiplient point l'une l'autre, appartient toûjours à la Parabole. Celle qui pareillement n'a point le produit des deux inconnuës l'une par l'autre, & qui a deux quarrez inconnus, appartient toûjours à l'Ellipſe, ſi les deux quarrez inconnus ont le même ſigne, ou aux Diametres de l'Hiperbole, s'ils ont un ſigne

different. Celle qui a le produit des deux inconnuës, ſans aucun quarré inconnu, appartient aux Aſimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec le produit des deux inconnuës a un ſeul quarré inconnu, appartient également ou aux Diametres ou aux Aſimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec ce même produit a deux quarrez inconnus eſt douteuſe entre les quatre Courbes.

Pour la conſtruction des Problêmes qui dépendent des Equations compoſées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enſeigner à conſtruire les Problêmes ſur ſes Equations, telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les *réduire* aux ſimples. M. Guiſnée n'a pris que ce ſecond parti, & il nous avertit que Monſieur le Marquis de l'Hôpital avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il compoſoit quand il eſt mort. Nous l'a-
* 133. & 134. vons annoncé dans l'Hiſtoire de 1704. * & on travaille à l'imprimer.

On appelle en Algebre *ſeconds termes*, ceux où l'inconnuë a un degré de moins que dans le terme où elle eſt la plus élevée, & l'art de faire *évanouir* d'une Equation ces ſeconds termes; c'eſt-à-dire de former une nouvelle Equation où ils ne ſe trouvent plus, eſt une invention des plus ingenieuſes & des plus utiles de toute l'Algebre. On a veu par l'exemple que nous avons rapporté de la Parabole, & qui ſe doit appliquer aux autres Sections Coniques, que quand les Equations à ces Courbes n'ont pas leur origine à certains points déterminez, ou, ce qui eſt la même choſe, ne ſont pas les plus ſimples qu'elles puiſſent être, elles ont des ſeconds termes, & par conſequent il ne faut que les faire évanouir, pour réduire ces Equations compoſées aux plus ſimples, qui eſt tout ce qu'entreprend M. Guiſnée.

Differentes réſolutions du même Problême, également juſtes & démontrées, peuvent avoir differents degrez de ſimplicitez. Les Geometres ſont convenus entre-eux que la plus ſimple des quatre Sections Coniques eſt le Cercle, & même les Anciens ne contoient pour *Geo-*

metrique, que ce qui se pouvoit faire par le moyen de la ligne droite & du Cercle seulement. Tout le reste étoit *méchanique*. M. Descartes a fait voir que cette séverité étoit injuste, & que non-seulement les autres Sections Coniques, mais une infinité d'autres Courbes qui meritoient d'être appellées Geometriques à aussi bon titre que le Cercle, devoient donner aussi des solutions Geometriques. Depuis lui, on a fixé plus précisément par la Geometrie des Infiniment petits l'idée des Courbes *geometriques* & des *mechaniques*, telle que nous l'avons rapportée dans l'Histoire de 1704. * Mais cela n'empêche pas que les Courbes Geometriques n'ayent toûjours entre-elles differents degrez de simplicité. Non-seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle est plus simple que les autres, après lui c'est la Parabole, & l'Hiperbole prise par rapport à ses Asimptotes est celle qui l'est le moins. De-là il suit que si un Problême indéterminé du second degré peut être résolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut préferer la plus simple. Cette plus grande simplicité dans la solution fait une partie de ce qu'on appelle son *Elegance*, le reste consiste à la tirer plus immédiatement de ce qui est donné dans la Question, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires.

* p. 115.

Ce que nous avons dit sur les Problêmes indéterminez du second degré étant bien conçû, on voit d'un coup d'œil à quoi se réduisent en general les Problêmes déterminez de ce même degré. D'abord puisqu'ils sont déterminez, ils n'ont qu'une inconnuë, & par consequent ils ne peuvent jamais dépendre de l'Hiperbole entre ses Asimptotes. Ils n'ont qu'un quarré inconnu, & s'ils ont un second terme, il n'empêche pas que l'on n'ait toûjours par les grandeurs connuës la valeur du rayon sur lequel il faudra décrire un Cercle, s'il en est besoin. Enfin

puiſqu'ils ſont déterminez, ils n'ont qu'un certain nombre de ſolutions, & puiſqu'ils ſont du ſecond degré, ils n'en peuvent avoir que deux réelles tout au plus, d'où il ſuit qu'il ne peut y avoir dans la circonference du Cercle plus de deux points qui les réſolvent, or ces deux points ne peuvent être déterminez que par l'interſection d'une ligne droite & de cette circonference. Je ſuppoſe toûjours que l'on n'employe que le Cercle, puiſqu'il ſeroit vitieux d'employer une autre Courbe, quand même on le pourroit.

Lorſque ces Problêmes ſont impoſſibles, ou, ce qui eſt la même choſe, lorſque leurs deux ſolutions, ou les deux Racines de leur Equation, ſont imaginaires, on trouve que le Cercle tel que le demande leur conſtruction, & la ligne droite tirée comme elle le demande auſſi, ne peuvent ſe couper.

Le Cercle n'eſt pas même toûjours neceſſaire pour ces Problêmes, & quelquefois l'interſection de deux lignes droites ſuffit. La raiſon en eſt que l'on peut avoir deux Equations indéterminées du premier degré ou à la ligne droite, qui ayent chacune les deux mêmes inconnuës. Alors le Problême qui a conduit à ces deux Equations. eſt déterminé de ſa nature, parce qu'on peut toujours, en chaſſant par le moyen des deux Equations indéterminées l'une des deux inconnuës, le réduire à une ſeule. Il arrive quelquefois que par cette réduction, l'inconnuë qui reſte ſeule monte au ſecond degré & a un ſecond terme, & par conſequent le Problême eſt en ce cas un Problême déterminé du ſecond degré. Mais il y a deux manieres de le conſtruire, ou par les deux Equations indéterminées, ou par la ſeule Equation déterminée. Si on le conſtruit de la premiere maniere, il eſt viſible que le lieu de chacune des deux Equations indéterminées n'étant qu'une ligne droite, & le Problême étant déterminé, les deux Equations ne peuvent avoir rien de commun qui fourniſſe la ſolution, que l'interſection de leurs lieux, ou de leurs deux lignes droites. Si on conſtruit le Pro-

blême de la ſeconde maniere, on doit encore trouver la même interſection, puiſque la nature du Problême n'a pas changé.

Comme le raiſonnement que nous venons de faire ne dépend pas de ce que les deux Equations indéterminées qui en ont produit une déterminée, étoient du premier degré, & qu'il ſubſiſteroit de même à l'égard des autres degrez, on peut établir ce principe general, que quand deux Equations indéterminées d'un degré quelconque ont les deux mêmes inconnuës, & que l'équation déterminée, à laquelle par conſequent on peut toûjours les réduire, monte à un degré ſuperieur, le Problême qui eſt alors neceſſairement déterminé ſe réſout toûjours par l'interſection des lieux ou lignes qu'il auroit falu décrire pour la réſolution des deux Equations indéterminées. Il ne faut pas oublier que les Problêmes peuvent être conſtruits ou par les deux Equations indéterminées ou par la ſeule Equation déterminée.

Il n'y a point d'Equation déterminée du quatriéme degré qui n'ait pu être produite par deux Equations indéterminées du ſecond, & par conſequent tout Problême déterminé du quatriéme degré ſe réſout par les interſections de deux d'entre les quatre Courbes qui naiſſent du Cone. Il eſt clair que deux Sections Coniques, le Cercle & la Parabole, par exemple, ne peuvent ſe couper qu'en quatre points tout au plus, auſſi une Equation déterminée du quatriéme degré ne peut-elle avoir plus de quatre racines réelles, & ſi elle en a d'imaginaires, il y aura un pareil nombre d'interſections qui manqueront aux deux Sections Coniques, ce qui peut ſervir à faire voir le merveilleux accord de l'Algebre & de la Geometrie.

Les Problêmes déterminez du troiſiéme degré, peuvent très-facilement être élevez au quatriéme. Il n'y a pour cela qu'à multiplier par leur inconnuë, qui eſt unique, toute l'Equation égalée à zero. Ils ſe réſolvent donc alors par des interſections des Courbes du Cone. Et com-

me la multiplication qu'on a faite n'a en rien changé leur nature, il s'ensuit que les Problêmes déterminez du troisiéme & du quatriéme degré sont précisément de la même espece & du même ordre. Seulement on ne peut trouver pour les Problêmes du troisiéme degré que trois intersections de leurs Courbes tout au plus, parce que leurs Equations ne peuvent avoir plus de trois racines réelles. Puisqu'un Problême du quatriéme degré peut n'avoir que trois solutions réelles, & même moins, un Problême du troisiéme degré peut monter au quatriéme, sans en recevoir aucun changement. Quoiqu'il semble être contre la simplicité d'élever un Problême que l'on veut résoudre à un degré plus haut que celui qu'il avoit naturellement, il est visible que cette simplicité, qui n'est qu'apparente, est sacrifiée à une plus grande facilité de l'operation.

Il ne sera pas hors de propos d'observer ici, que quand une ligne, soit droite, soit courbe, coupe une Courbe en deux points, si l'on imagine que les deux points d'intersection se raprochent jusqu'à se confondre ensemble, ils deviendront un point d'attouchement, & de-là il suit qu'un point d'attouchement vaut deux points d'intersection, & & doit être conté pour deux solutions d'un Problême. Aussi trouve-t-on toûjours à de semblables points deux racines égales, & c'est par-là que M. Descartes parvint à sa fameuse Methode des Tangentes.

Quoiqu'il soit indifferent, quant à la solution des Problêmes déterminez du troisiéme & du quatriéme degré, de les construire ou par les deux Equations indéterminées, ou par la seule déterminée, M. Guisnée remarque qu'il faut le plus souvent préferer la premiere sorte de construction, parce que comme elle enferme deux inconnuës, elle donne en même temps & l'Abscisse & l'Ordonnée correspondantes aux points qui résolvent le Problême, au lieu que par l'autre construction qui ne roule que sur une inconnuë, on n'auroit que l'une de ces deux grandeurs, après quoi il faudroit encore chercher l'autre.

Il

Il reste maintenant à parler des Problêmes indéterminez qui passent le second degré. Tout Problême indéterminé, ou, ce qui est la même chose, ayant deux inconnuës, ne peut se résoudre que par quelque Courbe, qui dans toute son étenduë ou du moins dans une certaine partie de cette étenduë, représente par ses Abscisses & par ses Ordonnées les deux inconnuës du Problême. Si, par exemple, on a dans une Equation une inconnuë dont le cube soit égal ou au quarré d'une ligne donnée multiplié par une autre inconnuë, ou au quarré de cette seconde inconnuë multiplié par une ligne donnée, c'est là un Problême indéterminé du troisiéme degré, qui ne peut se résoudre que par une Courbe qui dans le premier cas s'appelle *premiere Parabole cubique*, & dans le second, *seconde Parabole cubique.* La Description de cette Parabole sera la construction du Problême. Il en est ainsi de tous les autres Problêmes plus élevez à l'infini, & des Courbes qui leur répondent.

La construction des Problêmes indéterminez qui passent le second degré, n'est donc que l'art de décrire des Courbes differentes des quatre Sections Coniques. Cet art en general consiste à donner à l'une des deux inconnuës une valeur arbitraire, moyennant quoi la valeur de l'autre inconnuë vient à être necessairement déterminée, & par-là on a un des points de la Courbe qu'on veut décrire. Une autre valeur arbitraire donnée encore à la même inconnuë, détermine une autre valeur pour la seconde inconnuë, & c'est-là encore un autre point de la Courbe, que l'on a de cette maniere *par points* trouvez les uns aprés les autres, ou plûtôt, que l'on se contente de pouvoir trouver.

Par exemple, s'il est question de décrire la premiere Parabole cubique, on prendra pour l'inconnuë qui recevra successivement les valeurs arbitraires celle qui dans l'Equation monte au cube, & en même temps on tirera une ligne droite indéfinie qui sera l'axe de la Courbe, & aura une origine fixe & déterminée d'où l'on contera les

differentes valeurs arbitraires, qui feront par consequent auatnt d'Abscisses de l'axe. Ensuite si l'on veut que l'inconnuë qu'on a choisie soit égale à 1, ou ce qui est la même chose, si l'on prend 1 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 1 divisé par le quarré donné dans l'Equation, & l'extremité de cette Ordonnée dont la valeur est toute connuë sera necessairement un point de la Parabole cubique. Si l'on prend 2 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 8 divisé par le quarré connu de l'Equation, & l'extremité de cette Ordonnée sera un nouveau point de la Courbe. Si l'on prend pour Abscisses des nombres moyens entre 1 & 2, les Ordonnées correspondantes seront d'autant plus proches les unes des autres, & les points de la Courbe d'autant plus serrez, en un mot la Description de l'arc correspondant de la Courbe d'autant plus exacte, que l'on prendra une plus grande quantité de ces nombres moyens. Il en faudroit une infinité pour rendre la Description de cet arc entierement exacte.

Dans le choix que l'on a des deux inconnuës pour donner à l'une successivement toutes les valeurs arbitraires, il est visible que l'on doit préferer celle qui monte dans l'Equation au degré le plus élevé, lorsqu'elles ne montent pas toutes deux également haut, ou enfin generalement, celle qui étant supposée connuë rendra l'Equation la plus simple & la plus facile à résoudre. Ainsi dans l'exemple de la Parabole cubique, l'inconnuë qui monte au cube étant choisie pour porter toutes les valeurs arbitraires, le Problême qui étoit indéterminé & du troisiéme degré, devient par chaque valeur arbitraire, ou, ce qui est la même chose, à chaque construction partiale, un simple Problême déterminé du premier degré. Pareillement, des Problêmes indéterminez d'un degré plus haut peuvent devenir à chaque construction partiale des Problêmes déterminez du second, du troisiéme, ou du quatriéme degré, & tant qu'ils ne montent pas plus haut, ils se résolvent par les methodes qui ont

été expliquées; c'est-à-dire, que les constructions partiales se font, ou, ce qui est le même, que les points des Courbes se trouvent les uns après les autres par des intersections de lignes droites, ou de Sections Coniques.

Mais si après qu'on a choisi une inconnuë pour lui donner des valeurs arbitraires, celle qui reste monte si haut, que les Problêmes déterminez où elle entre necessairement, passent le quatriéme degré, alors ils ne se peuvent plus résoudre que par des interfections de deux lignes dont au moins l'une est un degré plus élevé que les Sections Coniques. Entre ces Courbes élevées au-delà du second degré, la Parabole cubique est d'un grand usage, parce qu'elle donne les cubes des inconnuës. En general les Courbes qui passent le second degré se décrivent par des points que donnent des intersections de Courbes d'un degré inferieur, & par là on peut concevoir les Courbes comme s'élevant à l'infini les unes au dessus des autres, les superieures toûjours appuyées sur les inferieures.

Cette Theorie n'est que generale, & il n'en faut pas conclure qu'une Courbe superieure ne puisse être décrite sans le secours de quelqu'une des inferieures. Au contraire, il est rare, comme le remarque M. Guisnée, que ce secours soit necessaire, & ordinairement on trouve par la nature particuliere de chaque Courbe quelque moyen de la décrire plus simple & plus facile, que cet appareil, &, pour ainsi dire, cet échaffaudage de Courbes inferieures. M. Guisnée propose pour exemples la Cissoïde, la Conchoïde, &c. qui se décrivent par des points que donnent de simples lignes droites, ou tout au plus droites & circulaires. Cela dépend de l'art & de l'habileté du Geometre, qui doit toûjours tendre à ce qui est le plus simple, mais si les expedients particuliers manquent, on a au besoin la methode generale.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici de la Description des Courbes qui résolvent les Problêmes, ne doit s'entendre que des Courbes geometriques, & non des me-

chaniques. Toute Courbe geometrique étant ou pouvant être représentée par une équation indéterminée qui donne le rapport des Ordonnées & des Abſciſſes, il eſt bien ſur qu'une Abſciſſe quelconque déterminée arbitrairement, déterminera l'Ordonnée correſpondante, ou réciproquement, & en cela conſiſte toute la Methode generale de la Deſcription de ces Courbes. Mais une Courbe mechanique ne peut être repréſentée que par une équation qui donne, non pas le rapport des Abſciſſes aux Ordonnées, mais celui des infiniment petits de ces deux eſpeces de grandeurs, ou même celui des infiniment petits de ces infiniment petits, ce qui peut aller à l'infini; or la valeur d'un infiniment petit eſt indéterminable, & par conſequent la Methode generale de la Deſcription des Courbes geometriques ne peut abſolument avoir lieu pour les mechaniques, & il en faut une autre toute differente.

M. Guiſnée en donne une, ſeulement pour les Courbes mechaniques du *premier genre*; c'eſt-à-dire, pour celles dont les équations ne renferment que des infiniment petits du premier ordre, & par ce moyen on trouve les lignes droites, ou les Courbes geometriques neceſſaires pour la Deſcription de la Courbe mechanique dont il s'agit. Dans les occaſions particulieres, il peut y avoir des chemins plus courts ou plus faciles, qu'il faut préferer à cette Methode.

Nous ne la rapporterons point ici, parce qu'elle appartient à une autre eſpece de Geometrie que celle dont nous avons parlé juſqu'à préſent.

M. Guiſnée lui-même ne fait que laiſſer entrevoir quelque rayon de la Theorie des infiniment petits, abſolument neceſſaires pour les Courbes Mechaniques, & c'eſt par-là qu'il finit ſon Ouvrage. En effet la Geometrie ordinaire n'eſt que l'entrée & en quelque ſorte le Veſtibule de la Geometrie de l'Infini.



ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

LE Ciel des Anciens, du moins le Ciel de leurs Astronomes, n'a pas été si magnifique que le nôtre. Dans notre Monde seul, ou dans ce qu'on appelle le Tourbillon du Soleil, nous avons neuf Planetes qui leur ont été inconnuës, sans conter l'Anneau de Saturne qui n'est peut-être qu'une suite d'un grand nombre de Planetes. Ces neuf Planetes nouvelles sont les quatre Satellites de Jupiter, & les cinq de Saturne. V. les M. p. 14.

Personne n'ignore que les Satellites de Jupiter ont été découverts par Galilée. Des cinq de Saturne, l'un a été découvert par M. Huguens, les quatre autres par Monsieur Cassini.

Le premier Satellite de Saturne; c'est-à-dire, le plus proche de cet Astre, fait sa révolution autour de Saturne en un 1 jour 21 heures; on neglige ici les minutes. Le second en 2 jours 17^h. le troisiéme en 4 jours 13^h. le quatriéme en 15 jours 22^h. le cinquiéme en 79 jours 22^h. C'est le quatriéme qui a été découvert par M. Huguens.

Le Diametre de l'Anneau qui environne Saturne étant assez connu, on l'a pris pour mesure des distances des Satellites au centre de Saturne, & on a trouvé que le premier en étoit éloigné d'un Diametre de cet Anneau à peu près, le second de $1\frac{1}{4}$ le troisiéme de $1\frac{3}{4}$ le quatriéme de 4, le cinquiéme de 12.

On ſçait combien les Satellites de Jupiter ſont utiles pour les Longitudes, & par conſequent pour la Geographie & pour la Navigation, ceux de Saturne ne le ſeront pas moins, ſur tout les plus élevez par rapport à Saturne, car les deux premiers en ſont ſi proches, & ſi proches l'un de l'autre, qu'il eſt rare qu'on les puiſſe diſtinguer ou d'avec Saturne, ou l'un d'avec l'autre, & M. Caſſini aſſûre qu'il n'eſt pas plus difficile de trouver Mercure dégagé des rayons du Soleil. Quand Jupiter ne ſera pas ſur l'horiſon pendant la nuit, Saturne y pourra être, & ſes Satellites ſuperieurs tiendront lieu de ceux de Jupiter; quand on les verra tous deux enſemble, on comparera les obſervations faites ſur les deux, & les conſequences qui en ſeront tirées & on verifiera les unes par les autres. Enfin on ne ſçauroit avoir trop de moyens pour arriver à une connoiſſance auſſi neceſſaire que celle des Longitudes.

Outre cette utilité ſenſible, &, pour ainſi dire, groſſiere, les Satellites en ont d'autres plus élevées, & qui ne vont qu'à perfectionner la connoiſſance que nous pouvons avoir du Siſtême de l'Univers.

1°. Ils ont fait voir d'abord combien le mouvement de la Lune autour de la Terre, à laquelle ſeule il ſe rapporte, avoit été heureuſement imaginé par Copernic. Le Ciel mieux connu n'a fait qu'expoſer à nos yeux ce qu'avoit deviné ce grand Homme.

2°. Kepler a établi une regle fameuſe parmi les Aſtronomes, c'eſt la proportion qui eſt entre les diſtances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions. Il a trouvé que ces diſtances ſont entre-elles comme les racines cubiques des quarrez des révolutions, ou, réciproquement que les révolutions ſont entre-elles comme les racines quarrées des Cubes des diſtances. Par exemple, les révolutions de la Terre & de Jupiter autour du Soleil étant 1 & 12, les racines cubiques de 1 & de 144, quarrez de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5, diſtances de la Terre & de Jupiter au Soleil. Kepler n'a pas démontré la neceſſité de cette proportion *à priori*, & par

ſes Loix du Mouvement, il a ſeulement établi la proportion ſur le fait, & il l'a ingenieuſement découverte par la comparaiſon des révolutions & des diſtances de toutes les Planetes connuës. Mais il faut remarquer, que le fait ſur lequel Kepler s'eſt fondé auroit été encore plus certain, ſi les diſtances de toutes les Planetes au Soleil, avoient été connuës par obſervation, & immédiatement, auſſi-bien que leurs révolutions. Il n'y a que Mercure & Venus dont on voye en même temps & les diſtances au Soleil, & les révolutions autour de ce centre commun. Pour les autres Planetes, on ne voit point leurs diſtances au Soleil, on les conclut ſeulement avec beaucoup de peine de leur *ſeconde inégalité*; c'eſt-à-dire, ainſi que nous l'avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1704. * de la parallaxe, ou difference optique qui eſt entre une même Planete veuë du Soleil, ou veuë de de Terre. Mais en fait d'Aſtronomie, il vaut toûjours mieux voir, que calculer. Heureuſement on vint à connoître les Satellites de Jupiter, on eut par obſervation & leurs diſtances à Jupiter, & leurs révolutions autour de ce centre commun, & la regle de Kepler fut confirmée par cet exemple. Elle l'a été depuis auſſi par celui des Satellites de Saturne, & M. Caſſini la crut ſi ſûre, qu'ayant obſervé le cinquiéme Satellite ſeulement pendant 12 jours, & ayant découvert ſa plus grande diſtance à l'égard de Saturne, il oſa déterminer en le comparant au quatriéme dont la révolution & la diſtance étoient déja connuës, que ſa révolution étoit à peu près de 80 jours, ce qu'un grand nombre d'Obſervations ſuivantes a juſtifié. Voilà donc la regle de Kepler verifiée immediatement par Mercure, par Venus, par les 4 Satellites de Jupiter, & par les 5. de Saturne; c'eſt-à-dire; par 11 Planetes dont les révolutions autour d'un centre commun, & les diſtances à l'égard de ce centre ſont viſibles; & on ne peut plus ſe défier du calcul ni des principes par leſquels on l'a appliquée aux 4 Planetes qui reſtent; c'eſt-à-dire, à la Terre, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, dont les diſtances au centre commun de

* pag. 69. & 70.

leurs révolutions ſont inviſibles. Il eſt clair que c'eſt-là un des fruits de la découverte des Satellites, tant de Jupiter que de Saturne.

3°. Ce qui confirme la regle de Kepler, confirme auſſi le mouvement que Copernic attribuë à la Terre. Si ſon Siſtême n'eſt pas vrai, le ſeul qui reſte à prendre eſt celui de Ticho. Or ſelon Ticho, le Soleil, auſſi-bien que la Lune, tourne autour de la Terre, la Lune en un mois, le Soleil en douze. Les racines cubiques des quarrez de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5. Donc les diſtances de la Lune & du Soleil à la Terre ſeroient dans cette proportion, ſelon la regle de Kepler. Or il eſt certain que ces diſtances ſont dans une proportion incomparablement plus grande. Donc ou la regle de Kepler eſt fauſſe, ou le Siſtême de Ticho Braché l'eſt. Il paroît impoſſible que la regle de Kepler ſoit fauſſe, prouvée, comme elle l'eſt, par l'exemple de toutes celles d'entre les Planetes, qui inconteſtablement tournent autour d'un centre commun; donc c'eſt le Siſtême de Ticho qui n'eſt pas vrai, & en effet en remettant la Terre à la place qu'elle tient dans celui de Copernic, on voit que tout rentre dans l'ordre, & s'accommode à la Regle de Kepler.

4°. La Lune nous préſente toûjours la même face, & par cette raiſon l'on n'a pas cru d'abord qu'elle pût tourner ſur ſon axe. Cependant il eſt difficile que les mêmes cauſes qui font tourner les autres Planetes ſur leur axe n'y faſſent auſſi tourner la Lune. Pour ſauver cet inconvenient, on a imaginé que la Lune pouvoit tourner ſur ſon axe dans un temps à peu près égal à celui qu'elle employe à tourner autour de la Terre, mais l'égalité, ou plûtôt le peu d'inegalité de ces deux mouvements, qui ne ſe trouvoit point ailleurs, & ne ſe ſoutenoit par aucun autre exemple, pouvoit encore avoir beſoin de preuves, quoiqu'au fond, ce ſoit une ſuite fort naturelle, & par conſequent une aſſez forte preuve de ce peu d'inégalité, que la *Libration* de la Lune; c'eſt-à-dire, ce mouvement periodique & reglé, par lequel elle cache

quelquefois

quelquefois une partie de l'hemiſphere viſible, & découvre une partie égale de l'hemiſphere caché. Le ſcrupule qu'on pouvoit avoir ſur ce Siſtême peut devenir preſentement moins conſiderable, depuis ce que M. Caſſini a découvert du cinquiéme Satellite de Saturne. Il diſparoît réglément pendant environ la moitié de ſa revolution, lorſqu'il eſt à l'Orient de Saturne, quoiqu'il ne ſoit point alors plus éloigné de la Terre, & que quelquefois même il en ſoit plus proche que quand on le voit dans ſon demi cercle Occidental. On ne peut guere expliquer plus naturellement ce Phenomene ſi ſingulier, qu'en ſuppoſant dans ce Satellite deux Hemiſpheres dont l'un eſt entiérement ou preſque entierement formé par des terres, & l'autre par des mers, ou plûtôt par quelque choſe d'analogue à des terres & à des mers, deſorte que l'un de ces Hemiſpheres reflechiſſe juſqu'à nous aſſez de lumiere pour ſe rendre viſible, & que l'autre en reflechiſſe trop peu. Suppoſé que le Phenomene demeure toûjours le même, il faut auſſi que l'Hemiſphere le plus lumineux ſoit toûjours tourné vers nous lorſque le Satellite eſt dans ſon demi cercle occidental, & au contraire, que dans le demi cercle oriental l'Hemiſphere obſcur ſoit tourné de nôtre côté. Or c'eſt ce qui ne ſe peut, à moins que le Satellite ne tourne ſur ſon axe dans un temps à peu près égal à celui de ſa révolution autour de Saturne, & cela verifieroit d'autant plus heureuſement le mouvement de la Lune ſur ſon axe, que ces deux Planetes ſont de la même eſpece, & que la Lune n'eſt que le Satellite de la Terre, comme les Satellites de Jupiter ou de Saturne n'en ſont que les Lunes. Peut-être ſe trouvera-t'il à la fin que c'eſt une proprieté des Planetes *ſubalternes*, d'avoir des mouvements ſur leur axe à peu près égaux en durée à leurs révolutions autour de leurs Planetes *principales*. Enfin plus on obſervera, plus on découvrira de rapports, qui ſeront autant de veritez, ou autant de degrez pour arriver à des veritez plus importantes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

V. les M. p. 194.

NOus venons de le dire. Il ne peut y avoir trop de Methodes qui conduisent à une connoissance aussi necessaire que celle des Longitudes. Les Eclipses de Lune ont été long-temps la seule Methode que l'on y employât, & c'est en effet celle qui se presente le plus naturellement. M. Cassini, comme on l'a pu voir dans l'Histoire de 1700 * a été le premier qui ait trouvé moyen de faire usage des Eclipses de Soleil, que l'on avoit cruës jusque-là inutiles pour les Longitudes, & le tour qu'il a été obligé de prendre pour cela, est si ingenieux qu'il justifie suffisamment les Astronomes qui ne s'en étoient pas avisez. Maintenant M. Cassini le fils prend ce même tour pour appliquer à la recherche des Longitudes les Eclipses des Fixes ou des Planetes causées par l'interposition de la Lune.

*p.103. & suiv.

Le peu de distance de la Lune à la Terre, ou, ce qui est la même chose, sa parallaxe qui est si grande qu'elle peut exceder un degré, est cause que cette Planete n'est pas rapportée au même lieu du Ciel par deux Observateurs éloignez qui la voyent en même temps. Ainsi l'un voit qu'elle touche au bord du Soleil, & l'autre ne le voit pas encore, ou peut-être ne le verra point du tout, & par consequent il n'y a dans une Eclipse de Soleil aucun moment qui donne un spectacle commun à deux Observateurs éloignez, ce qui seroit cependant necessaire pour les Longitudes. Il en va de même lorsque la Lune passe sous une Planete plus élevée qu'elle par rapport à nous, ou sous une Etoile fixe, sa parallaxe cause la même diversité de spectacle.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit à l'endroit de l'Histoire de 1700. qui vient d'être cité, on sait com-

ment M. Caſſini a ſauvé cet inconvenient à l'égard des Eclipſes de Soleil. Une Projection de l'Hemiſphere de la Terre éclairé par le Soleil, faite dans l'Orbe de la Lune conçû comme une ſurface ſphérique, eſt une eſpece de Tableau où ſe vient peindre tout ce qui ſe paſſe dans une Eclipſe de Soleil. Là, une Phaſe quelconque de l'Eclipſe veuë à Rome, par exemple, à une certaine heure, me donne le point où la Lune étoit alors réellement ſur ſon Orbite, ou dans cette Projection. D'ailleurs je ſçai quelle heure il devoit être à Paris, lorſque la Lune étoit à ce même point, & par conſequent voilà un même moment où l'on ſait quelle heure il étoit à Paris & à Rome, ce qui eſt la même choſe que leur difference de longitude.

On verra dans le Memoire de M. Caſſini le fils, & on peut déja entrevoir comment il étend cette Methode aux Eclipſes des Fixes ou des Planetes par la Lune. Cette extenſion demande quelques changements qui quelquefois rendent la Methode plus facile, quelquefois plus difficile.

Par exemple, dans les Eclipſes de Soleil, quand on veut faire paſſer ſon image dans la projection, il faut avoir égard à ſon diametre apparent, tel qu'il eſt alors, à ſon mouvement propre, tel qu'il eſt auſſi, & même à ſa parallaxe, quoique très-petite, au lieu que ſi c'eſt une Etoile fixe qui doive être éclipſée, elle n'a ni parallaxe, ni diametre apparent qui change d'un temps à un autre, ni mouvement propre dont on doive jamais tenir conte. Que ſi c'eſt une Planete qui doive être éclipſée, les difficultez du Soleil reviennent, horſmis la parallaxe, qui n'a lieu que pour peu de Planetes, encore faut-il qu'elles ſoient vers leur Perigée.

La projection de l'Hemiſphere de la Terre ſur l'Orbe de la Lune eſt plus facile à décrire pour une Eclipſe d'Etoile fixe. Car cette Etoile étant ſans parallaxe, & par conſequent dans un éloignement qui peut paſſer pour infini, les deux rayons qui partent du centre de l'Etoile,

& qui se terminent aux deux extrêmitez du diametre de la terre, sont paralleles, & par conséquent le diametre de la projection est égal à celui de la terre, ce qui est fort simple, & ne se trouve pas dans les Eclipses de Soleil, où le diametre de la projection doit être plus petit que celui de la terre d'une quantité déterminée par la parallaxe du Soleil.

D'un autre côté, le mouvement de la Lune est plus simple dans les conjonctions & dans les oppositions que dans les autres endroits de son cours. Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1702 * en quoi consiste cette plus grande simplicité. Il est donc plus aisé de décrire la Trace de son mouvement pour une Eclipse de Soleil où elle est toûjours en conjonction, que pour d'autres temps de son cours où elle éclipsera quelque Fixe ou quelque Planete.

* p. 77.

On sera peut-être surpris qu'une Methode qui paroît délicate & assez compliquée, & qui demande la figure d'une Projection assez difficile à bien décrire, donne les differences des Meridiens, ou les Longitudes presque avec autant de justesse & de précision que les Eclipses des Satellites de Jupiter qui sont beaucoup plus simples. C'est cependant ce que l'experience a fait voir à M. Cassini le fils, & ce succès ne peut être dû qu'à l'extrême exactitude avec laquelle il a travaillé, pour ainsi dire, chaque piece de tout l'assemblage.

Cette Methode peut même avoir dans la pratique quelque avantage sur celle des Satellites de Jupiter. Supposons qu'un Satellite soit près d'entrer dans l'ombre de Jupiter, & qu'un Observateur en attende le moment. Plus la Lunette dont il se servira sera longue & plus tard il verra le Satellite éclipsé. Car ce Satellite a un diametre sensible, dont par consequent une partie n'entre dans l'ombre qu'après l'autre, or une partie qui n'est pas encore éclipsée paroît à une plus longue Lunette, tandis qu'elle ne paroîtroit plus à une plus petite, qui n'auroit pas la force de l'augmenter suffisamment. De-là vient

que quand on compare deux obfervations de la même Eclipfe d'un Satellite de Jupiter faites par differents Obfervateurs, il faut favoir fi leurs Lunettes ont été de differente grandeur, & avoir égard à cette difference pour determiner un moment, qui ait été précifement le même. Or cette reduction n'eft pas neceffaire pour les Eclipfes des Fixes par la Lune, pourvû que la Lune n'ait point alors été pleine, & qu'elle ait joint par la partie obfcure l'Etoile qu'elle a rencontrée. Car les diametres des Fixes n'étant pas plus augmentez, du moins fenfiblement, par des plus longues Lunettes, & l'accident rapporté dans l'Hiftoire de 1699 * n'étant pas à craindre pour la partie obfcure de la Lune, on voit la jonction de cette Planete & de la Fixe dans le même moment avec des Lunettes fort differentes, ainfi que M^rs^. Caffini l'ont éprouvé plufieurs fois. Du même raifonnement, il faut conclure que dans la pratique de cette nouvelle Methode les meilleures Obfervations font celles où la Lune a touché par fa partie obfcure une Etoile qui étoit fur fon chemin. Le mouvement propre de la Lune, qui eft celui par lequel elle rencontre les Fixes, eft fi fenfible qu'il ne peut y avoir d'incertitude dans le moment de la jonction, ce qui eft encore à conter.

* pag. 73. & 79.

C'eft auffi une commodité de pouvoir obferver les Fixes de la premiere, feconde, & troifiéme grandeur avec des Lunettes de 2 pieds, au lieu que pour les Satellites de Jupiter, il en faut qui ayent au moins 10 ou 12 pieds.

M. Caffini le fils perfuadé des avantages qu'on pourroit tirer de cette pratique, calcula toutes les Eclipfes des Fixes par la Lune qui devoient arriver depuis le mois de Juillet 1705. jufqu'à la fin de l'année, & envoya ce calcul à fes Correfpondants en Aftronomie, afin qu'étant avertis de ces Eclipfes, ils les obfervaffent, & que leurs obfervations comparées à celles de Paris produififfent de nouvelles découvertes fur les Longitudes, ou confirmaffent les anciennes.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LE Soleil a continué d'avoir des Taches, ainſi que les années précedentes, & pour épargner le détail des Obſervations qui en ont été faites par Mrs. Caſſini, Mrs. de la Hire, & M. Maraldi, nous n'en donnerons ici que les reſultats. Les Methodes que ces Aſtronomes employent ou pour l'obſervation de ces Phenomenes ou pour les concluſions qu'ils en tirent, ſont aſſez connuës par les Volumes précedents. Seulement avant que d'en venir aux reſultats auſquels nous nous bornons ici, il ſera bon de donner quelques connoiſſances generales, qui doivent ſe répandre ſur toute cette matiere.

Ce qu'on appelle une Tache, n'eſt point ordinairement une Tache unique, mais un amas de pluſieurs Taches particulieres, diſpoſées irréguliérement entre-elles. On choiſit une des plus groſſes de cet amas, pour en obſerver le mouvement.

Communément chaque Tache particuliere eſt environnée d'une eſpece de nuage moins noir & moins obſcur qu'elle, & qui fait le même effet que feroit l'Atmoſphére autour du Globe de la Terre veu de loin. Mais chaque amas de Taches eſt environné d'une *facule* ou eſpace plus clair que le reſte du diſque du Soleil.

Quand un amas de Taches a diſparu, ſouvent la facule qui l'envelopoit ſe diſtingue encore du reſte du diſque par un plus grand éclat.

Le Soleil tourne ſur ſon axe d'Orient en Occident. Ainſi les Taches qui ſuivent ſa révolution commencent à paroître ſur le bord Oriental, & diſparoiſſent ſur l'Occidental.

Le Soleil tourne en 27 jours & 9 ou 10 heures.

Le ſeul effet de la Perſpective doit faire paroître une même Tache plus grande & plus ronde, quand elle eſt vers le

centre du Soleil, & plus petite & plus étroite quand elle est vers les bords.

Cela supposé, voici l'Histoire des Taches de cette année.

Après plusieurs jours de temps couvert, on vit le 15. Janvier à midi deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Selon l'hipothese de la revolution du Soleil en 27 jours & demi, & par la situation de ces Taches sur le disque, on voyoit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles pouvoient avoir passé de l'Hemisphere caché dans l'apparent. Et en effet M. de Plantade les vit à Montpellier le 12. Après le 16 on ne revit plus le Soleil jusqu'au 25, mais alors elles devoient avoir passé dans l'Hemisphere caché, si elles subsistoient encore. Au mois de Fevrier, lorsqu'elles devoient être revenuës dans l'Hemisphere apparent, on ne les revit plus, & par consequent elles s'étoient dissipées, quoiqu'elles fussent fort grosses.

Le 7. Avril il parut une Tache qu'on ne put observer que jusqu'au 17, à cause du mauvais temps qui survint.

Le 17. Mai, on en vit une à peu près de la même grandeur, & qui cependant, selon l'hipothese de la revolution du Soleil, ne pouvoit pas être la même. Elle n'avoit pas été amenée sur l'hemisphere apparent du Soleil par la revolution de son globe, car on n'avoit rien veu les jours précedents, & tout d'un coup elle parut, éloignée du centre de moins de deux minutes. On sait que le demi-diametre du Soleil en a 16. Cette même Tache disparut dès le lendemain, indépendamment aussi de la revolution du Globe.

Le 4 Juillet, on vit une petite Tache, qui le jour suivant parut plus grosse, & composée de plusieurs autres. Cet amas de Taches étoit déja assez avancé sur le disque, lorsqu'il se montra, & il étoit encore assez éloigné du bord Occidental, lorsqu'il disparut le 13. Juillet. Deux Taches principales de cet amas changeoient un peu de situation entre-elles, & de grandeur, mais les petites qui les accompagnoient changeoient beaucoup davantage. Leur nombre même étoit fort different en differents jours.

Le 3. Août, on apperçut deux Taches, déja fort avancées sur le disque. Selon l'hipothese des 27 jours & demi, il s'en faloit plus de deux jours que ce ne pussent être les mêmes du mois de Juillet. Le lendemain il n'en paroissoit plus aucune trace.

Le 4. Octobre, on vit vers le bord Oriental des Taches, qui apparemment venoient de l'hemisphere caché. Quelques jours après elles parurent fort augmentées en nombre, soit qu'elles le fussent réellement, soit par l'effet de la Perspective. Elles avançoient toûjours vers le bord Occidental, mais le 12 Octobre, 4 jours avant qu'elles eussent pu l'atteindre, on vit de nouvelles Taches dans la partie Orientale du disque, & peu éloignées du centre. Depuis les observations de Scheiner, faites il y a 60 ans, on n'avoit guere veu en même temps deux differents amas de Taches. Nous avions remarqué dans l'Histoire de * p. 118. 1700 * combien ce Phenomene étoit rare, cependant ce fut alors pour la seconde fois qu'il parut depuis deux ans

Ces nouvelles Taches changerent beaucoup de figure, & même on soupçonna qu'elles pouvoient avoir quelque mouvement propre fort irrégulier. Le 20 Octobre on les vit encore près du bord Occidental, mais fort diminuées, & fort changées de figure.

Le 4 Novembre, il parut une nouvelle Tache près du bord Oriental, & elle fut encore observée le 15 près du bord Occidental, sur lequel elle disparut le 17. Ni sa figure, ni l'hipothese des 27 jours, ne permettoient qu'on la prît pour une des Taches précedentes, à moins qu'on ne lui eût supposé un grand changement de figure, & un mouvement particulier fort considerable. Pendant le tems qu'elle parut, elle n'eut point d'autres changements sensibles, que ceux de la Perspective.

GEOGRAPHIE.

UNE assez grande partie des Etats qui composent aujourd'hui le Monde connu, se sont formez des débris de l'Empire Romain démembré & déchiré par les Barbares. Comme c'est de-là que nos Histoires modernes prennent leur origine, & que ce sont aussi celles qui nous interesse le plus, M. Delisle a dressé une Carte qui doit être d'un grand secours pour les bien entendre. Elle comprend non-seulement l'Empire Romain, mais tous les Pays barbares dont il étoit environné, peu de temps avant que les Peuples de ces Pays y eussent encore fait aucunes breches par leurs invasions. Son Epoque est l'an 400 de J. C.

M. Sanson, celebre Geographe, avoit déja fait une Carte de l'Empire Romain, fort estimée en son temps, mais il n'y a pas compris les Pays barbares, dont la position & la détermination a dû être aussi penible qu'elle est instructive. M. Delisle a nommé sa Carte *Theatre Historique* à cause de la grande étenduë qu'elle embrasse au-delà de l'Empire Romain, & de l'utilité dont elle est pour nos Histoires.

De plus, la Terre a bien changé depuis M. Sanson, c'est-à-dire, que les Observations Astronomiques, & plus exactes & en plus grand nombre, ont produit de grandes réformes dans la Geographie. On s'étoit extrêmement trompé sur les Longitudes, naturellement plus difficiles à déterminer que les Latitudes, on s'étoit souvent trompé sur les Latitudes mêmes, & M. Delisle a été obligé d'être toûjours different de M. Sanson sur la premiere de ces mesures, & souvent sur la seconde, ce qui change en

tierement la figure des Pays, des Mers, &c.

C'eſt une remarque qui n'eſt pas tout à fait nouvelle, que les erreurs des meſures Geographiques ont toûjours juſqu'ici conſiſté dans l'excès. Depuis les Grecs juſqu'à nous, la Terre a toûjours diminué à chaque fois qu'on a entrepris d'en découvrir la grandeur. De-là vient que quoique le même Empire Romain ou les mêmes Pays ſoient plus en grand dans la Carte de M. Sanſon que dans celle de M. Deliſle, & que par conſequent l'*Echelle* de la Carte de M. Deliſle dût être la plus petite, elle eſt cependant plus grande d'un cinquiéme. C'eſt que dans la Carte de M. Sanſon l'Empire Romain eſt beaucoup trop grand par rapport au reſte de la ſurface de la Terre. La perfection des Cartes dépend de l'exacte proportion des parties de cette ſurface entre-elles, & on ne peut eſperer de la connoître que par l'Aſtronomie, qui répand de jour en jour ſur la Geographie une plus grande lumiere.



MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES SOLIDES, ET SUR LA COURBURE DES RESSORTS PLIEZ.

V. les M. p. 176.
* V. l'Hiſt. de 1702. p. 102.

LA Formule que M. Varignon a donnée * ſur la Réſiſtance des Solides eſt generale, & laiſſe une entrée libre à toutes les differentes hipotheſes que l'on y voudra introduire. Mais M. Bernoulli de Baſle, laiſſant cette vaſte generalité, s'attache ſur ce même ſujet à une

hipothese particuliere, qu'il prétend être la seule conforme à la Nature. Les recherches generales, telles que celles de M. Varignon, sont d'une utilité plus éloignée, parce qu'elles attendent une détermination que l'Experience doit fournir; les recherches particulieres, telles que celle de M. Bernoulli, n'attendent plus rien, & sont d'une utilité présente.

On a veu dans l'Histoire de 1702. que Galilée s'étoit mépris, quand à la Phisique, en supposant que lorsqu'une poutre suspenduë horisontalement rompt par l'action de sa pesanteur, toutes ses fibres cassent à la fois, & que M. Mariotte avoit corrigé cette erreur par l'hipothese de l'extension inégale des fibres, dont les plus étenduës sont les premieres qui cassent, & de-là vient qu'une poutre pour rompre dans la situation horisontale doit avoir, selon Galilée, un poids environ plus grand d'un tiers que selon M. Mariotte. Mais M. Bernoulli corrige encore M. Mariotte, qui n'avoit songé qu'à l'extension des fibres d'une poutre qui rompt dans la situation horisontale. Il remarque que si elles s'étendent vers le haut de la base scellée dans le mur, elles se compriment vers le bas, de sorte qu'il y a un point moyen qui ne souffre ni extension ni compression, & que de ce point-là les extensions & les compressions vont toûjours en augmentant de part & d'autre.

De plus, M. Mariotte avoit supposé que les extensions des fibres sont proportionnelles aux forces qui les causent; c'est-à-dire, que si une certaine force étendoit une fibre d'une certaine quantité, une force double, triple, &c. l'étendoit deux fois, trois fois davantage. Mais M. Bernoulli n'admet pas cette hypothese, parce que comme les forces peuvent augmenter à l'infini, il faudroit donc que les fibres se pussent aussi étendre à l'infini, ce qui est absurde. Cetre absurdité est encore plus sensible dans la compression, ainsi qu'il a été dit ci-dessus *. Or l'extension est une compression *negative*, & si la compression n'est pas proportionnelle aux forces, l'extension ne le sera pas non plus.

* p. 12.

V. ci-dessus p. 102. & 103.

Lorsqu'il y a d'un côté une suite de Grandeurs, de l'autre une autre suite, & que dans toutes deux les Grandeurs croissent ou décroissent selon la même proportion, elles peuvent être représentées les unes par les bases paralleles d'un Triangle, les autres par les parties de l'un ou de l'autre des côtez déterminez par ces bases.

Mais quand les deux suites ne marchent pas selon la même proportion, leurs grandeurs ne peuvent être représentées que par les Abscisses & les Ordonnées d'une Courbe; par consequent c'est ainsi qu'il faut représenter les extensions ou compressions, & les forces qui les causent; & la Courbe de la compression aura une Asimptote, puisque la force comprimante, quoiqu'augmentée à l'infini, ne peut réduire l'étenduë du corps à être nulle.

M. Bernoulli ayant ainsi fait entrer dans son hipothese toutes les conditions que la plus exacte Phisique pouvoit desirer, vient enfin au calcul algebrique. Il considere que la force, qui étant sur le point de rompre la poutre étend une partie de ses Fibres, & en comprime une autre, est la même que celle qui les étendroit toutes, ou les comprimeroit toutes, soit de la même quantité, soit de deux quantitez differentes, selon que le corps seroit également ou inégalement capable d'extension & de compression. Chacune de ces deux actions auroit son point fixe, d'où l'extension, ou la compression iroit toûjours en augmentant, & la force qui étendroit ou comprimeroit une Fibre agiroit avec d'autant plus d'avantage qu'elle seroit plus éloignée de ce point fixe. Voilà les principes les plus essentiels de ce calcul. Cela supposé, tout ce qui entre dans l'action par laquelle une force tire & étend une Fibre quelconque, c'est cette même Fibre ayant une largeur infiniment petite, multipliée tant par la force qui la tire, que par la distance de cette force au point fixe sur lequel se fait l'extension. Et l'action par laquelle un poids étend inégalement toutes les Fibres d'une poutre, située horisontalement, & prête à rompre, c'est la somme de toutes ces actions particulieres. Cette somme trouvée

par le calcul integral, on la compare ſans peine à l'action par laquelle un poids romproit la poutre ſituée verticalement; car ce poids étendroit de la même quantité toutes les Fibres enſemble, & par conſequent ſon action n'eſt que ſon produit par la plus grande extenſion poſſible de toutes les Fibres.

Il ſe trouve par-là que la force qui rompt la Poutre dans la ſituation horiſontale, eſt à celle qui la rompt dans la ſituation verticale, comme le tiers de la hauteur de la Poutre eſt à ſa longueur, au lieu que ſelon Galilée ces deux forces ſont l'une à l'autre, comme la moitié de la hauteur à la longueur. Nous avons déja dit que c'eſt là le réſultat de l'hipotheſe de M. Mariotte comparée à celle de Galilée, & il n'eſt pas étonnant que M. Bernoulli arrive à la même concluſion que M. Mariotte, quoique par une hipotheſe differente, car M. Bernoulli établit que la force qui étend & comprime à la fois differentes Fibres dans un même corps, eſt égale à celle qui ſelon M. Mariotte les étendroit toutes.

Mais une choſe qui malgré cette conformité eſt particuliere à l'hipotheſe de M. Bernoulli, c'eſt que par le rapport qui ſe trouve entre la quantité dont la Fibre la plus étenduë eſt étenduë, & celle dont la Fibre la plus comprimée eſt comprimée, ou, ce qui revient au même, par le rapport du plus ou moins de facilité qu'il y a à étendre un corps qu'à le comprimer, il détermine le point de la baſe de la Poutre, où elle ne ſouffre ni extenſion ni compreſſion, & c'eſt-là un centre d'une nouvelle eſpece, & qui n'a point encore été conſideré.

Cette Theorie de M. Bernoulli ſur les corps qui ſouffrent à la fois extenſion & compreſſion, l'a conduit à déterminer la courbure d'une Lame à reſſort, qui étant poſée & attachée perpendiculairement ſur un plan par une de ſes extremitez, eſt enſuite pliée par un poids que l'on ſuſpend à l'autre extremité. Cette Lame eſt en même temps étenduë par le poids dans ſa ſurface exterieure, & comprimée dans l'interieure, & par conſequent elle eſt

à cet égard dans le même cas que la poutre. Galilée a cru que la Lame se courboit en Parabole, mais M. Bernoulli trouve au lieu de la Parabole une Courbe mechanique, d'une construction assez difficile. Il l'appelle *Elastique*. Ce Problême n'avoit point été tenté depuis Galilée, peut-être parce qu'on en avoit senti la difficulté.

Quand M. Bernoulli a travaillé sur les Courbes *Isoperimetres*; c'est-à-dire, sur celles qui ayant la même *perimetrie* ou longueur devoient produire d'une certaine maniere déterminée des espaces plus grands ou plus petits, il a trouvé que comme le Cercle est de toutes les Courbes possibles celle qui sous une même perimetrie ou circonference renferme le plus grand espace, & que la Courbe appellée *Chainettte* est celle qui en tournant autour de son axe produit la plus grande surface, de même la Courbe Elastique est celle qui par cette même révolution produit le plus grand solide, ce qui fait une proprieté très-remarquable de l'Elastique. Réciproquement de toutes les Courbes qui renferment des espaces égaux, ou produisent par leur révolution autour de leur axe des surfaces égales, ou des solides égaux, le Cercle, la Chainette, & l'Elastique sont celles qui ont la moindre perimetrie. Cette proprieté a été connuë dans le Cercle par les Anciens Geometres, mais dans les deux autres Courbes, elle n'a pû être découverte que par la plus profonde Geometrie moderne, & par un calcul très-délicat des Infiniment petits.



SUR LES PROPORTIONS

NECESSAIRES AUX DIAMETRES

DES TUYAUX,

Pour donner précisément certaines quantitez d'eau déterminées.

LA viteſſe de l'eau qui ſort d'un Tuyau, & par conſequent la quantité d'eau qui en ſort, dépend de la hauteur d'où elle tombe, mais cette hauteur étant ſuppoſée toûjours la même, il ſort une plus grande quantité d'eau par un Tuyau d'une plus grande ouverture, & les ouvertures étant ſuppoſées circulaires, les quantitez d'eau qui ſortent par differentes ouvertures ſont comme les quarrez de leurs diametres, puiſque c'eſt-là la proportion des Cercles. V. les M. p. 275.

Mais en raiſonnant ainſi, on ne conſidere point le frotement de l'eau contre les parois interieures du tuyau où elle coule, & il eſt ſi ordinaire de ne le point conſiderer, qu'il n'eſt pas entré dans cette Theorie ſi generale que M. Varignon a donnée ſur cette matiere, & qui eſt rapportée dans l'Hiſtoire de 1703.* Lorſqu'on veut en tenir conte, on trouve qu'il doit neceſſairement diminuer la viteſſe, & par conſequent la quantité de l'eau qui ſort, mais il faut ſçavoir ſelon quelle proportion il la diminuë en differents Tuyaux. *p. 125.

Le frotement dont il s'agit ne tombe dans aucun des deux cas, qui ſont toute la Theorie generale des frotements expliquée dans l'Hiſtoire de 1703. * Il n'y a ici ni poids à ſoulever, ni parties à uſer, ſeulement les gouttes d'eau, lorſqu'elles viennent à heurter les parties du Tuyau avec un mouvement oblique, ce qui doit arriver très-ſouvent, perdent tout ce que ce mouvement obli- * 105. & ſuiv.

que avoit de perpendiculaire par rapport à ces parois, & par consequent leur vitesse est diminuée d'autant. Delà il suit qu'une même quantité d'eau perd d'autant plus de sa vitesse, qu'elle rencontre une plus grande quantité de parties des parois du Tuyau, ou, ce qui est la même chose, que la surface interieure du Tuyau est plus grande. Or les Tuyaux étant des Cilindres, les surfaces de deux Tuyaux égaux en longueur sont comme leurs circonferences ou leurs diametres, & leurs ouvertures comme les quarrez de leurs diametres, d'où il suit que si deux Tuyaux sont également longs, & que l'un ait un diametre double de l'autre, le quadruple d'eau qui doit sortir par le plus gros ne trouvera que deux fois plus de résistance de la part de la surface ou du frotement, & par consequent en trouvera moins à proportion de sa quantité que l'eau qui sort par le petit tuyau ; c'est-à-dire, en un mot, que le plus gros qui à raison de son diametre n'auroit dû donner précisement que le quadruple de l'eau du petit, en donnera davantage.

Si l'on veut donc qu'il ne donne précisement que ce quadruple, il faudra diminuer son diametre, mais de combien le faudra-t-il diminuer, ou en general, un Tuyau quelconque étant donné, quel doit être le diametre d'un autre Tuyau que l'on veut qui donne précisement une certaine quantité d'eau déterminée par rapport à la premiere, en tenant conte des frotements de l'eau dans les Tuyaux? C'est-là un Problême auquel on n'avoit point encore touché, & que M. Carré a résolu. Il n'a besoin que de connoître par une experience fondamentale quelle est la diminution que le frotement apporte à la vitesse de l'eau dans les Tuyaux, après quoi il trouve sans peine par une Equation du second degré le rapport du diametre qu'on cherche au diametre donné. Elle roule uniquement sur ces deux Analogies qui suivent de ce qui vient d'être dit. Les diminutions de la vitesse de l'eau sont comme les diametres, car on suppose les Tuyaux égaux en longueur, & les quantitez d'eau qui sortent par les Tuyaux

sont

ſont comme les quarrez de leurs diametres, moins la quantité dont chacune eſt diminuée parce qu'elle a une moindre viteſſe.

MONSIEUR DALESME a propoſé à la Compagnie quelques veuës que l'on a cru qui pourroient être utiles, & qui meriteroient que l'on fit les frais des experiences en grand.

Il a imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le reſſort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude. Il a fait voir par une Machine où ce reſſort ſeul faiſoit jaillir de l'eau à une grande hauteur, combien il a de puiſſance.

Il a donné un moyen très-ſimple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux ou des Vaiſſeaux.

Il croit qu'afin d'avoir plus aiſément & en plus grand nombre des bois courbes pour la conſtruction des Vaiſſeaux, on pourroit plier de jeunes arbres dans les Foreſts.

Il a fait des Obſervations ſur la maniere de forger ſolidement les Ancres, & de bien faire l'alliage des fers doux & aigres dont elles ſont compoſées.

Il a propoſé auſſi quelques autres idées qui ont rapport à des uſages moins importants, & moins nobles, par exemple, une eſpece de Siſtême des cauſes qui font fumer les Cheminées, & quelques moyens pour remedier à cet inconvenient. Mais tout cela attend encore la déciſion ſouveraine de l'experience.

MONSIEUR DES BILLETTES a donné la Deſcription de l'Art de faire la Poudre à canon.

M. Jaugeon à l'occaſion des Arts & Metiers qui concernent la ſoye, a donné une Hiſtoire naturelle des Vers qui la produiſent.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

EN M. DCCV.

I.

UN Parasol brisé de M. Marius, plus leger que les autres, & qui peut être aisement porté dans la poche.

II.

Une Tente brisée du même Inventeur, qui peut être perfectionnée de sorte qu'elle sera plus legere, de moindre volume, & aussi ferme que les Tentes ordinaires.

III.

Une Carabine que l'on charge par la culasse, sans la briser, inventée par M. de la Chaumette.

IV.

Un Micrometre inventé par le Sieur le Fevre, Ingenieur pour les Instruments de Mathematique. La division en est telle que le mouvement des soyes répond toûjours précisément & sans fraction à des minutes & à des secondes de degré, quoique le Micrometre soit appliqué à des Lunettes de differente grandeur. Cette même division, pourveu qu'on change de *numeration*, divise de 20 secondes en 20 secondes de doit les diametres apparents du Soleil & de la Lune, quoiqu'ils varient, & cela, dans le temps même de l'Observation.

Le Sieur le Fevre proposa en même temps à l'Academie une autre sorte de division qui rendroit le Micrometre beaucoup plus simple, & qui auroit tous les avantages de l'autre, à cela près qu'elle n'iroit pas à de si petites parties. Ces inventions sont nouvelles, & ont paru fort ingenieuses. On n'en a point encore veu l'usage.

ELOGE DE M. BERNOULLI.

JACQUES BERNOULLI nâquit à Basle le 27. Decembre 1654. Il étoit fils de Nicolas Bernoulli, encore vivant, qui a des charges considerables dans sa Republique. Un des freres de celui dont nous parlons, est encore plus élevé en dignité que son Pere.

M. Bernoulli reçut l'éducation ordinaire de son temps; on le destinoit à être Ministre, & on lui apprit du Latin, du Grec, de la Philosophie Scolastique, nulle Geometrie, mais dès qu'il eût veu par hazard des figures geometriques, il en sentit le charme, si peu sensible pour la plûpart des Esprits. A peine avoit-il quelque Livre de Mathematique, encore n'en pouvoit-il jouir qu'à la dérobée, à plus forte raison il n'avoit pas de Maître, mais son goût, joint à un grand talent, fut son Précepteur. Il alla même jusqu'à l'Astronomie, & comme il avoit toûjours à vaincre l'opposition de son Pere qui avoit d'autres veuës sur lui, il exprima sa situation par une Devise où il représentoit Phaëton conduisant le Char du Soleil, avec des mots Latins qui signifioient : *Je suis parmi les Astres malgré mon Pere.*

Il n'avoit que 18 ans, & n'étoit presque encore Mathematicien que par sa violente inclination pour les Mathematiques, lorsqu'il résolut ce Problême Chronologique assez difficile, où les années du Cycle Solaire, du Nombre d'or, & de l'Indiction étant données, il s'agit de trouver l'année de la Periode Julienne.

A 22 ans il se mit à voyager. Etant à Geneve, il apprit à écrire à une fille qui avoit perdu la veuë deux mois après sa naissance, & il imagina pour cela un moyen nouveau, parce qu'il avoit reconnu & par raisonnement & par experience l'inutilité de celui que Cardan a proposé. A Bordeaux, il fit des Tables Gnomoniques uni-

verſelles, qui ſont préſentement prêtes à imprimer. Après avoir veu la France, il revint chez lui en 1680. Là il commença à étudier la Philoſophie de Deſcartes. Cette excellente lecture l'éclaira plus qu'elle ne le perſuada, & il tira de ce grand Auteur aſſez de force pour pouvoir enſuite le combattre lui-même.

Heureuſement à la fin de 1680. il parut un Phenomene propre à exercer un Philoſophe naiſſant. C'étoit cette Comete qui a fait naitre des Ouvrages fameux, & entre autres, le premier que M. Bernoulli ait donné au Public. Il l'intitula, *Conamen Novi Syſtematis Cometarum, pro motu eorum ſub calculum revocando, & apparitionibus prædicendis.* Il ſuppoſe que les Cometes ſont des Satellites d'une même Planete, ſi élevée au-deſſus de Saturne, quoique placée dans le Tourbillon du Soleil, qu'elle eſt toûjours inviſible à nos yeux, & que ſes Satellites ne deviennent viſibles, que quand ils ſont par rapport à nous dans la partie la plus baſſe de leur cercle. De-là il conclut que les Cometes ſont des Corps éternels, & que leurs retours peuvent être prédits, ce qui eſt auſſi la penſée de M. Caſſini. La Comete de 1630. doit, ſelon le Syſtême & le calcul de M. Bernoulli, reparoître en 1719. le 17. May, dans le premier degré 12′ de la Balance. Voilà une prediction bien hardie par l'exactitude des circonſtances.

Ici, je ne puis m'empêcher de rapporter une objection qui lui fut propoſée très-ſerieuſement, & à laquelle il daigne répondre de même, c'eſt que ſi les Cometes ſont des Aſtres réglez, ce ne ſont donc plus des ſignes extraordinaires de la colere du Ciel. Il eſſaye pluſieurs réponſes differentes, & enfin il en vient juſqu'à dire que la Tête de la Comete qui eſt éternelle n'eſt pas un ſigne, mais que la Queuë en peut être un, parce que ſelon lui, elle n'eſt qu'accidentelle ; tant il faloit encore avoir de menagements pour cette opinion populaire, il y a 25 ans. Maintenant on eſt diſpenſé de cet égard ; c'eſt-à-dire, que le gros du monde eſt gueri ſur le fait des Cometes, & que les fruits de la ſaine Philoſophie ſe ſont répandus de pro-

che en proche. Il seroit assez bon de marquer, quand on le pourroit, l'Epoque de la fin des erreurs qu'elle a détruites.

En 1682. M. Bernoulli publia sa Dissertation *De gravitate Ætheris.* Il n'y traite pas seulement de la pesanteur de l'Air, si incontestable & si sensible par le Barometre, mais principalement de celle de l'Ether, ou d'une matiere beaucoup plus subtile que l'Air que nous respirons. C'est à la pesanteur & à la pression de cette matiere qu'il rapporte la dureté des Corps. Il proteste dans sa Préface qu'en imaginant ce Sistême, il ne se souvenoit point de l'avoir lû dans le celebre Ouvrage de la *Recherche de la Verité*, & il s'applaudit d'être tombé dans la même pensée que le P. Mallebranche, &, ce qui est encore plus remarquable, d'y être arrivé par le même chemin.

Comme l'alliance de la Geometrie & de la Phisique fait la plus grande utilité de la Geometrie, & toute la solidité de la Phisique, il forma des Assemblée & une espece d'Academie, où il faisoit des Experiences qui étoient ou le fondement, ou la preuve des calculs geometriques, & il fut le premier qui établit dans la Ville de Basle cette maniere de philosopher, la seule raisonnable, & qui cependant a tant tardé à paroître.

Il penetroit déja dans la Geometrie la plus abstruse, & la perfectionnoit par ses découvertes, à mesure qu'il l'étudioit, lorsqu'en 1684. la face de la Geometrie changea presque tout à coup. L'Illustre M. Leibnits donna dans les Actes le Leipsic quelques essais de son nouveau Calcul differentiel, ou des Infiniment petits, dont il cachoit l'art & la methode. Aussi-tôt Mrs. Bernoulli, car M. Bernoulli l'un de ses freres, & son cadet, fameux Geometre, a la même part à cette gloire, sentirent par le peu qu'ils voyoient de ce calcul quelle en devoit être l'étenduë & la beauté, ils s'appliquerent opiniâtrement à en chercher le secret, & à l'enlever à l'inventeur, ils y réussirent, & perfectionnerent cette Methode au point que M. Leibnits par une sincerité digne d'un grand hom-

me a déclaré qu'elle leur appartenoit autant qu'à lui. C'est ainsi que le moindre rayon de verité qui s'échape au travers de la nuë, éclaire suffisamment les grands Esprits, tandis que la verité entierement dévoilée ne frape pas les autres.

La Patrie de M. Bernoulli rendit justice à un Citoyen qui l'honoroit tant, & en 1687. il fut élu par un consentement unanime, Professeur en Mathematique dans l'Université de Basle. Alors il fit paroître un nouveau talent, c'est celui d'instruire. Tel est capable d'arriver aux plus hautes connoissances qui n'est pas capable d'y conduire les autres, & il en coûte quelquefois plus à l'Esprit pour redescendre, que pour continuer à s'élever. M. Bernoulli par l'extrême netteté de ses Leçons, & par les grands progrès qu'il faisoit faire en peu de temps, attira à Basle un grand nombre d'Auditeurs Etrangers.

Les exercices que demandoit sa Place de Professeur, produisirent entre autres fruits tout ce qu'il a donné sur les *Series* ou suites infinies de Nombres. Il s'agit de trouver ce que vaut la somme d'une infinité de Nombres reglez selon quelque ordre ou quelque loi, & sans doute la Geometrie ne montre jamais plus d'audace que quand elle prétend se rendre maîtresse de l'infini même, & le traiter comme le fini. Par-là on découvre des Rectifications, ou des Quadratures de Courbes, car toutes les Courbes peuvent passer pour des suites infinies de lignes droites infiniment petites, & les espaces qu'elles comprennent pour une infinité d'espaces infiniment petits, tous terminez par des lignes droites. Tantôt on trouve que ces Suites, qui comprennent une infinité de termes, ne valent neanmoins qu'un certain terme fini, & alors les Courbes qu'elle représentent sont ou rectifiables, ou quarrables, tantôt on trouve que ces Suites se perdent dans leur infini, & se dérobent absolument au Calcul, & en ce cas-là les longueurs des Courbes ou leurs espaces échapent aussi à nos recherches. Archimede paroît avoir été le premier qui ait trouvé la somme d'une Pro-

greſſion geometrique infinie décroiſſante, & par-là il découvrit très-ingenieuſement la Quadrature de la Parabole; M. Wallis, celebre Mathematicien Anglois, a composé ſur ces ſuites ſon *Arithmetique des Infinis*, & après lui Mrs. Leibnits & Bernoulli pouſſerent encore cette Theorie plus loin.

Mais le travail le plus aſſidu de M. Bernoulli eut pour objet le Calcul des Infiniment petits, & les recherches où il étoit neceſſaire. Lui & le petit nombre de ſes pareils avoient découvert comme un nouveau Monde inconnu juſque-là, d'un abord difficile, même dangereux, d'où l'on rapportoit des richeſſes immenſes, que l'on n'eût pas trouvées dans l'Ancien. Déja en faiſant l'Eloge de feu M. le Marquis de l'Hôpital, nous avons fait en partie celui de M. Bernoulli, parce qu'ils ont ſouvent donné par la Methode qui leur étoit commune, la ſolution des mêmes Problêmes, où toute autre Methode n'auroit point eu de priſe. Nous ne répeterons point ici ce qui a été dit, nous y ajoûterons ſeulement quelques-unes des découvertes particulieres à M. Bernoulli.

* V. l'Hiſt. de 1704. p. 125.

Le Calcul differentiel étant ſuppoſé, on ſçait combien eſt neceſſaire le Calcul Integral, qui en eſt, pour ainſi dire, le renverſement; car comme le Calcul differentiel deſcend des grandeurs finies à leurs infinimens petits, ainſi le Calcul integral remonte des infiniments petits aux grandeurs finies, mais ce retour eſt difficile, & juſqu'à préſent impoſſible en certains cas. En 1691. M. Bernoulli donna deux Eſſais du Calcul Integral, les premiers qu'on eût encore veus, & ouvrit cette nouvelle carriere aux Geometres. Ces deux Eſſais regardoient la rectification & la quadrature de deux differentes eſpeces de Spirales; l'une eſt formée par les extrêmitez des Ordonnées d'une Parabole ordinaire, dont l'axe ſeroit roulé en cercle, l'autre eſt la Spirale Logaritmique, qui fait toûjours le même angle avec ſes Ordonnées concourantes à ſon centre. Et comme la Courbe appellée Loxodromique, décrite par un Vaiſſeau qui fait toûjours le même

rhumb de vent, fait auſſi toûjours le même angle avec tous les Meridiens, il s'enſuit que ſi les Meridiens étoient des lignes droites concourantes au Pole, la Loxodromique deviendroit la Spirale Logarithmique. De-là M. Bernoulli prit occaſion de paſſer de la Spirale Logarithmique à la Loxodromique, & découvrit beaucoup de choſes nouvelles, & fort curieuſes par rapport aux Longitudes & à la Navigation.

En ce temps-là, le Problême de la *Chainette* qu'il avoit propoſé, faiſoit beaucoup de bruit parmi les grands Geometres. C'eſt la courbure que doit prendre une Chaine, attachée fixement par ſes deux extrêmitez, également peſante en toutes ſes parties, & dont chaque partie eſt tirée en embas par ſon propre poids, & en même temps retenuë par les points fixes. Après que M^rs. Leibnits, Huguens, & Bernoulli ſon frere eurent réſolu le Problême, & déterminé cette courbure, il prouva en *1692.* qu'elle étoit la même que celle d'une Voile enflée par le vent. Et comme il commençoit alors ſes recherches & ſes découvertes ſur la courbure que prendroit une Lame à reſſort dont une extremité ſeroit attachée fixement ſur un plan, & l'autre porteroit un poids, il fit voir que ſi cette même Voile qui enflée par un vent horiſontal ſe courberoit en Chainette, étoit enflée par un liquide qui peſât ſur elle verticalement, elle ſe courberoit comme une Lame à reſſort, ou en *Elaſtique*, * car c'eſt le nom qu'il donne à cette Courbe. Ces déterminations ne ſont pas de ſimples jeux de Geometrie, eſtimables ſeulement par leur difficulté, elles peuvent entrer dans des queſtions délicates de Phiſique ou de Mechanique, quand il faudra connoître avec préciſion l'action des liquides ou des poids.

* V. ci-deſſus p. 133. & 134.

Pour épargner un plus long détail des recherches geometriques de M. Bernoulli, il ſuffira d'ébaucher ici l'idée de ſa Theorie des Courbes qui roulent ſur elles-mêmes. Une Courbe quelconque étant propoſée, il la conçoit comme immobile, & en même temps il conçoit qu'une autre

autre Courbe égale & semblable; c'est-à-dire, la même en espece, roule sur elle, & applique tous ses points aux siens les uns après les autres. En joignant à cette consideration celle de la Dévelopée qui auroit produit la Courbe proposée, non-seulement il tire du roulement de cette Courbe sur elle-même une Roulette ou Cycloïdale décrite à la maniere ordinaire par un point fixe de la Courbe mobile, mais encore la Caustique par réflexion, & de plus deux Courbes, dont il appelle la premiere *Antideveloppée*, la seconde *Pericaustique*, & pour se conduire dans ce Labirinthe de Courbes differentes, & en déterminer la nature, il n'a besoin que de connoître la premiere, generatice de toutes les autres.

Par-là, il arriva à une merveilleuse proprieté de la Spirale Logarithmique, c'est que toutes les Courbes, ou qui la produisent, ou qu'elle produit de la maniere qu'on vient d'expliquer, sa Développée, sa Caustique, sa Cicloïdale, son Antideveloppée, sa Pericaustique, sont d'autres Spirales Logarithmiques, égales & semblables en tout à la generatrice. Il est facile de juger que de pareilles résolutions demandent un grand appareil de Geometrie, & doivent être les derniers efforts de l'esprit Mathematique.

Ces mêmes roulements de Courbes conduisirent M. Bernoulli à la découverte des deux Formules generales des Caustiques par réflexion & par réfraction qui comprennent deux Sections du Livre de M. de l'Hôpital, ou plûtôt toute la Catoprique, & toute la Dioptrique. Mais M. Bernoulli avoit supprimé l'Analise des Formules, & M. de l'Hôpital en a révelé le mystere.

Toutes ces recherches, & quantité d'autres aussi profondes qu'il faut passer sous silence, ont été executées par le Calcul des Infiniment petits, & pouvoit-on mieux en prouver l'excellence, & dans le même temps enseigner l'art de le manier? Aussi cette Methode est-elle devenuë celle de tous les grands Geometres sans exception, & quoiqu'elle soit quelquefois épineuse, il est infiniment

plus aiſé d'apprendre à s'en ſervir, que d'aller loin ſans ſon ſecours.

Quand l'Academie Royale des Sciences reçût du Roy en 1699. un Reglement qui lui laiſſoit la liberté de choiſir huit Aſſociez Etrangers, auſſi-tôt tous les ſuffrages donnerent place aux deux freres Bernoulli dans ce petit nombre. M. l'Electeur de Brandebourg ayant auſſi établi à Berlin une Academie, dont le celebre M. Leibnits a la direction, ils y furent pareillement aſſociez tous deux en 1701. Quoiqu'abſents, ils ont ſatisfait ici à leur devoir d'Academiciens par des Pieces excellentes & ſingulieres dont nos Hiſtoires ont été enrichies. On a veu dans celle
* p. 58. de 1702 * la Section indéfinie des Arcs circulaires de M.
* p. 114. Bernoulli de Baſle, dans celle de 1703 * ſa Theorie du Centre d'Oſcillation, & dans celle de cette année on a
* p. 130. veu * ſa nouvelle hipotheſe de la Réſiſtance des ſolides, & l'Analiſe de ſa Courbe Elaſtique. Il avoit déja donné dans les Actes de Leipſic quelque idée, mais imparfaite, de la plûpart de ces recherches, & il ne les a envoyées à l'Academie qu'après les avoir miſes dans un état à le contenter lui-même.

Tandis que le Profeſſeur de Baſle ſe faiſoit un ſi grand nom, ſon cadet, Profeſſeur en Mathematique à Groningue, ne s'en faiſoit pas un moins éclatant, ils couroient tous deux la même carriere, & d'un pas égal. Les Sçavants du premier ordre auroient peine à le devenir, s'ils n'étoient paſſionnez pour leur ſcience, & poſſedez par un goût, ſuperieur à tout. Une émulation vive ſe mit entre les deux freres, fomentée encore par leur éloignement qui les réduiſoit à ne ſe parler preſque que dans des Journaux, & qui étoit propre à entretenir longtemps entre-eux un mal-entendu, s'il en pouvoit naître quelqu'un. Enfin, l'aîné ramaſſant toute ſa force, lança, pour ainſi dire, un Problême qu'il adreſſoit, non-ſeulement à tous les Geometres, mais auſſi à ſon frere en particulier, lui promettant même publiquement une certaine ſomme, s'il le pouvoit réſoudre. Il le réſolut, & même aſſez promp-

tement, mais il donna sa solution sans Analise. M. Bernoulli de Basle qui trouva cette solution en partie differente de la sienne, demanda à voir l'Analise, pour découvrir d'où pouvoit naître la difference des solutions. Mais sur les Juges qui devoient examiner cette Analise, & sur quelques autres circonstances du jugement, il survint des difficultez, qui n'ont pas été terminées. Le détail en seroit trop long, il suffira que l'on sçache que ce Problême regardoit les figures *Isoperimetres.* Entre une infinité de Courbes possibles qui ont la même *perimetrie* ou la même longueur, il faloit trouver d'une maniere generale celles qui dans certaines conditions renfermoient les plus grands ou les plus petits espaces, ou en faisant une révolution autour de leurs axes produisoient les plus grandes, ou les plus petites superficies, ou les plus grands, ou les plus petits Solides. On peut juger de la difficulté du Problême par l'intention dans laquelle il avoit été choisi.

C'est M. Bernoulli qui a pris soin de l'Edition, que l'on a faite à Basle de la Geometrie de Descartes; il étoit si rempli de ces matieres que les Epreuves qu'il avoit à corriger, ne pouvoient pas lui passer par les mains sans lui faire naître des pensées & des réflexions, & il embellit l'Ouvrage du grand Descartes par des Notes, qui quoique faites à la hâte, *Tumultuariæ*, comme il les appelle, sont très-curieuses, & très-instructives.

Ses travaux continuels, causez & par les devoirs de sa place, & par l'avidité de sçavoir, & par le plaisir des succès, furent apparemment ce qui le rendit sujet à la goutte d'assez bonne heure, & enfin ils le firent tomber dans une fievre lente dont il mourut le 16. Août de cette année, âgé de 50 ans & 7 mois. Deux ou trois jours avant sa mort, dans le temps des soins les plus serieux, il pria M. Herman son compatriote, son ami particulier & illustre Geometre, de remercier l'Academie des Sciences de la place qu'elle lui avoit donnée dans son corps. A l'exemple d'Archimede qui voulut orner son Tombeau de sa plus belle découverte geometrique, & ordonna que

l'on y mît un Cylindre circonscrit à une Sphere, M. Bernoulli a ordonné que l'on mît sur le sien une Spirale Logarithmique, avec ces mots, *Eadem mutata resurgo*, allusion heureuse à l'esperance des Chrétiens représentée en quelque sorte par les proprietez de cette Courbe. Il achevoit un grand Ouvrage, *De Arte Conjectandi*, & quoiqu'il n'en ait rien paru, nous pouvons en donner une idée sur la foi de M. Herman. Les Regles d'un jeu étant supposées, & deux Joüeurs de la même force, on peut, en quelque état que soit une partie, déterminer par l'avantage qu'un des Joüeurs a sur l'autre, combien il y a plus à parier qu'il gagnera. Le pari change selon tous les differents états où sera la partie, & quand on veut considerer tous ces changements, on trouve quelquefois des Series ou suites de Nombres reglées, & même nouvelles & singulieres. Si l'un suppose les Joüeurs inégaux, on demande quel avantage le plus fort doit accorder à l'autre, ou réciproquement l'un ayant accordé à l'autre un certain avantage, on demande de combien il est plus fort, & il est à remarquer que souvent les avantages ou les forces sont incommensurables, de sorte que les deux Joüeurs ne peuvent jamais être parfaitement égalez. Les raisonnements que ces sortes de matieres demandent, sont ordinairement plus déliez, plus fins, composez d'un plus grand nombre de veuës qui peuvent échaper, & par consequent plus sujets à erreurs que les autres raisonnements mathematiques. Par exemple, deux Joüeurs égaux joüant en 4 parties liées, si l'un en a gagné 3 & l'autre 2, il faut raisonner assez juste pour déterminer précisément que l'on peut parier 3 pour celui qui a les 3 parties, & 1 seulement pour celui qui en a 2. Ce cas est des plus simples, & on peut juger par-là de ceux qui sont infiniment plus compliquez. Quelques grands Mathematiciens, & principalement Mrs. Paschal & Huguens, ont déja proposé ou résolu des Problêmes sur cette matiere, mais ils n'ont fait que l'effleurer, & M. Bernoulli l'embrassoit dans une plus grande étenduë, & l'approfondissoit beaucoup davantage.

Il la portoit même jusqu'aux choses Morales & Politiques, & c'est-là ce que l'Ouvrage doit avoir de plus neuf & de plus surprenant. Cependant si l'on considere de près les choses de la vie sur lesquelles on a tous les jours à déliberer, on verra que la déliberation devroit se réduire, comme les Paris que l'on feroit sur un jeu, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain évenement au nombre des cas où il n'arrivera pas. Cela fait, on sçauroit au juste, & on exprimeroit par des nombres de combien le parti qu'on prendroit seroit le meilleur. Toute la difficulté est qu'il nous échape beaucoup de cas où l'évenement peut arriver, ou ne pas arriver, & plus il y a de ces cas inconnus, plus la connoissance du parti qu'on doit prendre paroît incertaine. La suite de ces idées a conduit M. Bernoulli à cette question, Si le nombre des cas inconnus diminuant toûjours la probabilité du parti qu'on doit prendre en augmente necessairement, desorte qu'elle vienne à la fin à tel degré de certitude qu'on voudra. Il semble qu'il n'y ait pas de difficulté pour l'affirmative de cette Propoposition, cependant M. Bernoulli qui possedoit fort cette matiere, assuroit que ce Problême étoit beaucoup plus difficile que celui de la Quadrature du cercle, & certainement il seroit sans comparaison plus utile. Il n'est pas si glorieux à l'Esprit de Geometrie de regner dans la Phisique, que dans les choses Morales, si compliquées, si casuelles, si changeantes; plus une matiere lui est opposée, & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.

M. Bernoulli étoit d'un temperament bilieux & melancolique, caractere qui donne plus que tout autre, & l'ardeur, & la constance, necessaires pour les grandes choses. Il produit dans un Homme de Lettres une étude assiduë & opiniâtre, & se fortifie incessamment par cette étude même. Dans toutes les recherches que faisoit M. Bernoulli, sa marche étoit lente, mais sûre, ni son genie, ni l'habitude de réüssir ne lui avoient inspiré de confiance, il ne donnoit rien qu'il n'eût remanié bien des fois, & il

n'avoit jamais cessé de craindre ce même Public qui avoit tant de veneration pour lui.

Il s'étoit marié à l'âge de trente ans, & a laissé un fils & une fille.

Sa place d'Associé Etranger a été remplie par M. Bianchini, Camerier d'honneur du Pape, Chanoine de Saint Laurent in Damaso.

ELOGE DE M. AMONTONS.

GUILLAUME AMONTONS nâquit l'an 1663. sur le minuit du dernier jour d'Août. Il étoit fils d'un Avocat qui ayant quitté la Normandie, d'où il étoit originaire, étoit venu s'établir à Paris. Il étudioit encore en Troisiéme, lorsqu'il lui resta d'une maladie une surdité assez considerable, qui le sequestra presque entierement du commerce des Hommes, du moins, de tout commerce inutile. N'étant plus qu'à lui-même, & livré aux pensées qui sortoient du fond de la nature, il commença à songer aux Machines. Il entreprit d'abord la plus difficile de toutes, ou plûtôt la seule impossible, je veux dire, le Mouvement perpetuel, dont il ne connoissoit ni l'impossibilité ni la difficulté. En y travaillant il s'apperçut qu'il devoit y avoir des principes dans cette matiere, & qu'à moins que de les sçavoir, on y perdoit son tems & sa peine. Il se mit donc dans la Geometrie, quoique selon la coûtume de toutes les familles, la sienne s'y opposât, & sans doute avec assez de raison, si on ne regarde les Sciences que comme des moyens d'arriver à la fortune.

On assure qu'il ne voulut jamais faire de remedes pour sa surdité, soit qu'il desesperât d'en guerir, soit qu'il se trouvât bien de ce redoublement d'attention & de recueillement qu'elle lui procuroit, semblable en quelque chose à cet Ancien que l'on dit qui se creva les yeux pour n'être pas distrait dans ses meditations philosophiques,

M. Amontons apprit le Deſſein, l'Arpentage, l'Architecture, & fut employé dans pluſieurs Ouvrages publics, mais il ne fut pas longtemps ſans s'élever plus haut, & il joignit à cette Mechanique qui produit nos Arts, & n'eſt occupée que de nos beſoins, la connoiſſance de la ſublime Mechanique, qui a diſpoſé l'Univers.

Les Inſtruments, tels que les Barometres, les Thermometres, & les Hygrometres, deſtinez à meſurer des variations Phiſiques, qui nous étoient, il y a peu de temps, ou abſolument inconnuës, ou connuës ſeulement par le rapport confus & incertain de nos ſens, ſont peut-être de toutes les inventions utiles de la Philoſophie moderne, celle où l'application de la Mechanique à la Phiſique eſt la plus délicate ; & d'ailleurs comme on s'étoit contenté du premier hazard, ou de la premiere idée qui avoit fait naître ces inventions aſſez heureuſement, elles étoient demeurées ou défectueuſes en elles-mêmes, ou d'un uſage peu commode. M. Amontons les étudia avec beaucoup de ſoin, & en 1687. n'ayant encore que 24 ans, il préſenta à l'Academie des Sciences un nouvel Hygrometre qui en fut fort approuvé. Il propoſa auſſi à M. Hubin, fameux Emailleur, & fort habile en ces matieres, differentes idées qu'il avoit pour de nouveaux Barometres & Thermometres, mais M. Hubin l'avoit prévenu dans quelques-unes de ſes penſées, & il fit peu d'attention aux autres, juſqu'à ce qu'il eût fait un voyage en Angleterre, où elles lui furent propoſées par quelques-uns des principaux membres de la Societé Royale.

Peut-être ne prendra-t-on que pour un jeu d'eſprit, mais du moins très-ingenieux, un moyen qu'il inventa de faire ſçavoir tout ce qu'on voudroit à une très-grande diſtance, par exemple, de Paris à Rome, en très-peu de temps, comme en 3 ou 4 heures, & même ſans que la nouvelle fût ſçûë dans tout l'eſpace d'entre-deux. Cette propoſition ſi paradoxe, & ſi chimerique en apparence fut executée dans une petite étenduë de Pays, une fois en préſence de Monſeigneur, & une autre, en préſence

de Madame, car quoique M. Amontons n'entendît nullement l'art de ſe produire dans le monde, il étoit déja connu des plus grands Princes à force de merite. Le ſecret conſiſtoit à diſpoſer dans pluſieurs Poſtes conſecutifs, des gens qui par des Lunettes à longue veuë ayant apperçû certains ſignaux du poſte précedent les tranſmiſſent au ſuivant, & toûjours ainſi de ſuite, & ces differens ſignaux étoient autant de Lettres d'un Alphabet, dont on n'avoit le Chiffre qu'à Paris & à Rome. La grande portée des Lunettes faiſoit la diſtance des poſtes, dont le nombre devoit être le moindre qu'il fût poſſible, & comme le ſecond poſte faiſoit les ſignaux au troiſiéme, à meſure qu'il les voyoit faire au premier, la nouvelle ſe trouvoit portée de Paris à Rome preſque en auſſi peu de temps qu'il en faloit pour faire les ſignaux à Paris.

En 1695. M. Amontons donna le ſeul Livre imprimé qui ait paru de lui, & le dédia à l'Academie des Sciences. Il eſt intitulé, *Remarques & Experiences Phiſiques ſur la conſtruction d'une nouvelle Clepſidre, ſur les Barometres, Thermometres, & Hygrometres.* Quoique les Clepſidres, ou Horloges à eau, ſi uſitées chez les Anciens, ayent été entierement abolies parmi nous par les Horloges à rouës infiniment plus juſtes & plus commodes, M. Amontons ne laiſſa pas de prendre beaucoup de peine à la conſtruction de ſa Clepſidre, dans l'eſperance qu'elle pourroit ſervir ſur mer; car de la maniere dont elle étoit faite, le mouvement le plus violent que pût avoir un Vaiſſeau ne la dérégloit point, au lieu qu'il dérégle infailliblement les autres Horloges. On a pû voir dans le Livre de M. Amontons avec combien d'art ſa Clepſidre étoit conſtruite; il n'y a guere d'apparence qu'il ſe ſoit rencontré avec aucun des anciens Inventeurs.

Il entra dans l'Academie en 1699. lorſqu'elle reçut ſon nouveau Reglement. Auſſi-tôt il donna dans nos Aſſemblées ſa Theorie des Frotements, qui a tant éclairci une matiere ſi importante dans la Mechanique, & juſque-là ſi obſcure. Son nouveau Thermometre vint enſuite, invention

tion qui n'eſt pas ſeulement utile pour la pratique, mais qui a donné de nouvelles veuës pour la Speculation. Nos Hiſtoires ont parlé à fond de ces découvertes, un Vo- " lume nouveau qui va paroître en contiendra encore " une autre du même Auteur, c'eſt ſon Barometre rec- " tifié, & le Volume qui viendra encore après contien- " dra ſon Barometre ſans Mercure à l'uſage de la Mer, & " des Experiences nouvelles & fort curieuſes qu'il a faites " ſur le Barometre & ſur la nature de l'air, tant le nom & " les découvertes de M. Amontons ont de peine, pour " ainſi dire, à quitter la place qu'ils tenoient dans nos " Hiſtoires. "

Cela étoit vrai le 14 Novembre 1705 que cet Eloge fut lû dans une Aſſemblée publique, l'Hiſtoire de 1704 n'étant pas encore achevée d'imprimer.

En effet, celle que cet Academicien rempliſſoit dans la Compagnie étoit preſque unique. Il avoit un don ſingulier pour les Experiences, des idées fines & heureuſes, beaucoup de reſſources pour lever les inconvenients, une grande dexterité pour l'éxecution, & on croyoit voir revivre en lui M. Mariotte, ſi célebre par les mêmes talents. Nous ne craignons point de comparer à un des plus grands ſujets qu'ait eus l'Academie un ſimple Eleve tel qu'étoit M. Amontons; le nom d'Eleve n'emporte parmi nous aucune difference de merite, il ſignifie ſeulement moins d'ancienneté, & une eſpece de ſurvivance.

M. Amontons jouïſſant d'une ſanté parfaite, qui ſe déclaroit même par toutes les apparences exterieures, n'étant ſujet à aucune infirmité, menant & ayant toûjours mené la vie du monde la plus reglée, fut tout d'un coup attaqué d'une inflammation d'entrailles, la gangrene s'y mit en peu de jours, & il mourut le 11 Octobre âgé de 42 ans & près de deux mois. Il étoit marié & n'a laiſſé qu'une fille âgée de 2 mois.

Le Public perd par ſa mort pluſieurs inventions utiles qu'il meditoit, ſur l'Imprimerie, ſur les Vaiſſeaux, ſur la Charue. Ce qu'on a veu de lui répond que ce qu'il croyoit poſſible devoit l'être à toute épreuve, & le genie de l'invention, naturellement ſubtil, hardi, & quelquefois pré-

ſomptueux, avoit en lui toute la ſolidité, toute la retenuë, & même toute la défiance neceſſaires.

Les qualités de ſon cœur étoient encore préferables à celles de ſon eſprit, une droiture ſi naïve & ſi peu méditée qu'on y voyoit l'impoſſibilité de ſe démentir, une ſimplicité, une franchiſe & une candeur que le peu de commerce avec les hommes pouvoit conſerver, mais qu'il ne lui avoit pas données, une entiere incapacité de ſe faire valoir autrement que par ſes Ouvrages, ni de faire ſa cour autrement que par ſon merite, & par conſequent une incapacité preſque entiere de faire fortune.

FIN.



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCV.

OBSERVATIONS

De la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année derniere 1704. avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des Remarques sur les Vents qui ont regné.

PAR M. DE LA HIRE.



PENDANT l'année 1704. l'eau qui est tombée a été distribuée assez également dans tous les mois, si l'on en excepte les deux de Juillet & d'Octobre où il a plu très-peu. La secheresse de ce dernier est fort utile pour faire commodément les semences.

1705. 10. Janvier.

Voici la quantité de l'eau pendant chaque mois.

Janvier.	15 lig.	May.	27 $\frac{1}{4}$	Septembre.	34
Fevrier.	15 $\frac{1}{2}$	Juin.	24 $\frac{1}{4}$	Octobre.	8 $\frac{1}{4}$
Mars.	19 $\frac{1}{4}$	Juillet.	9 $\frac{1}{4}$	Novembre.	19 $\frac{1}{4}$
Avril.	16	Aoust.	27	Decembre.	23

Somme de l'eau de toute l'année 238 $\frac{1}{2}$ lignes, ou bien 19 pouces 10 lignes, ce qui est fort proche des 19 pouces que nous avons déterminez pour la quantité moyenne de l'eau qui tombe chaque année.

Sur les Vents.

Dans tout le mois de Janvier le vent a regné vers le Nord, en tirant dans le commencement vers l'Est, & à la fin vers l'Oüest : Il n'a pas plu depuis le 10 jusqu'au 24.

Dans le mois de Fevrier le vent a été presque toujours à l'Oüest, & quelquefois au Sud.

En Mars le vent a été presque toujours au Sud : dans le commencement il tiroit à l'Oüest, & à la fin vers l'Est : Il n'a pas plu depuis le 15 jusqu'au 3 du mois suivant.

En Avril le vent a été de même, hormis dans les derniers jours où il s'est tourné vers le Nord.

En May il y a eu beaucoup d'inconstance dans le vent.

En Juin le vent étoit dans le commencement entre le Nord & l'Est, & à la fin vers l'Oüest.

En Juillet le vent d'Oüest a été le dominant, & il n'a plu que 4 lignes depuis le 27 Juin jusqu'au 28 de ce mois.

En Aoust le vent a passé de l'Est au Nord, & ensuite à l'Oüest.

En Septembre le vent a presque toujours été au Sud-Oüest.

En Octobre le principal vent a été celui du Nord, tirant tantôt à l'Est, & tantôt à l'Oüest. Depuis le 4 de ce mois jusqu'au 27 il n'a plu qu'une ligne.

En Novembre le vent étoit au commencement vers le Nord, & au milieu & jusqu'à la fin vers le Sud-Oüest.

En Decembre, le vent principal & dominant, étoit le Sud-Oüest.

On voit par toutes ces obſervations que le vent qui a le plus regné a été celui de l'Oüeſt, comme il arrive preſque toûjours dans ces Païs-ci; & c'eſt auſſi de ces ſortes de vents qu'il pleut ordinairement. Mais les pluïes qui ont été les plus abondantes, mais qui n'ont pas paſſé un pouce de hauteur, ſont venuës avec un vent du côté du Nord. Il n'y a pas eu d'orages conſiderables pendant cette année.

Sur le Barometre.

Ce qu'il y a de plus conſiderable dans le Barometre qui nous marque la peſanteur de l'air, ce ſont les changements qui lui arrivent en deux ou trois jours, où nous le voyons ſouvent deſcendre & monter de plus d'un pouce; ce qui nous fait connoître les grandes variations qui arrivent en peu de tems à la hauteur de l'atmoſphere. Car pour rendre raiſon de ces differentes peſanteurs de l'air, il ne me paroît pas vrai-ſemblable de ſuppoſer, comme font quelques Philoſophes, differens liquides & de differente peſanteur ſur la ſurface de la terre, qui ſont tantôt portez d'un côté & tantôt de l'autre; car ils devroient être ordinairement plus legers quand l'air eſt plus chargé de vapeurs, comme les obſervations nous le font connoître.

Il me ſemble qu'on peut fort bien expliquer, comme il ſuit, tout ce que nous obſervons de la peſanteur de l'air ou de l'atmoſphere dans toutes ſes circonſtances. Nous ſçavons par des obſervations très-exactes que le Barometre s'éleve en general moins haut entre les Tropiques que dans les Païs Septentrionaux; d'où l'on peut conjecturer que la figure de l'atmoſphere eſt un ſpheroïde long dont l'axe eſt joint à celui de la terre, ce qui eſt aſſez facile à expliquer dans le Syſtême de Copernic. Mais comme par tout où il y a de l'air il peut y avoir des vents, ſi le même vent regne dans toute la maſſe de l'air & qu'il vienne du midy, il abbaiſſera la hauteur de l'atmoſphere dans ces

Païs-ci ; & au contraire, s'il vient du Septentrion, il l'élevera. Mais aussi comme les vents du Midi nous apportent de la pluïe, il s'ensuivra qu'il doit pleuvoir quand l'air paroîtra leger : tout le contraire arrivera de l'autre côté.

C'est en general ce qui doit suivre de cette supposition ; mais si le vent de Midi ne regne que sur la surface de la terre, & qu'il y ait un vent de Nord dans la partie superieure, il pourra pleuvoir quoique l'air paroisse fort pesant, & par une raison contraire il pourra faire un temps fort serein avec un vent de Nord & le Barometre étant fort bas ; car nous ne pouvons observer que les vents qui sont fort proche de la terre.

Pendant cette année le Barometre est monté assez souvent au-delà de 28 pouces ; mais il est monté au plus haut le 25 Decembre au matin à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{6}$, & le plus bas a été le 25 Novembre à 26 pouces 11 lignes à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire où est placé mon Barometre. Toute la difference de hauteur entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{6}$.

On ne peut rien conclure des vents qui ont regné dans les plus grandes ou moindres hauteurs du Barometre par les raisons que j'ai rapportées cy-dessus, puisque nous ne pouvons observer que les vents qui sont vers la surface de la terre. J'ai seulement remarqué qu'il n'a pas plu dans le temps où le Barometre a été au plus haut, & qu'il a plu beaucoup quand il a été au plus bas, & tantôt avec un vent de Nord, & tantôt avec un vent de Sud-Oüest.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre est descendu au plus bas le 23 Janvier à 14 degrez $\frac{2}{3}$. Son état moyen tel qu'il est dans le fond de la carriere de l'Observatoire à 14 Toises au-dessous du Rez de chaussée étant à 48 degrez, & la gelée commençant quand il est à 32 degrez ; mais il est remonté aussitôt vers les 30 degrez. La chaleur a été la plus grande le 28 Juillet, le Thermometre ayant monté à 66 degrez $\frac{1}{4}$.

Ces observations du Thermometre sont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui est le temps de la journée où l'air est le plus froid.

On voit par-là que le froid a été à peu près dans le même degré que la chaleur par rapport à un état moyen, si l'on en excepte le 23 Janvier. Aussi pendant le jour & vers les 2 heures après midi la chaleur est beaucoup plus grande que le matin, & j'ai trouvé le Thermometre à 75 degrez à l'abri du Soleil; & par consequent il a fait plus chaud que froid cette année en ces Païs-cy.

Sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé la déclinaison de l'Aiguille aimanté le 30 Octobre de 9 degrez 20 minutes vers le couchant, avec la même Aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ai accoûtumé de l'observer.

COMPARAISON

Des Observations sur la pluie & sur les Vents, faites par M. de Pont-briand, au Château du Pont-briand, à deux lieuës de saint Malo, & vers le bord de la Mer pendant l'année 1704; avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même temps.

PAR M. DE LA HIRE.

CEs Observations qui ont été faites en Bretagne avec beaucoup d'exactitude, ayant été communiquées à l'Academie par M. du Torar, à qui M. de Pont-briant les avoit envoyées; on a trouvé à propos de les comparer avec celles qui ont été faites à Paris au même temps, dont j'ai déja donné le Journal. On ne donne ici que la quantité de pluïe qui est tombée pendant chaque mois; mais 1705. 25. Fevrier.

on remarquera qu'il pleut fort ſouvent dans le même tems dans ces deux lieux éloignez d'environ 80 licuës, dont l'un eſt à l'Occident de l'autre, & preſque dans le même parallele : mais il arrive bien plus ſouvent des orages à ſaint Malo qu'à Paris.

	A Paris.	*A Pont-briant.*		*A Paris.*	*A Pont-briant.*
Janvier.	15 lig.	11 lig $\frac{3}{4}$	Juillet.	9 lig. $\frac{1}{4}$	13 lig. $\frac{1}{4}$
Fevrier.	15 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$	Aouſt.	27	27 $\frac{1}{2}$
Mars.	19 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{3}{4}$	Septembre.	34	51
Avril.	16	21 $\frac{3}{4}$	Octobre.	8 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{1}{4}$
May.	27 $\frac{1}{4}$	17	Novembre.	19 $\frac{3}{4}$	57 $\frac{3}{4}$
Juin.	24 $\frac{1}{4}$	2	Decembre.	23	25 $\frac{1}{4}$

Somme de l'eau à Paris 238 l. $\frac{1}{2}$ ou bien 19 p. 10 l. $\frac{1}{2}$
au Pont-briant 284 ou bien 23 8 $\frac{1}{4}$

On voit par-là que la quantité de la pluïe dans chaque mois, n'a pas été fort differente, ſi ce n'eſt en Septembre & en Novembre où il a plu beaucoup plus au Pont-briant qu'à Paris. Auſſi dans le mois de Juin il a plu bien moins au Pont-briant qu'à Paris ; mais l'un ne récompenſe pas l'autre, puiſqu'il eſt tombé près de 4 pouces plus d'eau au Pont-briant qu'à Paris; quoiqu'à Paris la quantité ait été à peu près de même que dans les années moyennes.

Il y a quelques années que M. le Maréchal de Vauban, qui eſt à préſent Préſident de l'Academie, fit faire ces mêmes obſervations dans la Citadelle de Lille en Flandre. J'en fis alors la comparaiſon avec celles de Paris, & je trouvai qu'il pleuvoit ordinairement un peu plus en Flandres qu'à Paris.

Par les obſervations des vents faites à Paris & au Pont-briant, on remarque que le vent n'eſt pas ordinairement le même dans ces deux endroits, & qu'il tire toûjours plus au Sud à Paris qu'en ce lieu-là. Pour les pluïes qui accompagnent les vents, il y a beaucoup de varieté dans des tems & dans des années. Ce n'eſt pas qu'en general on trouve dans les obſervations de cette année, qu'au Pont-briant les grandes pluïes avec orage ont toûjours été ac-

compagnées d'un vent de Nord-Oüest, & quelquefois de Nord & rarement de Nord-Est. A Paris elles viennent presque toujours du Sud-Oüest. Le voisinage de la mer à S. Malo, & la disposition de la Manche à l'égard de cette côte de Bretagne peuvent causer cette difference, tant pour la direction des vents, que pour la pluïe.

On ne doit pas s'étonner que les vents soient differens en des lieux peu éloignez par rapport à toute la surface de la terre, puisque nous voyons assez souvent que dans le même lieu il y a des vents differens qui regnent dans l'air, & quelquefois entierement opposez, ce qu'on observe par le mouvement des nuées. Un des vents peut avoir son origine dans un endroit & l'autre dans un autre, ou plus ou moins éloigné d'un même lieu. Ces vents se mêlent enfin & n'en font qu'un moyen, ou l'un prend le dessus & l'emporte sur l'autre ; & il peut arriver que le combat de ces vents contraires, quand ils sont très-violents, causent des orages & des houragans.

M. du Pont-briant, remarque dans sa Lettre écrite à M. du Torar, qu'il gele bien moins à S. Malo qu'à Rennes, mais on n'en doit attribuer la cause qu'à la proximité de la mer : car la grande quantité de vapeurs qui s'élevent de l'eau de la mer, & qui peuvent retenir quelques sels marins, peuvent empêcher la gelée, puisqu'on connoît par experience que l'eau de la mer ne gele pas si facilement que l'eau douce, & que l'eau dans laquelle on a dissout un peu de sel marin ne se gele pas facilement. J'ai aussi remarqué autrefois à Brest qu'on y avoit conservé en pleine terre des Ananas pendant tout l'hyver, quoiqu'ils fussent exposez à l'air.



REFLEXIONS

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites dans le Voyage du Legat du Pape à la Chine, l'an 1703.

PAR M. CASSINI le Fils.

1705. 10. Janvier. NOus avons reçu depuis quelques jours une Carte réduite qui nous a été envoyée de Pondichery par M. de May Missionnaire, qui est allé avec M. de Tournon Legat du Pape à la Chine.

Il a marqué dans cette Carte par des lignes ponctuées la route que le Vaisseau le Maurepas a faite jour par jour depuis les Canaries d'où ils partirent le 1 May 1703. jusqu'à Pondicheri où ils arriverent le 6. de Novembre après une Navigation de plus de six mois, dans laquelle ils ne s'arrêterent que dix-huit jours dans l'Ile de Mascaregne ou de Bourbon.

Ils ont observé pendant ce voyage en plusieurs endroits la variation de l'éguille aimantée par le lever & le coucher du Soleil, & ils ont eu soin de le marquer sur la Carte le long de la route au jour que l'observation a été faite.

Comme la nouvelle Carte des variations de M. Halley dressée pour l'année 1700. comprend tous les endroits qui sont marquez sur cette route, cela nous a donné occasion d'examiner si elle s'accordoit avec ces nouvelles observations, & l'on a placé sur la Carte de M. Halley tous les endroits où M. de May marque que l'on a observé les variations, ayant égard aux différentes longitudes qui sont marquées sur ces deux Cartes; la difference entre les Meridiens de l'Isle de Fer & de Pondichery, suivant M. Halley, étant de 99 degrez, & selon la nouvelle Carte, de $101\frac{1}{3}$.

Le

Le 18 May 1703. à 358 degrez de longitude, & 5 degrez 40 minutes de latitude Septentrionale, la variation fut observée par le coucher du Soleil de $1^d \frac{1}{2}$ du Nord vers l'Oüest.

Le lieu où cette observation a été faite étant placé sur la Carte de M. Halley, se trouve un peu à l'Occident de la ligne où il marque qu'il n'y a point de variation, du côté que la variation commence à être Orientale; de sorte que suivant la comparaison de ces observations cette ligne devroit être à l'Occident de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, ce qui s'accorde à ce que j'ai déja marqué dans un Memoire du 6 Decembre 1704.

Le 6 Juin à 356^d de longitude & $5^d\ 20'$ de latitude Meridionale, la variation fut observée par le lever du Soleil de 1^d Nord-Est, ce qui s'accorde assez bien à la Carte de M. Halley, où ce lieu est placé entre un & deux degrez de variation Orientale.

Le 11 Juin à $352^d\ 40'$ de longitude & $11^d\ 15'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $1^d \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte des variations un peu plus de 3 degrez.

Le 19 Juin à 1 degré environ au Sud de l'Isle la plus meridionale de l'Ascension à 350^d de longitude & $21^d\ 0'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $6^d \frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley de $7^d \frac{1}{2}$.

Le 3 Juillet à $7^d\ 45'$ de longitude & $34^d\ 40'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Est, à peu près la même que celle de M. Halley.

Le 8 Juillet à $24^d\ 10'$ de longitude & 36 degrez de latitude meridionale, la variation fut observée de 3^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte de M. Halley entre 3 & 4 degrez.

Suivant ces deux dernieres observations dans l'une desquelles la variation a été trouvée du Nord vers l'Est, & dans l'autre du Nord vers l'Oüest, & qui s'accordent assez

bien à celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley; la ligne où il n'y a point de variation traverſe la route de M. de May à peu près dans le même endroit où M. Halley fait paſſer cette ligne.

Le 13 Juillet dans le banc des Aiguilles un degré au Sud du Cap de bonne Eſperance à 41^{d} de longitude & 36^{d} $20'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 13^{d} Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée de 11 degrez dans la Carte de M. Halley.

Le 19 Juillet à 53^{d} $30'$ de longitude & 35^{d} $35'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oüeſt, de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 25 Juillet à 69^{d} de longitude & 32^{d} $50'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $25^{d}\frac{1}{2}$ Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 24 & 25.

Le 12 Septembre à 98^{d} $30'$ de longitude & 28^{d} de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oüeſt, préciſement de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 17 Septembre à 96^{d} $35'$ de longitude & 22^{d} $40'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 15 degrez Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 15 & 16.

Le 2 Octobre à 106^{d} $40'$ de longitude & 1^{d} $20'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 4^{d} Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley entre 5 & 6 degrez.

Enfin le 2 Novembre à 105^{d} $20'$ de longitude & 14^{d} $40'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 4^{d} $45'$, préciſement de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley.

L'on voit par cette comparaiſon que quelques-unes de ces obſervations s'accordent à determiner la variation préciſement de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley; que la plûpart ne s'en écartent pas d'un

degré entier, & que les plus éloignées ne le sont que de deux degrez. Cet accord avec si peu de difference doit paroître considerable, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a sur mer d'observer avec précision la variation de l'aiman, & aux changemens qui peuvent y être arrivez depuis 3 ans qui se sont écoulez entre la construction de la Carte de M. Halley & le voyage de M. de May.

L'on ne sçait pas si M. Halley a eu d'autres vûës dans la construction de sa Carte, que celle de déterminer la variation de l'aiman pour la commodité des Navigateurs: mais il paroît que si dans l'examen des observations faites dans plusieurs autres routes l'on trouvoit une conformité pareille à celle que l'on vient de trouver dans celle-cy, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur; car les lignes qui marquent les variations de degré en degré coupent les paralleles en ces endroits assez directement, & elles sont fort proches les unes des autres, comme il paroît dans cette route depuis la ligne où il n'y a point de variation jusqu'à celle où elle est de 25^d, qui répondent ici à 34 degrez de difference de longitude.

L'on peut effectivement placer sur la Carte de M. Halley presque tous les lieux où M. de May a observé la variation par l'intersection des paralleles avec les lignes qui marquent la variation observée, sans qu'il y ait d'autres differences que celles que l'on peut attribuer ordinairement à la difficulté qu'il y a de déterminer sur mer la longitude du lieu où l'on se trouve.

Il seroit à souhaiter que la variation de l'aimant étant une fois bien établie, l'on pût trouver une regle des changemens qui y arrivent dans la suite des tems. Il faudroit pour y parvenir avoir un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des Observateurs exacts dans des intervalles de temps considerables, & c'est un secours dont on a été privé jusquà présent; car quoique le P. Riccioli ait fait un grand recueil de ces sortes d'obser-

vations, comme il n'a pas marqué dans la plûpart le nom des Observateurs, ni le temps que les observations ont été faites, on ne peut pas en tirer cet avantage.

On le peut mieux tirer de quelques observations qui ont été faites par les PP. Jesuites dans leur voyage aux Indes Orientales, & qui sont rapportées par le P. Gouye dans les Observations Physiques de 1692. qui pourront servir à faire connoître quelques changemens qui sont arrivez dans la variation de l'aiman.

Le P. Noël en allant à la Chine en 1684. remarqua qu'à 215 lieuës à l'Oüest du Cap de bonne Esperance l'éguille n'avoit aucune déclinaison.

Suivant cette observation la ligne où il n'y avoit point de variation étoit considerablement à l'Orient de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, & où elle doit être placée suivant les observations de M. de May, puisqu'il trouva vers cet endroit-là en 1703 la variation de 3^d Nord-Oüest.

Le P. Noël observa aussi en 1684. au Cap des Eguilles la déclinaison de 10 degrez Nord-Oüest, qui dans la Carte de M. de May est marqué de 13 degrez, ce qui s'accorde à la difference qui a été trouvée par l'observation precedente, & donne trois degrez d'augmentation en 19 années, ce qui est en raison de 10 minutes par an.

Le Pere Riccioli dans le Recueil qu'il a fait des observations de la déclinaison de l'aiman ne donne aucune déclinaison à ce Cap, & il y a apparence qu'il n'y en avoit point lorsqu'on lui donna le nom de Cap des Eguilles. Il rapporte au Livre 8 de sa Geograhie plusieurs observations qui ont été faites aux environs de ce Cap, & entre autres une de Gerard de Dieppe, qui observa en l'an 1639. à 14 lieuës au-delà du Cap de bonne Esperance; c'est-à-dire, près du Cap des Eguilles, la déclinaison Occidentale de 1$^d\frac{1}{2}$.

En comparant cette déclinaison à celle qui est marquée dans la nouvelle Carte de M. Halley, il y a eu en 64 ans 11$^d\frac{1}{2}$ de variation du Nord vers l'Oüest, ce qui est en rai-

ſon d'un peu moins de 11 minutes par an, à peu près de même que l'on a trouvé par la comparaiſon des obſervations précedentes.

Le Pere Noël remarque auſſi que les Pilotes Portugais diſent que depuis le Cap des Eguilles juſqu'à Madagaſcar la déclinaiſon au Nord-Oüeſt croît de 13 degrez ; enſorte que ſi elle eſt de 2 degrez au Cap, elle ſera de 15 degrez à la vûë de Madagaſcar. Cela s'accorde auſſi à la variation marquée dans la nouvelle Carte qui eſt de 13 degrez au Cap des Eguilles, & de 25 $\frac{1}{2}$ ſous le Meridien de Madagaſcar.

Depuis Madagaſcar juſqu'à Pondichery la déclinaiſon de l'aiman va en diminuant, & elle eſt marquée dans la Carte de M. de May un peu à l'Orient de Pondichery de $4^d\ 45''$ Nord-Oüeſt. Elle fut obſervée à Pondichery par le P. Richaud en 1689. de $7^d\ 0''$; ainſi ſi l'on ſuppoſe qu'elle ait été à Pondichery en 1703, de même qu'on l'obſerva un peu à l'Orient de cette Ville, l'on aura pour 14 ans une diminution de déclinaiſon de 2 degrez $\frac{1}{4}$, ce qui eſt à raiſon de 10 minutes par an, au lieu qu'au Cap des Eguilles l'on y a trouvé une augmentation à peu près ſemblable. Le P. Richaud trouva à Louvo par l'intervalle de deux années une diminution pareille à celle que l'on a trouvée à Pondichery, ce qui pourroit faire conjecturer, que dans les Indes Orientales depuis le Meridien de l'Iſle de Madagaſcar vers l'Orient la déclinaiſon Occidentale diminuë tous les ans dans la même proportion, qu'elle augmente depuis cette Iſle vers le Cap de bonne Eſperance. Voilà les regles qu'on peut tirer de ces comparaiſons.



REFLEXIONS

Sur les Observations des Satellites de Saturne & de son Anneau.

PAR M. CASSINI.

1705. 14. Janvier. LES Satellites de Saturne ne ſont pas ſi faciles à être obſervez que ceux de Jupiter. Leur éloignement du Soleil, environ double de l'éloignement de ceux de Jupiter, diminuë trop la lumiere qu'ils en reçoivent & qu'ils nous réflechiſſent, & leur plus grand éloignement de la terre diminuë beaucoup plus leur grandeur apparente.

Les deux Satellites plus proches de Saturne, dont les révolutions ſont plus courtes, ont leurs cercles ſi preſſez enſemble, qu'il n'eſt pas toujours facile de diſtinguer l'un de l'autre; & ils ſont ſi ſouvent joints à Saturne qui occupe une grande partie de ces cercles, qu'à proportion de leurs tems periodiques il eſt plus rare qu'à notre égard ils ſortent des rayons de Saturne, qu'il n'eſt rare que Mercure ſorte des rayons du Soleil.

Le Satellite ſuperieur de Saturne, qui eſt le cinquiéme ſuivant l'ordre de la diſtance à cet aſtre, & le premier de ceux que nous avons découvert à l'Obſervatoire Royal, a une proprieté ſurprenante d'augmenter & de diminuer en grandeur apparente ſans aucun rapport à ſa vraie diſtance de Saturne, à celle du Soleil & à celle de la terre. Il demeure en chaque révolution, qui eſt de 80 jours, longtemps caché vers ſa plus grande digreſſion Orientale, qui eſt comme le Latium de cette Planete Saturnienne, quoique les autres Satellites ne ſe voient jamais plus clairement que dans leurs plus grandes digreſſions.

Juſqu'à préſent on n'a pû trouver une cauſe aſſez évidente d'une proprieté ſi extraordinaire. On conjecture ſeulement que toute la ſurface de ce Satellite n'eſt pas

également propre à réflechir la lumiere du Soleil, & que tournant autour de son axe par une révolution en longueur peu differente de la periodique autour de Saturne, il tourne à la terre son hemisphere moins lumineux lorsqu'il n'est point visible, & l'hemisphere plus éclairé lorsqu'on le voit plus distinctement.

C'est une apparence semblable à celle que la Lune pourroit faire à Saturne, d'où elle seroit vûë faire une révolution autour de son axe aussi-bien qu'autour de la terre à peu près en un mois, pendant que les grandes taches de la Lune qu'on appelle mers, ou d'autres plus grandes qui pourroient être du côté que nous ne voyons jamais, seroient tournées à Saturne.

Nous avons eu l'année précedente 1704. le tems favorable pour observer ce cinquiéme Satellite dans son demi-cercle Occidental pendant 30 jours, depuis le 12 Aoust jusqu'au 11 Septembre 1704. Depuis ce temps-là quelques recherches que nous en ayons faites avec M. Maraldi, nous ne l'avons pû voir qu'au 19 Octobre, onze jours après qu'il eut passé sa digression Orientale, quand il étoit encore d'une petitesse extrême. Il augmenta peu à peu de grandeur apparente, de sorte qu'on pût l'observer commodément le 28 d'Octobre dans sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle. Depuis ce tems-là il s'est fait voir avec plus de facilité, quoiqu'il s'éloigne plus du Soleil & de la terre allant vers sa digression Occidentale, où il arriva le 17 du mois de Novembre. Il diminua dans la suite, de sorte qu'il n'a pas été visible pendant tout le mois de Novembre; mais il se voit présentement depuis le 15 de ce mois de Janvier après sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle, & il continuëra de paroître pendant un mois.

Il est très-difficile d'assigner présentement les termes où il disparoît à la vûë, & où il recommence de paroître. Ces termes s'abregent & se prolongent par diverses causes qui apportent des variations considerables à ces apparences.

Nous avons un grand ſoin de diſtinguer les variations veritables qui arrivent à ces aſtres par leurs conſtitutions particulieres, des variations apparentes qu'on doit attribuer à la diverſité de leurs éloignemens du Soleil & de la terre, & même aux diverſes conſtitutions de l'air & à la qualité des verres au travers deſquels on les obſerve ; la lumiere que ces aſtres reçoivent du Soleil & qu'ils nous reflechiſſent de ſi loin, étant plus aiſement troublée en paſſant par ces milieux differens, que celles des autres Planetes proches du Soleil & de la terre.

On ſçait combien les apparences de Saturne, qui eſt le centre du mouvement de ſes Satellites, ont impoſé à tous les Aſtronomes durant l'eſpace de quarante ans après l'invention de la Lunette. Cet aſtre ſe préſenta d'abord aux Lunetes de Galilée, comme diviſé en trois corps deſunis, diſpoſez en ligne droite. On prit les deux parties extrêmes pour deux gros Satellites, qui ne partoient jamais de ſon côté.

M. Deſcartes crut que dans ſon ſyſtême il étoit aiſé de comprendre pourquoi ces prétendus Satellites ne faiſoient pas une révolution autour de Saturne, comme ceux de Jupiter la font autour de cet aſtre, qui eſt beaucoup plus proche du Soleil.

Mais on fut bien ſurpris quand on vit que d'une année à l'autre le diametre de chacun de ces prétendus Satellites ſembloit augmenter de ſorte qu'en ſept années il ſurpaſſoit le diametre de Saturne, & qu'en même tems ils ſe transformoient en deux croiſſants, dont les pointes émouſſées ſembloient toucher à Saturne, & y former comme deux anſes qui ſe joignoient à ſon globe, & l'envelopoient entierement. On voyoit diminuer ces anſes pendant ſept autres années par les mêmes degrez qu'elles étoient augmentées, & ſe réduire à deux petits globes qui évanoüiſſoient la quinziéme année, laiſſant Saturne tout ſeul, & auſſi rond que Jupiter. On avoit beau les chercher autour de Saturne, on ne les trouvoit nulle part, & l'année ſuivante ils paroiſſoient de nouveau dans la même forme qu'ils

qu'ils avoient paru dernierement & quinze ans auparavant, & recommençoient la même viciſſitude d'augmentation, de diminution & de transformation qu'aux années précedentes.

Plus de 40 ans s'étoient paſſez dans l'admiration de ce Protée celeſte, ſans qu'il y eût un Ariſtée qui en pût venir à bout : quand l'Illuſtre M. Hugens qui fut depuis un des principaux ſujets de cette Academie Royale, par le moyen d'un Teleſcope excellent auquel il avoit travaillé lui-même, & beaucoup plus par la ſubtilité & ſublimité de ſon eſprit en découvrit le myſtere. Il trouva un veritable Satellite qui fait ſa révolution autour de Saturne en 16 jours, qui, comme il témoigne, étoit pris par d'autres pour une de ces étoiles fixes que Saturne rencontre ſouvent dans ſon chemin. Il remarqua que la trace de ſon mouvement journalier imitoit la figure des anſes de Saturne priſes enſemble; ce qui lui fit comprendre que ce qui forme les anſes pourroit de même enveloper cet aſtre.

Il forma de ces anſes & de ces globes qui avoient été pris pour des Satellites, un anneau plat & mince qui l'environne, comme un horiſon environne le globe artificiel, mais à une diſtance à proportion plus grande.

Il lui donna une ſituation preſque parallele à l'Equinoxial, & par conſequent fort oblique au plan de l'orbite de Saturne, qu'il coupoit dans une ligne qui paſſe par le Soleil deux fois en une révolution de Saturne. Il montra que Saturne ſe trouvant dans cette ligne, le plan de cet anneau n'en pouvoit pas alors être éclairé ſuffiſamment pour pouvoir être vû de la terre; que quelque tems avant & après le Soleil pouvoit éclairer ſuffiſamment le plan de cet anneau qui n'étoit pas expoſé à la terre, ce qui l'auroit auſſi laiſſé inviſible à la terre; qu'aux autres tems le Soleil éclairant ſuffiſamment le plan de l'anneau expoſé à la terre, l'anneau lui devoit paroître d'autant plus large qu'il lui ſeroit expoſé plus directement.

Cette hypotheſe fut trouvée admirable, & très-propre pour expliquer les differentes phaſes de Saturne, quoi-

qu'elle ne fut pas reçûë de tous ceux qui étoient prévenus par d'autres hypotheſes. Nous n'oſâmes pas y comparer une penſée qui nous étoit venuë, que cet anneau pourroit être formé comme d'un eſſain de petits Satellites qui pourroient faire à Saturne une apparence analogue à celle que la voie de lait fait à la terre par une infinité de petites étoiles dont elle eſt formée ; mais avec cette difference qu'elle ne fait point de parallaxe à la terre, au lieu que cette trace en fait une très-grande à Saturne.

Il eſt vrai que par les obſervations des années ſuivantes il fallut augmenter d'un tiers l'obliquité qui avoit été aſſignée à l'anneau, & retrecir de la moitié l'intervalle entre les termes aſſignez à la phaſe ronde.

M. Hugens avoit prédit dans ſon ſyſtême qu'au mois de Juillet & d'Aouſt de l'année 1671. Saturne perdroit ſes anſes, & qu'on le verroit continuellement rond juſqu'au mois de Juillet & d'Aouſt de l'année 1672. c'eſt-à-dire, pendant une année. Nous obſervâmes que Saturne perdit ſes anſes preſque au tems prédit par M. Hugens ; mais nous obſervâmes auſſi que quelques jours après les anſes revinrent, & ne ſe perdirent que le huitiéme de Decembre de la même année, avec quelque variation qui nous fit juger que l'anneau n'eſt pas ſi plat ni ſi continu qu'on le ſuppoſe. Car avant que Saturne perdît ſes anſes la ſeconde fois au mois de Decembre, nous les vîmes s'émouſſer peu à peu inégalement ; de ſorte que quelquefois on en voyoit encore le reſte d'une d'un côté, ſans qu'il en parût rien de l'autre, & la partie qui paroiſſoit n'étoit pas toujours du même côté, ce qui ſembloit s'accommoder à notre premiere hypotheſe, qui étoit que l'apparence de l'anneau eſt cauſée par un amas de très-petits Satellites de differens mouvemens qu'on ne voit point ſeparément, de la maniere qu'on ne voit point diſtinctement à l'œil les petites étoiles qui compoſent les étoiles nebuleuſes, mais ſe voyent toutes enſemble en forme d'un petit nuage clair.

On jugea auſſi que les Satellites, qui peuvent compoſer la partie de l'anneau plus proche de Saturne, ſont en plus

grand nombre à proportion de l'eſpace qu'ils occupent, que ceux qui forment la partie la plus éloignée. Cette penſée fut depuis appuyée par les obſervations faites aux années que l'anneau de Saturne paroiſſoit plus large & plus ouvert; car la largeur de l'anneau ſe voyoit diviſée en deux par une ligne elliptique obſcure, dont la partie plus proche du globe étoit plus claire que la plus éloignée. Cette ligne marquoit comme un petit intervalle entre ces deux parties, de la maniere que la diſtance du globe à l'anneau eſt marquée par la grande obſcurité qui eſt entre deux.

M. Hugens qui ne cherchoit rien plus que la verité, voulut bien lui-même communiquer au Public les obſervations que nous venions de faire du retour des anſes un peu après qu'elles avoient diſparu, marquant en même tems qu'elles ſe perdroient de nouveau la même année, comme il arriva, & en rendit la raiſon qui ſervit à une plus grande perfection de ſon ſyſtême. Nous obſervâmes auſſi l'année ſuivante le retour des anſes au mois d'Avril, pluſieurs mois avant la prédiction qui en avoit été faite.

L'attention continuelle à ces obſervations me fit appercevoir le premier des quatre Satellites que j'ai découverts en divers tems autour de Saturne, qui eſt préſentement le cinquiéme par ordre de leur diſtance à Saturne; je remarquois la configuration de pluſieurs petites étoiles que Saturne rencontroit dans ſa route, d'une maniere à pouvoir reconnoître s'il n'y en avoit point quelqu'une qui changeât de configuration avec les autres.

Pendant les vacances de la même année 1671. j'en obſervai une très-petite, qui le 25 d'Octobre étoit preſque en ligne droite avec les anſes de Saturne à l'Occident vers où alloit cette Planete, qui pour lors étoit rétrograde en 13 degrez du ſigne des Poiſſons. Après l'avoir comparée pendant 12 jours à Saturne, à ſon ancien Satellite, & aux étoiles fixes prochaines, je fus entierement convaincu, 1°. Que c'étoit une veritable Planete, ce que je connus par ſon mouvement journalier parmi les étoiles fixes, qui

étoit très-évidente d'un jour à l'autre. 2°. Qu'elle pouvoit être un Satellite de Saturne, puiſqu'elle ſe trouva pendant tout ce tems preſque dans la ligne de ſes anſes comme l'autre Satellite avec un peu de déclinaiſon, & que ſon mouvement à l'égard de Saturne étoit moins ſenſible qu'en le comparant aux étoiles fixes, comme il arrive le plus ſouvent aux autres Satellites. 3°. Qu'elle fut dans ſa plus grande digreſſion de Saturne à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre de la même année *1671.* ce que je trouvai en comparant les premieres obſervations avec les dernieres. 4°. Que ſa plus grande digreſſion à l'égard de Saturne étoit environ triple de la plus grande digreſſion de l'ancien Satellite. 5°. Que la periode de ſa révolution autour de Saturne étoit environ quintuple de la periode du ſecond, ce qui réſultoit de la regle des proportions ordinaires des diſtances aux révolutions des Planetes autour du Soleil trouvées par Kepler, & appliquées à ces deux Satellites à l'égard de Saturne, qui s'accordent aſſez bien aux obſervations ; ainſi puiſque la periode de l'ancien Satellite, après en avoir obſervé un aſſez grand nombre, avoit été determinée environ de *16* jours, il s'enſuivoit que celle du nouveau Satellite devoit être environ de 80 jours. Voilà ce que nous pûmes pour lors tirer des obſervations de 12 jours, & qui pouvoit ſuffire pour nous préparer aux obſervations ſuivantes.

Mais nous fûmes fort ſurpris, quand après pluſieurs jours de mauvais tems, nous ne trouvâmes aucun veſtige de cette Planete. Nous ne pouvions pas nous imaginer qu'elle eût cette proprieté admirable que nous découvrîmes longtemps après, d'être inviſible pendant environ la moitié de ſa révolution vers ſa plus grande digreſſion Orientale. Nous doutâmes fort qu'elle ne fût de la nature des Cometes, qui ſuivant la theorie que nous en avions donnée l'an *1664.* ne ſe voient non plus que pendant une partie de leurs révolutions.

Cette proprieté admirable qui s'eſt toûjours verifiée en 151 révolutions que cette étoile a faites depuis juſqu'à pré-

ſent autour de Saturne, étant comparée à la proprieté de quelques étoiles fixes qui ceſſent de paroître pendant quelque tems, quoique leur place ſoit expoſée à notre vûë, nous avertit à ne pas ſuppoſer qu'un Phenomene qui ceſſe de paroître dans le Ciel après avoir paru quelque temps, ſoit diſſipé de ſorte qu'il ne puiſſe encore paroître en d'autres tems; & qu'il ſoit inutile d'obſerver ſi un Phenomene qui ſe voit après quelque tems au même endroit du ciel, n'a pas le même mouvement que celui qu'on y a obſervé, pour pouvoir juger s'il ne ſeroit pas le même qui a paru autrefois au même endroit; comme nous jugeons que ce Satellite eſt le même quand il paroît de nouveau autour de Saturne, avec les mêmes degrez de viteſſe apparente à pareille diſtance de cet aſtre.

Nous donnâmes part à la premiere Aſſemblée qui ſe tint après les vacances de la découverte que nous venions de faire, & de la perte de notre objet. On jugea qu'il en falloit ſuivre la trace par des Lunettes d'une plus grande portée. Celle qui nous avoit ſervi tant à la découverte de la nouvelle Phaſe de Saturne qu'à celle de ce Satellite étoit de 17 pieds, & nous avoit été donnée comme très-excellente par M. Campani. C'étoit la même Lunete qui nous avoit ſervi à découvrir les révolutions de Jupiter & de Mars autour de leurs axes, & les Eclipſes du Soleil dans Jupiter faites par l'interpoſition des Satellites.

On jugea que par des Lunetes d'une plus grande portée on auroit pû voir cette Planete, quand on ceſſoit de la voir par celle dont nous nous étions ſervis. C'eſt pourquoi M. Colbert donna ordre à M. Campani d'envoyer au plûtôt la plus grande & la plus excellente qu'il eût, & de travailler en même tems à perfectionner ſon art, pour en pouvoir faire d'une plus longue portée. Il envoya celle de 34 pieds qui eſtpréſentement expoſée dans la terraſſe de l'Obſervatoire, où elle fut placée au mois de Decembre 1672. Elle ne fut pas plûtôt dreſſée à Saturne le 13. Decembre, que je vis la nouvelle Planete que j'avois perduë de vûë, l'année précedente. Je reconnus qu'elle étoit la même,

parce qu'elle étoit à peu près à la même distance de Saturne du côté d'Occident, qu'elle devoit être après 5 révolutions de 80 jours que j'avois attribuez à cette Planete après sa premiere découverte. Cette hypothese se verifia le 17. Decembre, lorsque nous trouvâmes cette étoile plus proche de Saturne que le 13. comme il falloit suivant la theorie que j'en avois ébauchée. J'ai depuis observé des inégalitez dans ces révolutions semblables à celles qui s'observent dans les autres Planetes, & j'ai déterminé la moyenne entre les plus longues & les plus courtes de 79 jours 22 heures & 4 minutes, ce que j'ai confirmé par les observations de 1704. & de cette année 1705. comparées avec les plus certaines des premieres observations.

Les Mathematiciens de l'Academie Royale, ausquels je fis aussi-tôt part de ces observations, venoient à l'Observatoire aux jours de beau tems pour prendre part à cette découverte; mais le Ciel ne fut favorable que le 23 Decembre, & alors nous vîmes une étoile entre l'ancien Satellite & Saturne du côté d'Occident où j'avois fait esperer que l'on trouveroit le nouveau Satellite. Tous ces Messieurs en furent plus satisfaits que moy, qui m'attendois à voir ce Satellite plus près de Saturne que n'étoit cette étoile. Ceux qui comparerent sa situation à celle que j'avois marquée les jours précedens, jugerent son mouvement beaucoup plus lent qu'il n'est, & l'on donna même un billet cacheté à l'Academie, où l'on y attribuoit une révolution fort approchante de l'annuelle. Pour moi je doutois que le Satellite vû depuis peu ne fût si près de Saturne qu'il l'empêchât de le voir, & que cette étoile ne fût un nouveau Phenomene. La verité est que le Satellite que nous poursuivions éluda cette grande & excellente Lunete pendant plus d'un mois, ce qu'il a depuis fait en toutes ses révolutions, & que l'étoile qui avoit pris sa place le 23 Decembre étoit un autre Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 4 jours & demi, que pour lors nous appellâmes le premier, & qui est présentement le troisiéme. Après que nous en eûmes ébauché la theorie,

celui que nous avions découvert le premier, se montra pendant quinze jours, comme pour nous donner le tems de travailler à le suivre avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil.

Nous donnâmes la même année au Public un abregé fort succint de la découverte & de la theorie de ces Satellites, pour pouvoir servir de guide & de préparation aux Observateurs qui en voudroient faire des observations.

Cependant M. Campani nous ayant envoyé à essayer quatre Objectifs de 80, de 90, de 100, & de 136 pieds, que M. Colbert prévenu de la mort n'eût pas le tems d'essayer au Ciel; l'année suivante nous découvrîmes encore autour de Saturne deux autres Satellites qui en sont plus proches que les autres, & font leurs révolutions beaucoup plus courtes. Nous nous servions de ces verres sans tuyau, les plaçant à la fente Septentrionale de la Tour Orientale de l'Observatoire, que nous y avions fait laisser dans sa construction pour des observations semblables. Ce sont les premieres observations qui ayent été faites au Ciel par de si grands verres sans tuyau, quoiqu'on eût proposé quelque maniere beaucoup plus penible & plus composée. La découverte de ces deux Satellites avoit été faite de cette maniere, quand M. Hugens publia son Astroscopie, où il propose une methode bien plus difficile à pratiquer que la nôtre, dont il n'avoit point encore entendu parler.

Mais comme les verres d'une portée plus longue que de 100 pieds placez sur l'Observatoire ne pouvoient plus servir commodément à toutes les hauteurs apparentes des Astres, M. de Louvois obtint du Roy de faire transporter la Tour de bois qui étoit à Marly, & d'y faire des fondemens solides qui l'élevent encore plus sur la terrasse de l'Observatoire. Les observations que nous fîmes par de grands verres placez sur cette Tour préparez à cet effet, nous servirent à ébaucher la theorie de ces Satellites, dont nous donnâmes l'abregé dans le Journal du 22. Avril 1686. Les observations que nous avons continué de faire de-

puis ce tems-là, nous ont obligé d'y faire quelque changement que nous avons observé dans la construction des Tables provisionnelles des cinq Satellites que nous avons achevées.

On ne s'étonnera pas de la longueur du temps qu'il a fallu employer à trouver les Regles des mouvemens de ces nouvelles Planetes, si l'on fait réflexion aux peines que les Anciens ont euës & ont encore laissé aux Modernes, de trouver les Regles des Planetes observées depuis le commencement du monde. Nous n'avons pas encore employé autant d'années à regler les mouvemens des Planetes que nous avons découvertes, que les anciens ont employé de siecles à regler ceux du Soleil. A proportion du tems que nous avons eu d'y travailler, nous sommes allez par des degrez de corrections semblables à celles qui ont été pratiquées en divers siecles par les Anciens.

Dans la premiere publication de leurs découvertes l'an 1673. nous nous contentâmes de déterminer la periode de la révolution du Satellite superieur autour de Saturne en 80 jours, sans déterminer les heures & sans distinguer les révolutions moyennes des veritables.

Dans la seconde de l'an 1683. nous réduisîmes sa révolution moyenne à 79 jours 22 heures.

Présentement après les observations de 150 révolutions, nous avons limité cette révolution moyenne à 79 jours 22 heures & 4 minutes.

Nous laisserons à la posterité les observations les plus exactes qu'il nous a été permis de faire jusqu'à présent, qu'elle pourra comparer à celles qu'il lui sera facile de faire par le moyen des periodes moyennes que nous avons ébauchées, & des Tables que nous avons construites, qui montrent le tems propre pour observer ces Satellites, afin de parvenir à une plus grande précision dans la détermination de leurs mouvemens.

DE L'INVERSE
DES TANGENTES
PAR M. ROLLE.

POur former toutes les methodes des Tangentes, il faudroit avoir une définition exacte & positive de toutes les Courbes; & come l'on n'a point cette définition, l'on ne peut pas dire que l'on ait toutes ces methodes, ni assurer par consequent que l'on ait toutes les Inverses des Tangentes. Mais de sçavans Géometres ont donné le moyen de former ou de concevoir des Courbes de differens ordres par des équations d'Algebre, par la projection des corps, par des mouvemens composez, & en bien d'autres manieres. Ils ont aussi donné des methodes pour determiner des Tangentes de ces Courbes; & il suffit d'en avoir bien conçû une ou deux pour voir jusqu'où les autres methodes se peuvent étendre.

1705. 21. & 24. Janvier.

Comme la même Analyse & le même esprit doivent regner dans toutes ces methodes, il est vrai de dire aussi que l'on doit suivre le même esprit & la même Analyse dans leurs Inverses. C'est en cela que l'on reconnoît les voies generales dans les recherches de la Geometrie; & c'est aussi ce caractere d'universalité que l'on peut voir dans les quatre Memoires que je donnay a l'Academie l'année derniére 1704 sur l'Inverse des Tangentes, & qui ont été Imprimez la même année chez le sieur Boudot Libraire de la Compagnie. Mais on le verra encore d'une autre maniere icy par l'application que j'en feray à des methodes, qui sont differentes de celle que javois prise pour exemple dans ces quatre Memoires.

Comme les operations varient dans les methodes des Tangentes à mesure que l'on fait varier les conditions qui déterminent les Courbes, il faut aussi que les operations

varient dans une Inverſe, ſelon les changemens que l'on fait dans les methodes dont elle eſt l'Inverſe, & l'on verra qu'en cela il ne ſe trouve point de difficulté conſiderable, ſi l'on compare ce que j'ai dit dans ces quatre Memoires à l'application que j'en vais faire icy.

Déja l'on ſçait que pour déterminer les Tangentes d'une Courbe, il faut que le nombre des formules qui ſervent à les déterminer ſoit proportionné au nombre des conditions qui conſtituënt la Courbe; de maniere que l'Inverſe d'une methode de Tangentes eſt ſouvent le retour de pluſieurs formules à une égalité generatrice. Mais parmi ces formules il y en a une que l'on conſidere comme la principale, & qui l'eſt en effet. C'eſt la formule dont les conditions changent toûjours à meſure que l'on fait varier les conditions de l'égalité generatrice, & cette formule eſt encore capable d'une infinité de changemens dans ſa forme. Les autres formules peuvent varier dans leur forme, mais elles ſont comme immuables pour les conditions: & ce n'eſt point dans ces formules auſſi où ſe trouvent les difficultés de l'Inverſe. Il arrive neanmoins que ces formules entrent dans cette Inverſe, & que quelques-unes y entrent neceſſairement, comme on le va voir icy.

ARTICLE I. Soit pour le premier exemple d'une methode de Tangentes dont on veut faire le retour, celle qu'on a donnée dans la ſeconde Section de l'Analyſe des Infiniment petits, Propoſition 4. page 18. & que la formule principale propoſée ſoit celle que l'on voit icy en *A*.

$$A \ldots\ xxdz + yydx = 2xydy.$$

Pour trouver l'égalité generatrice de cette formule & ſe ſervir des Regles que j'ai données pour cette recherche dans les Memoires dont j'ay parlé icy, il faut ſuppoſer une égalité indéterminée; & ſi l'on conſulte ſur cela les Memoires que je donnay à l'Academie le 1 & le 8 Mars 1704, on trouvera parmi les égalités qu'ils fourniſſent, celle qui eſt marquée icy en *B*.

$$B \ldots\ hyy = lxz.$$

Suivant le ſecond Memoire & ce que j'avois dit ſur ce

ſujet dans le Journal du 28 May 1694, on trouvera que la premiere formule de cette égalité *B* eſt celle qu'on voit icy en *C*:

$$C \ldots 2hydy = lxdz + lzdx.$$

Comme il y a trois inconnuës relatives, & qu'en pareil cas elles gardent toûjours entr'elles la loy des homogenes, il faut autant d'égalités qu'il y a de ces inconnuës pour les faire évanoüir. Mais l'on n'a que les égalités *A* & *C* pour les trois relatives dy, dz dx. Ainſi il faut une troiſiéme égalité ou une troiſiéme Analogie, & cette Analogie ou cette égalité doit être priſe parmi celles de la methode dont on veut faire le retour, que j'ay nommées *égalités immuables*. La plus commode eſt celle qu'on voit icy en *D*.

$$D.\ tx : zs :: dx : dz. \text{ Donc } txdz = zsdx.$$

Ayant fait évanoüir les trois inconnuës relatives dz, dx, dy par le moyen des trois égalités *A*, *C*, *D*, on aura la réduite marquée *E*.

$$E.\ htyy - xtlz + hzsx - xzls = 0.$$

Diviſant cette réduite par la ſuppoſée, *B*, comme je l'ay dit dans la Regle du 8 Mars 1704; & prenant l'inconnuë y pour la directrice de la diviſion, le reſte donnera l'égalité auxiliaire marquée *F*.

$$F \ldots xzsl - xzsh = 0.$$

Ainſi l'on aura $h = l$ pour la réſolution de cette égalité; & comme elle eſt ſeule dans le Problême auxiliaire que preſcrit la methode Inverſe, il reſte ſeulement à ſubſtituer l au lieu de h, ou h au lieu de l dans l'égalité ſuppoſée en b, & l'on aura la réſultante *G*.

$$G \ldots yy = xz.$$

De maniere que ſelon cette methode Inverſe, l'égalité *G* eſt l'égalité generatrice dont on s'étoit propoſé la recherche.

Obſervation. Quoyqu'au lieu de $-dz$ de l'Analyſe des Infiniment petits j'aye mis icy $+dz$, cela ne change rien pour les effets dans cette occaſion, & je n'ay fait ce changement de ſigne que pour me conformer aux principes

dont je me ſers. Ce qui ſera plus amplement expliqué dan un autre Memoire, quand on fera l'Inverſe des ſecondes formules, & des formules d'un ordre plus élevé.

ARTICLE II. Comme l'expreſſion de la ſoûtangente ne ſe trouve point dans l'exemple de l'article précedent, & qu'il n'y a dans cet exemple que trois inconnuës relatives ; j'ay crû qu'il étoit bon de propoſer un autre exemple où ſe trouve cette expreſſion de ſoûtangente, & dans lequel il y ait auſſi un plus grand nombre de ces inconnuës relatives.

Pour cela je prendray la 12ᵉ propoſition, ou la methode des Tangentes qu'on a donnée dans l'Analyſe des Infiniment petits article 37. page 34. Mais je me ſerviray des expreſſions ordinaires dans le détail du calcul, pour des raiſons que je marqueray dans la ſuite.

Dans cette 12ᵉ propoſition toutes les inconnuës qui peuvent entrer dans l'égalité generatrice ſont celles que l'on voit icy dans la colomne P, & leurs relatives ſont dans la colomne R, à côté de laquelle ſe trouve auſſi une autre colomne où je marque ces relatives à la maniere de M. de Leibniz, & c'eſt auſſi de la même maniere qu'on les a marquées dans l'Analyſe des Infiniment petits.

P . . . . R.
s . . . . m . . . . ou . . . ds.
z . . . . e . . . . ou . . . dz.
t . . . . p . . . . ou . . . dt.
v . . . . l . . . . ou . . $-dv$.
x . . . . h . . . . ou . . . dx.
y . . . . r . . . . ou . . $-dy$.

L'expreſſion de la ſoûtangente eſt marquée par PT dans cette Analyſe, mais cette expreſſion ſeroit tres-incommode pour l'Inverſe. Ce qui m'a obligé de marquer cette ſoûtangente par une autre lettre. Cette lettre eſt f.

Cela poſé, les formules immuables de la propoſition dont on demande l'Inverſe, ſe peuvent concevoir ſous la forme que l'on voit icy dans la colomne S.

S

$m = \frac{byz}{f}$ . . . ou . . $mf = hyz$.
$e = \frac{byz}{bf}$ . . . ou . . $ebf = hyz$.
$p = hv$.
$l = \frac{bv}{a}$ . . . ou . . $al = hv$.
$h = h$ . . . ou . . $h =$ à soy-même.
$r = \frac{by}{f}$ . . . ou . . $fr = hy$.

Pour la formule principale dont il faut trouver légalité generatrice, je prends celle qui est marquée icy en *A*.

$$A.\ 2ezv + vm - pv + sl + zzl - vvh - lt = 0.$$

Les Regles que j'ay proposées à l'Academie dans les Memoires du premier & du 8e Mars 1704, fournissent une suite de generatrices supposées entre des limites ; parmi lesquelles generatrices on trouvera celle qui est marquée icy en *B*.

$$B. . . cs + dzz = gt + qvx.$$

Si l'on prend la premiere formule de cette generatrice *B* selon le Memoire du 8e Mars 1704, on trouvera cette formule comme elle est icy en *C*.

$$C. . . cm + 2dze = pg + qvh - qxl.$$

Comparant les deux formules *A* & *C* avec les autres formules qui sont en *S* pour faire évanoüir les inconnuës relatives, suivant ce que j'ay dit dans ce Memoire du 8e Mars, il ne restera plus qu'à faire évanoüir l'expression de la soûtangente, & cela est aisé ; parceque le calcul conduit aux deux égalités marquées *D*.

$$D. \begin{cases} f = \dfrac{cabyz + 2adzzy}{gabv - qbav + qabv} \\ f = \dfrac{abyz + 2ayzz}{bt - bzz - bs + 2abv} \end{cases}$$

Comparant ces deux valeurs de f pour la faire évanoüir on trouvera, en délivrant de fractions, que la réduite est comme on la voit icy en *E*. Où il faut observer que j'ay supposé $q + g = n$, pour abreger le calcul.

$$E. \left.\begin{array}{l} + 2dzzt - 2dz^4 - 2dszz + bqxvz \\ + cbzt - cbz^3 + 2qxvzz - nabvz \\ \qquad\qquad + 4advzz + 2abcvz \\ \qquad\qquad - 2anvzz - csz \end{array}\right\} = 0.$$

Suivant le Memoire du 8ᵉ Mars 1704, il faut diviser cette réduite par la supposée B; & si l'on prend t pour l'inconnuë directrice, on trouvera le reste marqué F.

$$F. \begin{array}{l} + 2ddz^4 + bcdz^3 - 2qdvxzz - bcqvxz. \\ - 2gdz^4 - bcgz^3 + 2qgvxzz - ganbvz. \\ \qquad\qquad + 2cdszz + 2abcgvz. \\ \qquad\qquad - 2gdszz + ccbsz. \\ \qquad\qquad - 2ganvzz - bcgsz. \\ \qquad\qquad + 4adgvzz + qbgvxz. \end{array}$$

Par la même Regle du 8ᵉ Mars 1704, il faut distribuer ce reste pour en tirer un Problême auxiliaire, & il faut encore selon cette regle distinguer en F tous les termes que marquent les monomes qui sont icy en G.

$$G \ldots z^4.\ z^3.\ vxzz.\ szz.\ vzz.\ vxz.\ vz.\ sz.$$

De maniere que le Problême auxiliaire sera composé de huit égalités fort simples qu'il faut résoudre. Mais avant que d'operer, ou bien dans l'operation, on se souviendra de substituer n au lieu de $q + g$, selon laupposition abregeante dont il a été parlé cy-dessus, & l'on trouvera pour la résolution de ce Problême, $d = c$. $g = c$. $q = c$.

Ces valeurs étant substituées dans la supposée B, ou aura la résultante H.

$$H \ldots s + zz = t + v.x.$$

Ensorte que cette égalité H est la generatrice de la formule proposée A. *Ce qu'il falloit trouver.*

Remarque. Lorsque d'habiles Geometres se sont proposés l'Inverse des Tangentes, ils n'ont d'abord envisagé que les lignes Geometriques qui se forment sur un axe, & c'est aussi ce qu'il y a de plus considerable dans ce projet. Mais ils ne croyoient peut-être pas qu'une même formule pût

avoir plusieurs generatrices, ou qu'une même égalité differentielle eût differentes integrales. Cependant l'on a pû voir dans le Memoire que je donnay à l'Academie le 8e Mars, qu'une même formule convient à une parabole & à une hyperbole, à un cercle & à une ellipse, & que l'ellipse & l'hyperbole peuvent varier en une infinité de manieres. Voicy un autre exemple des Courbes formées sur un axe, ou l'on verra qu'une même égalité differentielle peut avoir des integrales de differens genres.

ARTICLE III. Il y a des égalités differentielles qui ont des integrales de divers genres. J'en ay averti dans le quatriéme Memoire que je donnay à l'Academie en 1704 sur l'Inverse des Tangentes page 19, & l'on peut aussi s'en assurer aisément par les regles abregeantes que j'ay proposées dans ce quatriéme Memoire.

Soit pour exemple l'égalité differentielle qui est marquée icy en A.

$$A \ldots 2x^3dy - 2axydy + yxxdy - ayydx = 0.$$

Et que la supposée soit $sy = hx^c$. Alors sa difference sera $dy = \frac{chx^{c-1}dx}{s}$. Et comparant ces trois égalités pour faire évanoüir y & dy, on aura la réduite D.

$$D \ldots 2csx^{c+2} - 2cahx^{2c} + sx^{c+2} - ahx^{2c} = 0.$$

Cette réduite se distribuë en deux manieres, selon ce qui a été dit dans le quatriéme Memoire pages 18 & 19.

Pour la premiere distribution je compare le premier terme au second, & le troisiéme au quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires F & G.

$$F \begin{cases} c+2=2c. \\ 2cs=2cah. \\ sy=hx^c. \end{cases} \qquad G \begin{cases} c+2=2c. \\ s-ah=0. \\ sy=hx^c. \end{cases}$$

Chacun de ces Problêmes donne $c=2$, $s=ah$; & substituant ces deux valeurs dans la supposée $sy=hx^c$, on aura $ay=xx$ pour une des integrales de la differentielle proposée A.

Dans la seconde distribution de la réduite D, je prends

le premier terme avec le troiſiéme, & le ſecond avec le quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *K* & *M*.

$$K\begin{cases} c+2=c+2. \\ 2cs+1s=0. \\ sy=hx^{c}. \end{cases} \qquad M\begin{cases} 2c=2c. \\ -2ach-2ah=0. \\ sy=hx^{c}. \end{cases}$$

L'un & l'autre donne $c=-\frac{1}{2}$, & cette valeur ſubſtituée dans l'égalité ſuppoſée, on trouve $sy=hx^{\overline{-\frac{1}{2}}}$. Donc $ssyy=hhx^{\overline{-1}}$. Donc $ssyyx=hh$, qui eſt la ſeconde integrale Geometrique de la propoſée. Et comme cette integrale eſt une hyperbole du ſecond genre dont le parametre eſt indéterminé, on voit qu'elle peut varier en une infinité de manieres. Ainſi l'on peut voir de ce qui a été dit dans ce troiſiéme Article, que non-ſeulement il ſe trouve deux integrales de differens genres pour l'égalité differentielle *A*; mais auſſi qu'une de ces integrales eſt indéterminée. Ce qui peut donner occaſion de faire des remarques fort conſiderables ſur l'uſage du calcul integral.

OBSERVATIONS *SUR* *DES PLAYES DE VENTRE.*

PAR M. LITTRE.

1705. 4. Fevrier. UN homme âgé de 34. ans, d'une bonne conſtitution, mais foible d'eſprit depuis cinq ans, tomba dans un violent accés de folie, pendant lequel étant au lit couché ſur le dos, il ſe donna dix-huit coups de coûteau dans le ventre, ſans ſentir, à ce qu'il me dit, aucune douleur, s'imaginant ſeulement qu'il enfonçoit le coûteau dans une motte de beurre. La lame de ce coûteau étoit longue de cinq pouces, & avoit ſept lignes de largeur près du manche; elle alloit toûjours en diminuant juſqu'à la pointe. Dix

Dix de ces plaïes n'interessoient que quelques-uns des tegumens du ventre. Les huit autres penetroient dans la capacité avec lesion de quelques-unes des parties qui y sont contenuës. La sonde m'assura de la penetration de ces plaïes, les accidens qui y survinrent me firent comprendre que quelques-unes des parties contenuës étoient blessées. Ces accidens furent la fiévre, la tension du ventre, la respiration difficile & douloureuse, des nausées, le vomissement, le cours de ventre, &c.

Parmi les matieres que le malade rendoit par la bouche en vomissant, il y avoit des filets de sang, dont les uns étoient noirs, & les autres d'un rouge foncé. On remarquoit dans les matieres qui sortoient par le siege, de petits caillots & des filets de sang. Les caillots étoient noirs, & les filets d'un rouge clair. La diversité de ces couleurs de sang venoit vrai-semblablement du plus ou du moins de séjour qu'il avoit fait dans la cavité de l'estomach & des intestins.

Quoique cette maladie parût incurable par le grand nombre des plaïes, par la nature & la situation des parties blessées, & par les accidens dont elles furent suivies, le malade ne laissa pas d'en guerir dans l'espace de deux mois, de la maniere qui suit.

Cet homme fut saigné sept fois des bras les quatre premiers iours; sçavoir, trois le premier jour, deux le second, & une fois seulement le troisiéme & le quatriéme. On lui tira à chaque saignée quatre palettes de sang. Il observa durant le cours de la maladie un regime de vivre très-tenu & très-exact. Son boüillon étoit fait avec le veau, la volaille & les écrevisses, & on y ajoutoit de temps en temps de la laituë, du pourpier & de la chicorée douce. On faisoit sa tisane avec les fleurs de pas-d'âne, la racine de grande consoude, les capillaires & les feüilles de coquelicoc. Il prenoit quelquefois le soir des émulsions, du sirop de pavot blanc, ou du laudanum.

Je me proposois par tous ces moyens de calmer l'agitation des esprits, de donner de la consistance au sang, de

faire cesser les nausées, le vomissement & le cours de ventre, de prévenir le hoquet & la toux, & d'arrêter l'écoulement du sang des plaïes penetrantes dans la capacité, dont l'épanchement pouvoit avoir de fâcheuses suites.

Je fis tenir le malade couché sur le dos, parce qu'étant dans cette situation lorsqu'il se blessa, j'esperois qu'il s'épancheroit dans la capacité du ventre moins des matieres contenuës dans la cavité des intestins, que je conjecturois être percez, par la situation des plaïes & par le sang, qu'il rendoit par la bouche & par le fondement.

On pensoit le malade une fois le jour au commencement de la maladie, & dans la suite de deux, trois, ou quatre jours l'un seulement. On mit les six premiers jours dans la plaïe la plus grande & la plus basse de celles qui penetroient dans la capacité, une tente de charpie, mollette, mousse par le petit bout, & chargée de baume d'Arceus, pour conserver une issuë aux matieres qui pouvoient être épanchées ou s'épancher dans la capacité du ventre. Mais voyant qu'il en sortoit peu de chose, & que la tente empêchoit la réunion de cette plaïe, je la fis supprimer, me contentant d'y faire mettre, comme aux autres, un simple plumaceau chargé du même baume.

Au milieu du traitement, on se servit de baume verd à la place de celui d'Arceus. Sur la fin on trempa les plumaceaux dans l'eau vulneraire. Enfin dans tous les pensemens, on essuïa peu & très-doucement les plaïes, & on les laissa exposées à l'air le moins qu'il fut possible.

Le malade, étant ainsi gueri de ses blessures, se porta mieux qu'il n'avoit encore fait: son esprit reprit son assiette naturelle, & sa conduite fut plus reguliere qu'auparavant. Je présumois que ce nouvel état seroit de longue durée, fondé sur les bons effets de quantité de remedes qu'on lui avoit faits, & sur la diete exacte qu'il avoit observée durant le cours de la maladie, & qu'il promettoit de continuer à l'avenir. Ma conjecture par malheur se trouva fausse, car dix-sept mois après, cet homme étant tombé dans un nouvel accés de folie, se jetta dans la ruë par une fenêtre d'un troisiéme étage, & mourut sur le champ.

Je visitai le cadavre; mais avant que d'en ouvrir le ventre, j'examinai plus exactement que je n'avois fait les cicatrices des dix-huit plaïes, dont il a été parlé. Je remarquai que toutes ces cicatrices étoient fermes & à peu près de niveau à la surface du reste de la peau, à la reserve d'une, où la peau étoit enfoncée d'environ deux lignes, & qui cedoit au doigt, quand je la pressois un peu fortement.

En ouvrant le ventre, je pris toutes les précautions, dont je me pûs aviser, pour ne couper, ni déranger aucune des parties renfermées dans la capacité, afin de voir exactement celles qui avoient été blessées, & de quelle maniere la réunion s'en étoit faite. Voici ce que j'y observai.

Premiere Observation. Le lobe moïen du foïe, au-dessous du muscle droit de l'épigastre du côté droit, tenoit fortement au peritoine par un petit endroit. Cette adherance étoit formée par une cicatrice commune à ces deux parties. Il y avoit une autre cicatrice à la peau qui répondoit à celle-là. Ces deux cicatrices avoient chacune trois lignes de longueur sur une demie de largeur.

Seconde Observation. Deux parties de l'intestin jejunum, situées au-dessous de l'estomach à un pouce du muscle droit, étoient colées ensemble par le côté où elles se touchoient. Ayant separé ces deux parties, j'observai dans celle qui étoit placée du côté gauche, une cicatrice de trois lignes & demie de longueur sur deux tiers de ligne de largeur, & dont la direction étoit transverse par rapport à la longueur du corps, de même que celle de la cicatrice de la peau qui étoit vis-à-vis. Je ne trouvai point de cicatrice à la partie droite de ce boyau à laquelle celle du côté gauche étoit adherante; ainsi il y avoit eu une plaïe à la premiere partie, & il n'y en avoit pas eu à la seconde.

Troisiéme Observation. Je remarquai à la partie anterieure du colon près du rein droit, une cicatrice fort oblique de cinq lignes de longueur, & d'une & demie de largeur. Il s'élevoit le long de cette cicatrice dix-huit à vingt filets,

dont les uns étoient blancs & aussi déliez que des cheveux fort fins, & les autres avoient une legere teinture de rouge & étoient plus gros que les blancs. Tous ces filets sortoient dans le même ordre de la capacité du ventre par une fente qui répondoit à la cicatrice, longue de six lignes & large de deux & demie, & qui étoit restée au peritoine, aux muscles transverses & obliques de la plaïe que le malade s'étoit faite en cet endroit, & ils s'alloient attacher à une cicatrice qui étoit commune à la graisse & à la peau, & dont la direction étoit la même que celle de la fente & de la cicatrice du boyau.

Les filets élevez de la cicatrice du colon n'étoient vraisemblablement que quelques-unes des fibres coupées des tuniques de cet intestin; sçavoir, les rouges de la tunique charnuë, & les blanches de la membraneuse. Les unes & les autres avoient insensiblement crû, & s'étoient avancées jusqu'à la graisse, n'ayant trouvé dans leur chemin aucun obstacle ni aucune partie où elles eussent pû se coler, parceque les levres de la plaïe du peritoine & des muscles s'étoient cicatrisées séparément, & ne s'étoient pas jointes ensemble par une même cicatrice comme dans les autres plaïes.

Quatre chose pouvoient avoir donné lieu à cette fente; sçavoir, la tente, la longueur de la plaïe, sa grande obliquité & sa situation. La tente, en tenant écartées les levres de la plaïe; la longueur de la plaïe, par l'incision de quantité de fibres des muscles du ventre; la grande obliquité, en coupant dans son trajet les fibres de tous les muscles, quoiqu'elles aïent dans chacun des directions fort differentes; enfin la situation de la plaïe pouvoit avoir donné lieu à la fente, parcequ'elle étoit toute entiere dans la partie charnuë des muscles, dont il a été parlé.

Or, de ce que les fibres charnuës de tous ces muscles ont été coupées à l'endroit de la plaïe, il s'ensuit, 1°. Que chaque portion des fibres coupées a dû se retirer de son côté, comme l'experience le fait voir. 2°. Que les deux

levres de la plaïe ont dû se cicatriser séparément & former une fente; parceque le muscle transverse étant fortement attaché au peritoine, ses fibres charnuës n'ont pû se retirer sans entraîner avec elles de part & d'autre les parties coupées de cette membrane. La même chose n'est pas arrivée à la graisse & au muscle oblque descendant de l'épigastre, parceque la graisse n'est pas si adherante à ce muscle, que le peritoine l'est au muscle transverse, & qu'elle est fort étroitement unie à la peau.

Enfin le deux levres de cette plaïe se sont réünies dans la graisse & dans la peau par une seule & même cicatrice, parcequ'il y a naturellement une liaison très-étroite entre ces deux tegumens, comme je viens de dire, & que d'ailleurs n'ayant ni l'un ni l'autre des fibres charnuës, ils n'ont pû, quoique coupez, se retirer de part & d'autre, ni se cicatriser séparément comme les muscles.

Voici à present quelques observations que je fis dans la tête de cet homme, dont on pourra peut-être tirer quelques conjectures sur sa folie.

1°. Les os, qui composoient le crane, étoient fort durs & fort épais; il y avoit très-peu de pores entre leurs deux tables, & les structures en étoient presque effacées, quoique cet homme n'eût encore que trente-quatre ans.

2°. La dure & la pie-meres étoient fort dures, & d'un tissu très-serré.

3°. La substance du cerveau avoit beaucoup de consistance, celle du cervelet avoit à peu près sa mollesse naturelle.

4°. Le plexus choroïde qui est dans le cerveau, étoit sec & mince; on y observoit peu de vaisseaux sanguins & qui étoient fort déliez; ses glandes étoient imperceptibles.

5°. Je ne trouvai point de lymphe dans la cavité des ventricules du cerveau, ni dans celle du ventricule du cervelet.

Enfin la glande pituitaire étoit fort petite & extrêmement dure.

DU CAMPHRE.

PAR M. LEMERY.

1705. 7. Fevrier.

LE ſoin que prennent les Hollandois de ſe faire apporter le Camphre brut pour le rafiner, eſt cauſe que nous en voyons aſſez rarement en France. Il m'en eſt tombé entre les mains quelque quantité, qui m'a donné occaſion de faire des experiences, dont je vais parler après que j'aurai dit quelque choſe de l'Hiſtoire de ce mixte.

Le Camphre eſt appellé en Latin *Camphora* & *Caphura*, noms qui viennent apparemment des mots Arabes *Capur* & *Caphur*, qui ſignifient la même choſe. C'eſt une eſpece de réſine legere, blanche, fort volatile, & ſi combuſtible qu'elle brûle & conſerve ſa flamme même ſur l'eau où elle nage, ſe conſumant tout-à-fait, d'une odeur forte & penetrante, d'un goût âcre tirant ſur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche; ce qui fait croire que ce n'eſt qu'un mélange naturel d'un ſoufre & d'un ſel volatile unis & liez étroitement enſemble. Cette réſine découle du tronc & des groſſes branches d'un arbre qu'on dit reſſembler au noyer, & qui croît dans l'Iſle de Borneo en Aſie & en la Chine. On la trouve au pied de l'arbre, où elle eſt figée en petits grains de differentes groſſeurs & figures, ſecs, friables, legers, blancs, tranſparens, de l'odeur & du goût qui a été dit. Ces petits grains tombant les uns ſur les autres s'aglutinent legerement, & font des maſſes plus ou moins groſſes, leſquelles étant un peu preſſées entre les doigts ſe ſéparent & s'égrainent en forme à peu près de grains de ſel, ou de gros grains de ſable. C'eſt cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On la ramaſſe doucement, prenant garde autant qu'on peut qu'il ne s'y mêle de la terre, du ſable, ou quelque autre ordure; car elle eſt plus ou moins eſtimée ſuivant qu'elle eſt plus ou moins pure. On en rencontre en Hollande de fort ſale: celle

qui vient de la Chine n'eſt pas ſi bonne que celle qui naît en l'Iſle de Borneo.

On tire par inciſion de la racine de l'arbre qui porte la canelle, une liqueur qui a une forte odeur de Camphre; ce qui a fait croire autrefois à quelques Naturaliſtes mal informez, que tout le Camphre venoit de cet arbre: mais une connoiſſance plus exacte de l'origine du Camphre a fait rejetter cette opinion.

On trouve une odeur de Camphre dans pluſieurs plantes, comme dans celle qui à cauſe de cette odeur eſt appellé Camphorata, dans l'Abrotanum, dans l'Aſpic ou grande Lavande, dans le Romarin.

Les Hollandois pour rafiner le Camphre brut, le mettent ſublimer par un petit feu dans des pots ſublimatoires; il ne s'en éleve que la partie pure, la terre & les autres impuretez demeurent au fonds, enſuite ils le liquefient par une douce chaleur & le jettent dans des moules pour lui donner la forme qu'ils veulent. On nous l'apporte en pains plats & orbiculaires, ayant à peu près la figure d'un couvercle de pot. C'eſt celui dont nous nous ſervons en Medecine; il doit être choiſi blanc tranſparent, net, leger. Les Marchands l'envelopent ordinairement dans de la graine de lin, afin que cette ſemence par ſa viſcoſité retienne les parties du Camphre, & les empêchent de ſe diſſiper ſi aiſément; car ils s'apperçoivent que cette drogue diminuë étant gardée.

Il ſeroit inutile que je rapportaſſe ici les uſages du Camphre pour la Medecine, ils ne ſont ignorez d'aucun Medecin, & les Livres en parlent aſſez. Je remarquerai ſeulement que les Indiens aux Indes Orientales le font entrer dans une eſpece de trochiſques qu'ils compoſent avec le Chofool ou fruit de l'Areca, la feüille de Betle, les Huitres calcinées, les Girofles, le bois d'Aloës, & quelques autres drogues dont ils s'aviſent. Ils mâchent ces trochiſques quand ils veulent ſe faire cracher & décharger le cerveau.

Le Camphre eſt auſſi employé dans la matiere des feux d'artifice, & dans les vernis.

C'est-là ce que j'avois à dire du Camphre en general. Je passerai presentement aux experiences. Je les ai faites avec le Camphre brut ; & il est bon d'avertir que celui que j'ai employé étoit du plus net & du plus beau qu'on puisse trouver.

J'ai mis deux onces de Camphre brut dans une cucurbite de verre; je l'ai couverte d'un chapiteau aveugle, & j'ai lutté exactement les jointures. J'en ai mis deux autres onces dans un matras, que j'ai bouché d'un simple papier; j'ai placé mes deux vaisseaux sur le sable, & j'ai donné dessous un petit feu que j'ai continué pendant une heure & demie. Le Camphre s'est fondu en liqueur fort claire, & il s'en est élevé beaucoup de fleurs. J'ai laissé refroidir les vaisseaux, & j'ai cassé le matras pour en separer plus commodément ces fleurs; j'en ai tiré une once trois dragmes: elles sont belles, blanches comme de la nége, argentines, & ressemblant beaucoup au plus beau Spermaceti, d'une odeur qui a du rapport avec celle du Romarin, mais plus forte & plus penetrante. Ces fleurs étoient attachées à toutes les parois internes du matras, & même au coû: celles d'embas qui avoient le plus chauffé s'étoient rendurcies & renduës transparentes comme le Camphre ordinaire. J'ai trouvé au fond du matras une petite masse ressemblant beaucoup à de la cire, plus legere; un peu moins jaune, mais aussi dure, d'une odeur & d'un goût de Camphre, se fondant aisément sur le feu : cette petite masse pese demi-once & dix-huit grains. Il s'est donc dissipé dans l'operation cinquante-quatre grains des deux onces de Camphre que j'avois employées dans le matras.

Quant à la cucurbite il n'a pas été besoin que je l'aye cassée pour en retirer les fleurs, je les ai détachées facilement de ses parois & de celles du chapiteau: elles ont été toutes semblables à celles du matras & en pareille quantité. J'ai trouvé aussi au fond de la cucurbite une masse dure semblable à l'autre, fort adherante au verre; je l'en aurois détachée facilement en la chauffant un peu, mais j'ai trouvé plus à propos d'essayer si j'en tirerois encore

quelques

quelques fleurs. J'ai donc réadapté le chapiteau à la cucurbite, & je l'ai mise sur un petit feu comme devant; il s'en est élevé trois dragmes & demie de fleurs pareilles aux premieres, & il n'est resté au fond qu'environ une dragme de matiere dure, grasse, terrestre, de couleur rouge brune, d'une odeur de Camphre, ayant très-peu de goût. Je l'ai mis tremper dans de l'esprit de vin; il s'en est dissout une portion, & l'autre est demeurée en sable gris : c'est tout ce que les deux onces de Camphre avoient pris de saleté au pied de l'arbre.

Toutes ces fleurs, par les experiences que j'en ai faites, m'ont paru ne differer que dans la forme du Camphre rafiné qu'on nous envoye d'Hollande : si on les liquefie par un peu de feu, on les réduira en morceaux blancs & transparens comme lui.

On voit par ce que je viens de rapporter, que rien n'est plus aisé que de purifier le Camphre en tout Païs, & qu'il n'est pas necessaire d'envoyer le Camphre brut en Hollande pour le rafiner, comme font nos Marchands de France quand ils en ont. On se prévient aisément en faveur des Hollandois pour la perfection de certains ouvrages, & faute d'experience on s'imagine qu'il est trop difficile d'y atteindre aussi-bien qu'eux.

Des dissolvans du Camphre.

Les liqueurs aqueuses ou phlegmatiques ne dissolvent point le Camphre. Il est bien vrai qu'en plongeant un morceau de Camphre allumé plusieurs fois dans de l'eau, l'on fait recevoir à la liqueur une legere impression & une odeur du Camphre : mais cette odeur vient principalement d'une pellicule qui se fait à la surface de l'eau, & qui a été produite par une petite portion du Camphre même liquefiée par le feu, & condensée par la fraîcheur de l'eau. On fait avaler de cette eau camphrée aux femmes hysteriques pour calmer leurs vapeurs. L'esprit de vin, les huiles & les graisses dissolvent facilement & prompte-

ment le Camphre. On fait ordinairement l'esprit de vin camphré, en mêlant dans chaque once d'esprit de vin demie dragme de Camphre; mais j'ai voulu voir combien l'esprit de vin en pourroit recevoir pour en être entierement saoulé. J'en ai donc dissout jusqu'à ce qu'il n'en prît plus; j'ai trouvé qu'il étoit entré dans chaque once d'esprit de vin demie once de Camphre. Cette dissolution a une odeur forte de Camphre, & un goût âcre & brûlant, mais passant vîte.

J'ai mis le feu à une cuillerée de la même dissolution de Camphre: l'esprit de vin a brûlé le premier, rendant une flamme bleuâtre à son ordinaire, & à mesure qu'il s'est consommé le Camphre a paru comme en masse, la flamme n'a pourtant pas discontinué; mais dès qu'il n'y a plus eu d'esprit de vin, elle est devenuë blanche, & tout le Camphre a brûlé en sa maniere ordinaire.

J'ai versé dans de l'eau une portion de la même dissolution, le Camphre s'est revivifié en une maniere de beurre liquide très-blanc; je l'ai separé de l'eau, il a pris la solidité du Camphre. J'ai mêlé une autre portion de la dissolution avec autant d'esprit de Nitre, il s'est fait d'abord une très-petite chaleur, mais sans ébulition sensible. J'ai laissé la liqueur trois jours en digestion, la remuant souvent, puis je l'ai mise circuler dans un vaisseau de rencontre par le moyen d'une douce chaleur, & il ne s'est fait aucune effervescence, il faut que le Camphre ait empêché la fermentation; car on sçait que les esprits de vin & de Nitre mêlez ensemble boüillonnent & s'échauffent violemment. J'ai versé sur une partie de la liqueur circulée un peu d'huile de tartre faite par défaillance, il s'est fait ébulition avec chaleur, & incontinent après coagulation de presque toute la liqueur en une maniere de beurre très-blanc.

J'ai versé sur une autre partie de la même liqueur un peu d'esprit volatile de sel armoniac, il s'est fait pareille ébulition & congelation; mais il y a eu moins de matiere butireuse, & il s'est separé beaucoup de serum.

J'ai versé sur une autre portion de la même liqueur un peu d'esprit de sel, le mêlange a jetté une legere fumée, & est devenu blanchâtre d'abord, puis il s'est éclairci.

J'ai versé beaucoup d'eau sur une autre partie de la même liqueur, il s'est fait un coagulum très-blanc qui a nagé dessus.

Je reviens à ma dissolution de Camphre faite dans l'esprit de vin, j'en ai mêlé une portion avec un peu d'esprit volatile de sel armoniac fait avec le sel de tartre, il s'est fait à l'instant un caillé fort blanc & d'une odeur très-forte : ce caillé étoit le Camphre qui avoit quitté l'esprit de vin; il s'en étoit separé aussi un serum.

J'ai versé sur une autre partie de la dissolution de l'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'est point fait de coagulum ni d'autre changement apparent dans la liqueur. Il semble étonnant que deux alcali agissent si differemment sur la dissolution de Camphre : la raison que j'en puis apporter, est que l'esprit de vin & l'esprit de sel armoniac mêlangez ensemble se coagulent naturellement, comme tout le monde le sçait. Or le Camphre y étant ajouté ne peut qu'augmenter la coagulation, au lieu que l'huile de tartre ne se coagule jamais avec l'esprit de vin : mais comme l'esprit de sel armoniac fait avec la chaux ne se coagule point avec l'esprit de vin, j'ai voulu voir s'il feroit quelque coagulation sur notre dissolution de Camphre; j'ai donc mêlé ensemble parties égales des deux liqueurs, le mêlange ne s'est point congelé; mais il s'est fait d'abord précipitation des parties du Camphre en maniere de nuages blancs : ce précipité s'est en peu de tems dissout, en sorte qu'il n'a plus paru, & la liqueur est devenuë claire.

J'ai voulu voir si par la distillation le Camphre monteroit en liqueur avec l'esprit de vin, ou lequel des deux seroit le plus leger. J'ai mis en distillation par un alembic de verre environ une livre d'esprit de vin camphré ordinaire : l'esprit de vin a distillé pur, & l'on a vû le Camphre coagulé au fond de la cucurbite : j'ai continué un

petit feu, ce Camphre s'eſt entierement ſublimé ſans avoir été alteré en aucune maniere; je n'ai même pas reconnu que l'eſprit de vin eût retenu une odeur conſiderable du Camphre. Cette operation montre donc que le Camphre diſſout dans de l'eſprit de vin ne paſſe point en liqueur par la diſtillation, & que l'eſprit de vin eſt plus leger que le Camphre.

J'ai mis en diſſolution du Camphre dans de l'eſprit ou huile ætherée de terebentine bien claire : ce diſſolvant n'en a pu recevoir que le quart de ſon poids; car à peine une once d'eſprit de terebentine a-t-il diſſout deux dragmes de Camphre, quoique je les aye laiſſez enſemble en digeſtion chaudement pendant quelques heures. J'ai verſé beaucoup d'eau ſur une partie de la diſſolution : elle s'eſt toute élevée ſur l'eau ſans aucun changement, & le Camphre ne s'en eſt point ſeparé.

J'ai mis en diſtillation par un petit feu dix dragmes de la diſſolution de Camphre faite dans l'eſprit de terebentine : elles ont tout-à-fait diſtillé en une liqueur un peu trouble, d'un blanchâtre tirant ſur le jaune, d'une odeur beaucoup plus forte & plus puante que celle de l'eſprit de terebentine; j'ai peſé cette liqueur diſtillée, il y en a eu dix dragmes , ce qui eſt juſtement le même poids de la diſſolution que j'avois employée, il ne s'étoit ſeparé ni ſublimé dans la cornuë aucune partie du Camphre. On voit donc par cette operation que le Camphre diſſout dans une huile ætherée telle qu'eſt l'eſprit de terebentine, peut être diſtillé en liqueur; ce que je n'ai point vû arriver quand il a été diſſout avec les huiles communes, il faut que le Camphre & l'eſprit de terebentine ſoient de même peſanteur. J'ai eſſayé de faire ſeparer le Camphre de la liqueur diſtillée, j'en ai verſé une partie dans beaucoup de liqueur bien froide, il s'eſt élevé à la ſurface de l'eau une huile blanchâtre, qui n'eſt autre choſe que la diſſolution de Camphre un peu plus condenſée qu'elle n'étoit avant la diſtillation, mais il ne s'eſt fait aucune ſeparation.

J'ai mis en diſſolution du Camphre dans de l'huile d'olive : une once d'huile n'a pû diſſoudre que deux dragmes de Camphre. J'ai mis diſtiller la diſſolution : mais le Camphre s'eſt ſublimé tout-à-fait avant que l'huile ait diſtillé, ce qui montre que le Camphre eſt plus leger que l'huile commune.

Après avoir fait des diſſolutions du Camphre dans des liqueurs ſulfureuſes, j'ai examiné celles qu'on pouvoit faire avec des eſprits acides.

J'ai mis dans un petit matras une once de Camphre brut & deux onces d'eſprit de Nitre, le Camphre s'eſt réſout en huile en moins de demie-heure ſans aucune chaleur, & plus aiſément que n'a coûtume de faire le Camphre ordinaire ; mais l'huile a été jaune, au lieu que celle qui ſe fait avec du Camphre rafiné n'a point de couleur. Cette huile jaune a peſé une once trois dragmes & demie : elle contient donc trois dragmes & demie d'eſprit de Nitre. C'eſt ce diſſolvant qui ayant penetré ſes parties les a réſoutes en liqueur : le Camphre ordinaire qu'on réſout en huile de la même maniere, reçoit moins d'eſprit de Nitre ; car d'une once de ce Camphre je n'ai tiré qu'une once deux dragmes & demie d'huile. Cette circonſtance fait que l'huile de Camphre brut eſt plus âcre que l'huile de Camphre rafiné.

Il s'eſt trouvé une très-petite quantité de craſſe brune au fond de l'huile du Camphre brut nageant ſur l'eſprit de Nitre, au lieu qu'il ne s'en trouve point ſur celle du Camphre rafiné.

De toutes les réſines je n'en connois point d'autre que le Camphre qui puiſſe être diſſoute par l'eſprit de Nitre. Ce diſſolvant a laiſſé dans le Camphre ſes pointes les plus actives, car il a perdu après la diſſolution beaucoup de ſa force. J'ai voulu voir combien celui qui eſt reſté des deux onces que j'avois employées pourroit diſſoudre encore de nouveau Camphre, j'y en ai mis peu à peu en digeſtion chaudement, j'ai trouvé qu'il n'en avoit diſſout qu'une dragme, le reſte de l'eſprit de Nitre a été bien foible ; j'y

ai mis de nouveau Camphre, mais il ne s'eſt fait aucune diſſolution; je croi que les acides de l'eſprit de Nitre, s'ils étoient ſeuls, ne réduiroient pas le Camphre en huile, mais que les parties de feu dont ils ſont accompagnez leur ſervent de vehicule, & contribuent le plus à la diſſolution. Quoiqu'il en ſoit, je n'ai point vû que les autres acides liquefiaſſent le Camphre comme fait l'eſprit de Nitre.

L'uſage ordinaire de l'huile de Camphre eſt pour la carie des os, pour déterger les plaïes, pour réſiſter à la gangrene, & pour la douleur des dents. On ne s'en ſert point à l'ordinaire interieurement à cauſe de ſon acreté un peu corroſive. J'ai neanmoins eſſayé il y a longtems d'en faire prendre quelques goutes par la bouche dans les vapeurs hyſteriques & dans les obſtructions, je n'en ai vû que de bons effets; il eſt vrai que je l'ai preſque toujours donnée mêlée avec autant d'huile de Karabé.

J'ai jetté dans de l'eau commune un peu d'huile de Camphre, il s'eſt précipité au fond du vaiſſeau un coagulum blanc qui eſt un Camphre revivifié; car l'eau ayant affoibli l'eſprit de Nitre qui faiſoit ſa conſiſtance liquide, les parties du Camphre ſe ſont rapprochées, agglutinées & precipitées par leur peſanteur. Il s'eſt fait auſſi à la ſurface de l'eau une pelicule blanche, qui a été la partie du Camphre la plus détachée de l'eſprit de Nitre. Il faut que le précipité du Camphre ait retenu des pointes de l'eſprit de Nitre qui lui ayent donnné de la peſanteur, car le Camphre pur nage ſur l'eau.

J'ai mêlé de l'huile de Camphre avec autant d'eſprit volatile de ſel armoniac; il s'eſt fait en même tems une ébulition conſiderable, avec une petite fumée & un peu de chaleur, puis une coagulation d'une partie de la liqueur en une matiere aſſez ferme, legere, blanche, très-rarefiée, nageant ſur du ſerum, d'une odeur forte & penetrante.

J'ai mêlé une autre portion d'huile de Camphre avec une pareille quantité d'huile de tartre; il s'eſt fait les mêmes choſes, mais l'ébulition a été un peu moins violente, & la matiere coagulée moins rarefiée. Ces deux coagula-

tions ſont encore des portions de Camphre que les alcali ont revivifiez en rompant les pointes de l'eſprit de Nitre.

J'ai mis dans une cornuë de verre une autre portion de la même huile de Camphre, & je l'ai fait diſtiller par un feu mediocre; il en eſt ſorti premierement un eſprit de Nitre clair, d'une odeur deſagreable très-penetrante, puis il s'eſt ſublimé au haut de la cornuë un Camphre blanc & jaune, d'une odeur très-puante, d'un goût de Camphre : j'ai continué le feu juſqu'à ce qu'il ne s'élevât plus rien.

J'ai caſſé la cornuë après qu'elle a été refroidie; j'ai trouvé dans ſon fond une matiere réſineuſe ou gommeuſe, dure & noire comme de la poix; j'ai mis le Camphre ſublimé dans ſon eſprit de Nitre diſtillé, il s'eſt diſſout de rechef ſans feu en peu de tems, & il s'eſt refait une huile de Camphre plus belle que la premiere, parce que la partie groſſiere en a été ſeparée. Cette huile s'eſt trouvée toute pareille à celle qu'on a faite avec le Camphre raphiné, excepté qu'elle a ſenti bien plus mauvais, car elle a acquis par la diſtillation une odeur d'empireume très-deſagreable.

J'ai voulu voir ſi les autres acides diſſoudroient le Camphre comme fait l'eſprit de Nitre; j'en ai mis en digeſtion chaudement dans le double de ſon poids d'eau régale, il s'en eſt diſſout la plus grande partie en huile, mais il en eſt demeuré une portion qui n'a point été réduite en liqueur : j'y ai ajoûté encore un peu d'eau régale, tout s'eſt diſſout. On pourroit donc faire de l'huile de Camphre par le moyen de l'eau régale; mais au lieu que par la methode ordinaire on n'employe que deux parties d'eſprit de Nitre ſur une partie de Camphre, il faudroit par celle-cy employer trois parties d'eau régale ſur une partie de Camphre : la raiſon de cette augmentation du diſſolvant, eſt que le ſel armoniac ni l'eſprit de ſel qui entrent l'un ou l'autre dans la compoſition de l'eau régale ne font pas un grand effet ſur le Camphre, il n'y a que l'eſprit de Nitre qui ſoit capable de le bien rarefier en huile. Or il ne s'en

rencontre pas aſſez en deux parties d'eau regale, il en faut encore une troiſiéme.

J'ai mis en digeſtion chaudement dans un matras une portion de Camphre avec trois fois autant peſant de bon eſprit de ſel, une partie de la matiere s'eſt à demi diſſoute en une maniere d'huile congelée blanche, & l'autre s'eſt ſublimée en Camphre entier : j'y ai ajoûté encore autant d'eſprit de ſel; & je l'ai remiſe en digeſtion ſur le feu ; mais il ne s'eſt point fait davantage de diſſolution.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'eſprit de vitriol ordinaire, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, le Camphre s'eſt ſublimé au cou du matras.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'huile de vitriol noire ou la plus cauſtique, le Camphre s'y eſt diſſout, de maniere qu'il n'a plus paru ni en ſubſtance ni en huile, mais ſans ébulition. J'attribuë cette diſſolution à un ſouffre qui eſt dans l'huile de vitriol, le mêlange avoit une odeur d'huile de ſuccin; j'ai jetté de l'eau dans la diſſolution, elle eſt devenuë blanchâtre, & il s'en eſt ſeparé un peu de Camphre.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre, avec quatre fois autant peſant d'eſprit d'alun très-fort, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, le Camphre s'eſt ſublimé au haut du matras.

J'ai mis dans un matras deux dragmes de Camphre, j'ai verſé deſſus quatre onces de vinaigre diſtillé, j'ai fait digerer & bouillir le mêlange au feu de ſable, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, & le Camphre s'eſt ſublimé.

Après avoir eſſayé les diſſolutions du Camphre par des liqueurs acides, j'en ai eſſayé auſſi par des liqueurs alcalines.

J'ai mis en digeſtion à froid une portion de Camphre dans ſix fois autant d'eſprit volatil de ſel armoniac, il ne s'eſt point fait de diſſolution.

J'ai mis en digeſtion chaudement une autre portion du même Camphre dans huit fois autant d'huile de tartre faite

faite par défaillance, il ne s'eſt point fait de diſſolution, & le Camphre s'eſt ſublimé en ſubſtance.

J'ai donc reconnu par ces deux dernieres experiences, que le Camphre ne pouvoit être diſſout par les ſels Alcali.

J'ai eſſayé pluſieurs fois de ſeparer les principes du Camphre ſans addition, ſoit par les diſtillations ordinaires, ſoit par les methodes dont on ſe ſert pour tirer l'eſprit de ſouffre, mais je n'ai pû y réuſſir : ce mixte s'eſt toûjours ſublimé entier ſans aucune ſeparation de ſel volatile ni d'huile, ces principes y ſont trop bien liez pour ſe deſunir. Au reſte ce n'eſt pas un grand malheur que cette deſunion ne ſe faſſe point, le Camphre eſt aſſez volatile & actif en ſon état naurel pour n'avoir pas beſoin d'être developpé ou analiſé.

BAROMETRES

SANS MERCURE

A L'USAGE DE LA MER.

PAR M. AMONTONS.

S'IL y a de l'air enfermé dans une boule de verre *D*, jointe à un tube auſſi de verre *E, C, B, A*, recourbé en *C*, ouvert en *A*, & contenant une liqueur depuis l'entrée *E* de la boule, juſqu'en quelque endroit de ſa partie *AB*; on ſçait il y a déja longtems que cet air enfermé en *D* augmente ou diminuë ſon volume, non-ſeulement à meſure que l'air exterieur change de chaleur, mais encore à meſure qu'il change de peſanteur. Je ne ſçache pas cependant que perſonne ait encore diſtingué & determiné la quantité de ces deux effets, je veux dire de combien la chaleur & la peſanteur de l'air exterieur, en agiſſant conjointement ſur celui qui eſt enfermé en *D*, feroient cha-

1705. 11. Fevrier.

Figure I.

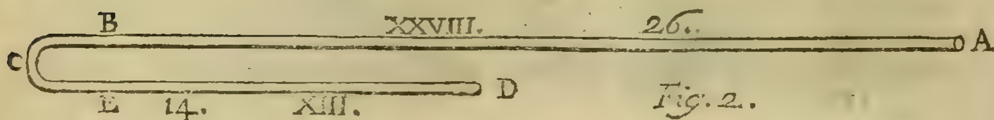


cune en leur particulier diminuer ou augmenter ce même volume d'air enfermé; en un mot, quel seroit le mouvement de la liqueur dans le tube *AB*. Ces deux effets ont toûjours paru difficiles à separer l'un de l'autre, à cause de la combinaison de plusieurs circonstances qui les font varier presqu'en une infinité de manieres.

Quant à l'effet que la chaleur produit sur cet air, je croi l'avoir suffisamment expliqué dans les Memoires des années 1702 & 1703 : ainsi je n'en dirai présentement rien davantage.

Pour ce qui est de l'effet de la pesanteur de l'atmosphere sur ce même air; à la verité M. Mariotte nous a déja donné quelques experiences & quelques regles là-dessus : mais il ne paroît nulle part que son dessein fût de mesurer par ce moyen les vicissitudes du poids de l'atmosphere, en empêchant que nous n'attribuions l'effet de la pesanteur à celui de la chaleur, & réciproquement celui de la chaleur à l'effet de la pesanteur. Comme cela peut neanmoins avoir son utilité, je vais tâcher de le faire du mieux qu'il me sera possible, en continuant de me servir de ce que M. Mariotte a déja établi là-dessus. Or par ces mêmes experiences il est clair que plus les volumes d'air en *D* seront considerables, plus la liqueur baissera ou haussera dans le tube *AB*, par une même surcharge, ou par une même diminution du poids de l'atmosphere; & que si cette liqueur en *AB* n'avoit aucune pesanteur, les volumes d'air enfermez suivroient dans leurs changemens les proportions des poids dont ils seroient chargez, ensorte que ces volumes seroient en raison inverse de ces poids.

FIGURE I. FIGURE II. Ainsi donc supposant la boule *D* allongée en un long cylindre fort menu de la même grosseur que le tube *AC*, & le tout dans une situation horizontale pour éviter le poids de la liqueur; si cette boule ainsi allongée avoit par



exemple 14 pieds de long, & que la liqueur en *E* fût au commencement de ces 14 pieds lorſque le poids de l'atmoſphere égale 26 pouces de Mercure ; cette liqueur avanceroit d'un pied lorſque le poids de l'atmoſphere ſeroit de 28 pouces, ces volumes 14 & XIII. étant en raiſon inverſe des poids 26 & XXVIII ; & le même changement du poids de l'atmoſphere auroit fait avancer differemment la liqueur ſuivant que la boule allongée auroit eu plus ou moins de capacité ou de longueur ; ainſi elle auroit avancé de deux pieds, ſi la longueur de la boule allongée avoit été de 28 pieds au lieu de 14 ; de 4 pieds ſi cet allongement eût été de 56 pieds, & ainſi du reſte. Où l'on voit que l'effet du poids de l'atmoſphere ſur l'air de la boule *D*, devient toûjours de plus grand en plus grand, ſuivant que la grandeur de cette boule augmente ; ce que l'on ne peut pas dire de l'effet de la chaleur qui, comme je l'ai déja fait voir ailleurs, ſeroit toûjours égal nonobſtant l'augmentation de ces volumes.

On pourroit donc ſuppoſer la boule *D* ſi prodigieuſement groſſe, que l'effet des changemens de chaleur de l'atmoſphere ne ſeroit plus rien de ſenſible en comparaiſon de l'effet des changemens de ſa peſanteur ; ce qui ſuppoſe toûjours que le tube *AB* ſoit dans une ſituation horiſontale. Mais comme dans l'uſage une pareille ſituation eſt incommode, & qu'il eſt plus à propos qu'elle ſoit verticale ; dans cette ſituation la liqueur ne peut paſſer du tube *AC* dans celui *CD*, ou de celui-ci dans l'autre, ſans diminuer l'impreſſion du poids de l'atmoſphere contre l'air enfermé en *D*, ou de celui-ci contre l'atmoſphere ; & cela d'autant plus que la liqueur dont on ſe ſervira ſera plus peſante. Ainſi, par exemple, ſi le poids de cette liqueur eſt à celui du Mercure comme 1 à 14, & qu'une quantité de cette liqueur contenuë en *AB* dans l'étenduë de 28 pouces paſſe dans la boule *D* vers *E* ; il eſt clair que cet abaiſſement de 28 pouces de liqueur égaleroit l'effet de l'atmoſphere, dont le poids ſeroit augmenté d'une quantité égale à deux pouces en hauteur de mercure ; & comme

nous ſçavons par experience que le mouvement du Barometre ſimple cauſé par le plus ou le moins de peſanteur de l'atmoſphere, ne paſſe pas ici cette étenduë de deux pouces; il eſt clair auſſi que la marche de la liqueur dans le tube *AB* ſitué verticalement, ne ſçauroit par le changement du poids de l'atmoſphere exceder avec une pareille liqueur 28 pouces, quelque groſſe que ſoit la boule *D*; elle ne ſçauroit même, à le bien prendre, aller juſques-là; parce que le reſſort de l'air en *D* fait toûjours quelque réſiſtance à la diminution de ſon volume, pour petite que ſoit cette diminution; & que quelque menu que ſoit le tube *AB* & par conſequent quelque petite que ſoit la quantité de la liqueur contenuë dans l'étenduë de 28 pouces de ce tube, il eſt impoſſible que cette quantité de liqueur étant paſſée de *AB* en *E* ne diminuë le volume de l'air en *D* de quelque choſe. L'étenduë de cette marche de la liqueur dans le tube *AB* ſera même conſiderablement moindre de 28 pouces, lorſque la boule *D* ne ſera que d'une medioere groſſeur, & l'experience m'a fait connoître qu'avec une liqueur dont la peſanteur eſt à celle du Mercure environ comme 1 à 14, l'étenduë de cette marche ne peut gueres être que de 20 pouces avec des boules de 2 pouces de diametre; & ſeulement de 16 pouces avec des boules d'un pouce $\frac{1}{4}$; ce qui diminuëroit encore ſi la liqueur étoit plus peſante. Mais comme au contraire on peut fort bien y en employer qui ſoit plus legere, & que déja cette marche de 20 pouces eſt au moins auſſi conſiderable que celle du Barometre double de M. Huguens; rien n'empêche qu'on ne puiſſe utilement ſe ſervir des tubes *ACD*, dans leſquels il y aura de la liqueur depuis le milieu de la partie *AB* juſqu'en *E*, pour connoître par le mouvement de la liqueur en *AB* les changemens de l'atmoſphere, de la même maniere qu'on le fait avec les Barometres ordinaires, d'autant plus qu'ils ſont plus portatifs, & que n'étant pas à beaucoup près ſi ſuceptibles de mouvement, on peut fort bien s'en ſervir ſur mer, où le branle du Vaiſſeau n'empêcheroit point d'y remarquer

exactement les differents changemens ; ce qui ne se peut faire avec les ordinaires.

Après avoir reconnu que l'étenduë de la marche de la liqueur dans ces tubes par les seuls changemens du poids de l'atmosphere étoit assez considerable pour s'en servir en Barometre, & après avoir partagé en 24 parties égales cette étenduë pour en faire une graduation qui marquât les quantitez de Mercure qui égalent le poids de l'atmosphere dans tous ses changemens ; il me restoit à appliquer cette graduation à ces nouveaux Barometres. Cela ne me parut pas d'abord fort aisé, à cause de l'action de la chaleur, qui changeant continuellement, ne me permettoit pas de pouvoir assigner sur ces tubes aucun endroit fixe à cette graduation. Mais ayant consideré que cela même qui me paroissoit un obstacle, pouvoit me servir de regle en ce que cette graduation devoit toujours suivre le mouvement que la chaleur causeroit à la liqueur ; & que lorsque la chaleur ne lui causoit aucun mouvement, cette graduation devoit de même rester au même endroit ; je pris le parti de la faire mobile, de la maniere que je vais dire.

Je mis pendant un tems assez considerable un de ces tubes auprès d'un de mes Thermometres, & j'observai la marche de l'un & de l'autre dans des tems où j'étois assuré par l'observation du Barometre que le poids de l'atmosphere n'eût point changé : ce qui me donna le moyen de faire à côté de ce tube une graduation semblable à celles des mes Thermometres, quoique plus grande. Cette graduation marquoit les changemens que la chaleur causoit à la hauteur de la liqueur de ce tube. Après cela j'appliquai à côté de cette graduation de l'effet de la chaleur, la graduation que j'avois premierement faite de l'effet de la pesanteur de l'atmosphere ; de sorte que je la pouvois hausser & baisser à ma volonté, & en amener le milieu à tel degré de celle de la chaleur qu'il me plaisoit : & lorsque je voulois connoître le poids de l'atmosphere, je regardois prémierement le degré où mon Thermometre se trouvoit, j'amenois ensuite le milieu de la graduation du

Barometre ſur le même degré de celle que j'avois fait à côté du tube, pour marquer les changemens cauſez par la chaleur à la liqueur du tube, qui me marquoit alors ſur la graduation mobile le poids de l'atmoſphere que je cherchois.

Ayant enſuite verifié ces obſervations pendant un tems conſiderable ſur mon Barometre rectifié, je puis aſſurer que j'ai toûjours trouvé les unes & les autres préciſément les mêmes. On aura d'autant moins de peine à le croire, ſi l'on conſidere qu'il n'entre point de Mercure dans la conſtruction de ces nouveaux Barometres, & que la chaleur n'agit que très-foiblement ſur la liqueur qu'ils contiennent, qui d'ailleurs eſt en très-petite quantité; ce qui fait que ces Barometres doivent être exemts des défauts que j'ai remarquez dans les ordinaires où l'on employe du Mercure. Il eſt vrai que la graduation de ces nouveaux Barometres, qui doit comprendre l'effet de la chaleur & celui de la peſanteur de l'atmoſphere, oblige de les faire d'une hauteur qui excede l'ordinaire : mais enfin cela ne ſçauroit aller juſqu'à les rendre inutiles; ceux dont les boules auroient 2 pouces de diametre pouvant n'avoir que 5 pieds de long, & les autres ſeulement 4 pieds, ce qui n'eſt qu'environ dix pouces plus que les ordinaires lorſqu'ils ſont montez; & cela ne doit pas empêcher que par les obſervations qu'on en pourra faire ſur mer, on ne tente d'en retirer quelque choſe d'utile pour la Navigation.



OBSERVATION
DES TACHES
Qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705.
PAR M. CASSINI le Fils.

NOus apperçumes le 15 de ce mois de Janvier 1705. deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Les ayant observées avec une Lunete de 17 pieds, chacun de ces amas nous parût composé de diverses Taches entourées d'une atmosphere, telles que nous les avons représentées dans la Figure cy-jointe. 1705. 28. Fevrier.

Nous observâmes à midy la hauteur du bord superieur du Soleil de $20^d\ 22'\ 5''$, celle de la Tache la plus Orientale de $20^d\ 5'\ 40''$, & la hauteur de la plus Occidentale de $20^d\ 5'\ 40''$. Le passage de la plus grosse des Taches Orientales précedoit celui du bord Oriental du Soleil de $36''\frac{1}{2}$, & le passage de la Tache la plus Occidentale précedoit celui du même bord de $42''\frac{1}{2}$.

Ayant décrit dans une Figure qui représente le disque du Soleil, l'Ecliptique & l'Equinoxal des Taches pour ce temslà, j'ai placé par le moyen de ces observations les Taches dans leur situation, & j'ai trouvé la longitude de la Tache Orientale prise du bord Oriental du Soleil de 61 degrez & demi, & sa latitude Meridionale de 10 à 11^d.

La longitude de la Tache Occidentale étoit de $66^d\frac{1}{2}$, & sa latitude de 7 à 8; de sorte que ces Taches sont sur deux paralleles qui different sensiblement l'un de l'autre, au lieu qu'elles sont pour l'ordinaire disposées à peu près sur le même parallele.

Supposant le mouvement journalier des Taches en longitude d'environ 13 degrez, comme on l'a déterminé par un grand nombre d'observations, l'on voit qu'il y avoit

plus de quatre jours qu'elles étoient entrées dans le disque du Soleil, & qu'on les auroit pû appercevoir dès le 11 ou le 12, si le Ciel qui avoit été couvert depuis ce temps-là, nous eût permis de les observer. En effet, M. de Plantade nous écrit de Montpellier qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroissoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faisoit conjecturer qu'elles paroîtroient encore longtems, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution suivante.

Suivant nos observations la Tache la plus Occidentale sera passée par le centre le 17 quelques heures avant midy, & la Tache Orientale quelques heures après le midy du même jour; & on l'auroit apperçûë jusqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne se fût pas dissipée avant ce temps-là; c'est ce qu'on n'a pas pû sçavoir, le tems n'ayant pas été favorable pour les observer.

EXAMEN D'UNE COURBE

FORMÉE PAR LE MOYEN

DU CERCLE,

PAR M. CARRÉ.

1705. 28. Fevrier.

QUOIQUE la consideration des lignes Courbes ne paroisse pas d'un grand usage, & que le Public ignorant ait coûtume de regarder ces sortes de speculations comme des rêveries de gens oisifs, il est bon de lui répeter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & plusieurs autres dont il est inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont pensé à ces Courbes les avoient negligées par cette raison qu'ils n'en connoissoient pas les usages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas regarder

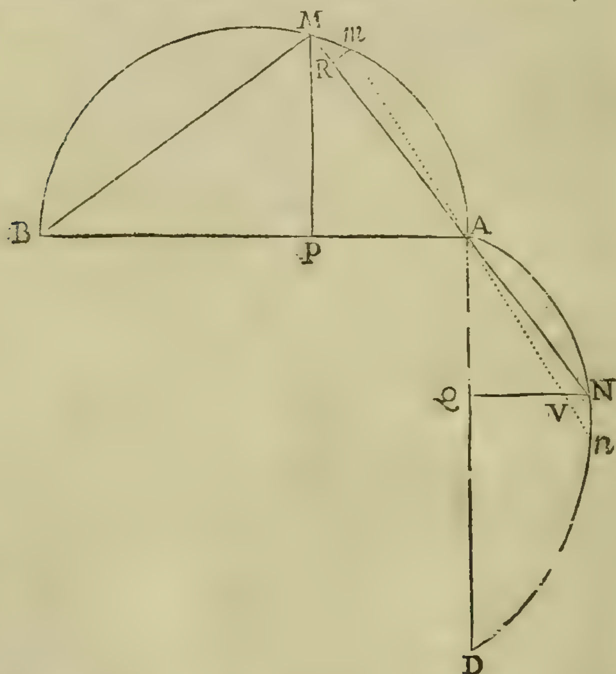
Voyez la Préface de M. de Fontenelles Histoire de l'Acad. 1699.

regarder ces recherches comme de ſimples curioſitez : & même quand c'en ſeroit, on ne doit pas les negliger. Les perſonnes qui compoſent l'Academie des Sciences, pour répondre à ce nom, doivent être veritablement ſçavans, & ſans doute que les Mathematiciens n'y tiennent pas le dernier rang par l'aplication qu'ils donnent à ces hautes & ſublimes veritez dont peu de gens ſont capables. C'eſt même à ceux qui ont excellé dans ces Sciences, que l'on eſt redevable de la plûpart des découvertes de la Phyſique ; l'étenduë que cette étude des Mathematiques donne à l'eſprit, rendant faciles les queſtions les plus embarraſſées, & où il y a un plus grand nombre de rapports à comparer. Et c'eſt avec grande raiſon que Platon avoit fait mettre au-deſſus de ſa Claſſe ces paroles de Pythagore : Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. L'on a crû devoir faire ce petit raiſonement pour fermer la bouche, ſi cela ſe peut, à ceux dont l'ignorance fait toûjours demander à quoi cela ſert-il, comme ſi l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à ce qui eſt utile actuellement ; & ſans doute qu'on s'appliqueroit à bien peu de choſes. Ce n'eſt pas d'aujourd'hui que l'on fait ces ſortes de demandes : car je me ſouviens d'avoir lû dans un des Ouvrages de Galilée, qu'on lui demanda un jour à quoi ſervoit la Geometrie : Et voici ce qu'il répondit : *Dalle dimoſtrazioni della Geometria attenenti alle Miſure, a i Peſi, & a Numeri, s'impara a miſurare i Goffi ; a peſargli Ignoranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature & quelques proprietez en attendant ſes uſages, ſi elle en a, étant inconnuë aux Mathematiciens de l'Academie, pouvoit être regardée comme nouvelle : mais j'ai appris qu'un Geometre nommé M. Koërſma en a parlé ; il détermine même ſa plus grande largeur ſans en donner aucune autre proprieté. L'on va donner ici ſa generation, ſa principale proprieté, ſa tangente, ſa plus grande ordonnée, ſa rectification, & la meſure de l'eſpace qu'elle renferme, en ſe ſervant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne ſçauroit trop admirer, puiſqu'il conduit par des routes ſûres, ſim-

ples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus generales & les plus composées, & dont il seroit tres-long & tres-difficile, pour ne pas dire impossible, de venir à bout par toute autre methode.

Soit décrit le demi-cercle *AMB*; si l'on suppose que son diametre *AB* se meuve sur le point *A*, tandis que l'extremité *B* parcourt la demi-circonference *BMA*, il est visible que l'autre extremité de ce diametre décrira dans ce mouvement une Courbe *AND* qui a pour axe la ligne $AD = AB$. L'on demande les proprietez de cette Courbe.



Soit le diametre *BA* dans une situation quelconque *MN*; l'on menera du point *M* l'ordonnée *MP*, & la corde *MB*; & du point *N* la ligne *NQ* perpendiculaire

ſur AD, ce qui formera les deux triangles AMB, ANQ qui ſeront ſemblables. Nommant donc $AB, 2r$; AP, x; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faiſant $AB\ (2r) . AM\ (\sqrt{2rx}) :: AN\ (2r - \sqrt{2rx}) . QN = \sqrt{2rx} - x$; puis $AB\ (2r) . BM\ (\sqrt{4rr - 2rx}) :: AN\ (2r - \sqrt{2rx}) . AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclure que la proprieté de cette Courbe eſt telle, que de même que la corde AN de la Courbe eſt la difference du diametre AB & de la corde AM du cercle, ainſi l'ordonnée QN de la Courbe eſt la difference de la corde AM & de la partie AP du diametre; & la partie AQ de ſon axe eſt la difference de la corde BM & de l'ordonnée MP. Ainſi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toûjours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z; l'équation ſera $z = \sqrt{2rx} - x$.

Ce Problême auroit été aſſez difficile à réſoudre, ſi on l'avoit propoſé en cette ſorte. Un demi cercle étant donné avec un triangle rectangle inſcrit dedans, & une de ſes ordonnées qui part du ſommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtez d'un triangle rectangle fait par ſon ordonnée, ſa corde & la partie de l'axe priſe entre ſon origine & l'ordonnée, ſoient toûjours les differences des lignes tirées dans le demi-cercle; ſçavoir, que l'hypothenuſe ſoit la difference du diametre & de la corde, la baſe la difference de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la difference de la corde & de la partie du diametre determinée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expreſſion de la ſoûtangente, en nommant AQ, v; $\frac{zdv}{dz}$. Mais $dv = \frac{-rdx}{\sqrt{4rr - 2rx}} - \frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$, & $dz = \frac{rdx - dx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}}$; ſubſtituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{zdv}{dz} =$

$$\frac{3rxx - 2rrx - xx\sqrt{2rx}}{r - \sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}.$$

Pour trouver la plus grande appliquée QN, ou la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la difference de l'équation $z = \sqrt{2rx} - x$, ce qui donnera $dz = \frac{rdx}{\sqrt{2rx}} - dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'est à dire que si l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mene PM, & que l'on pose le diametre dans la situation MN, le point N sera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au meme lorsque $AN = AM$: ce qui est évident par la generation de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN = 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2} - r$, & $AQ = r\sqrt{2} - r$; donc en ce cas AQ & QN sont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN sont égales à zéro; mais si $AP = 0$, $QN = 0$, & $AQ = 2r$. Tout cela est évident par la generation.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en plusieurs manieres; voici celle dont on se sert. L'on suppose que le diametre soit mis dans une autre situation mn infiniment proche de MN, & du point A décrivant les petits arcs Rm. VN, cela formera deux secteurs semblables: faisant donc AM ($\sqrt{2rx}$) AN ($2r - \sqrt{2rx}$) :: Rm $\left(\frac{rxdx}{\sqrt{2rxx}\sqrt{2rx-xx}}\right)$ $NV = \frac{rdx\sqrt{2rx} - rxdx}{\sqrt{2rxx}\sqrt{2rx-xx}}$. Mais $\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 + \overline{NV}^2 = \frac{rrdx^2}{2rx} + \frac{rrdx^2 \times 2rx - 2rrxdx^2 \times \sqrt{2rx} + rrxxdx^2}{2rx \times 2rx - xx}$ $= \frac{2rrdx^2 - rdx^2\sqrt{2rx}}{2rx - xx}$, donc $Nn = \frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}}$ qui est la differentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'integrale, je suppose $\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{yy}{2r}$, & $dx = \frac{ydy}{r}$; l'on aura donc $dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}} = \frac{ydy\sqrt{2r-y}}{\sqrt{r}}$, & $\sqrt{2rx - xx} = \frac{y\sqrt{4rr - yy}}{2r}$, donc $\frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{2dy\sqrt{r} \times \sqrt{2r-y}}{\sqrt{4rr - yy}}$, & divisant haut & bas par $\sqrt{2r - y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2dy\sqrt{r}}{\sqrt{2r+y}}$, donc l'integrale $= 4\sqrt{r} \times \sqrt{2r+y}$, & remet-

tant pour y sa valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr} + r\sqrt{2rx}$. Mais AP devenant AB, $x = 2r$, donc la Courbe entiere $= 8r - 4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera $AN(2r - \sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}NV(\frac{rdx}{2\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx}\,x\sqrt{2rx-xx}})$, ce qui donnera $\frac{rrdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rdx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx-xx}} + \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx-xx}}$ pour la differentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallelogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm, & le troisiéme est égal au petit segment MAm qui est la differentielle du cercle; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

REFLEXIONS SUR LES REGLES DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Meridienne de Paris, la hauteur de plusieurs montagnes sur la surface de la mer, & entr'autres celle du Puy de Dome, où M. Perier fit des observations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal. 1705. 24 Mars

Comme ces observations ont servi à M. Mariotte pour confirmer ses regles de la condensation de l'air, cela m'a donné occasion de comparer ses regles à nos observations.

M. Mariotte dans son Ouvrage intitulé *second Essay de la nature de l'air*, rapporte quelques experiences qu'il a

faites pour déterminer la condenſation de l'air, deſquelles il conclud (*pag. 27.*) *qu'on peut prendre pour une regle certaine ou loy de la nature, que l'air ſe condenſe à proportion des poids dont il eſt chargé.*

Sur ce principe il détermine dans la ſuite, d'une maniere tres-ingenieuſe, la hauteur de l'atmoſphere d'environ 15 lieuës de 2000 toiſes chacune.

Il ſuppoſe que le Mercure dans ſon état naturel au niveau de la mer, ſe tient dans un Barometre à la hauteur de 28 pouces, qui font équilibre avec toute la colomne de l'atmoſphere, & qu'alors une ligne de vif-argent ſoûtient 60 pieds d'air, & la 12e partie de la ligne 5 pieds.

Si l'on ſuppoſe que le Mercure ſoit tranſporté dans un lieu élevé, enſorte qu'il ne ſe tienne ſuſpendu qu'à la hauteur de 14 pouces, il ne ſoûtient plus que la moitié du poids de l'atmoſphere, & par conſequent l'air, qui ſelon M. Mariotte ſe condenſe à proportion des poids dont il eſt chargé, y doit être deux fois plus rarefié; & une ligne de vif-argent qui dans l'état naturel au bord de la mer ſoûtient 60 pieds d'air, ſoûtiendra dans cet endroit-là 120 pieds, & un douziéme de ligne 10 pieds.

On pourra, ajoûte M. Mariotte, *ſçavoir l'augmentation de chaque 12e de ligne par les regles dont on ſe ſert pour trouver les logarithmes; mais parceque la ſomme des progreſſions Geometriques ne differe guere de la ſomme qu'on trouveroit en prenant ces progreſſions ſelon la proportion Arithmetique, je fais icy le calcul ſuivant cette derniere proportion, & pour avoir la ſomme je prends 7 & demi moyen Arithmetique entre 5 & 10, que je multiplie par* 2016 douziémes de lignes, c'eſt à dire 14 pouces; *le produit* 15120 ou 2520 toiſes *ſera toute l'étenduë de l'air depuis le lieu de l'obſervation faite au bord de la mer juſqu'à la moitié de l'air en peſanteur*, c'eſt à dire jjuſqu'à l'endroit où le Mercure ſe tient ſuſpendu à la hauteur de 14 pouces.

M. Mariotte détermine enſuite par la même methode le reſte de la hauteur de l'atmoſphere; & *pour confirmer la bonté de ce calcul de la hauteur de l'air, il l'applique à deux*

célebres observations, dont l'une est rapportée dans le Livre de M. Pascal de l'Equilibre des liqueurs, & l'autre a été faite depuis quelques années par M. Cassini. Celle de M. Cassini est telle.

Il prit la hauteur d'une montagne de Provence qui est sur le bord de la mer, & il la trouva de 1070 *pieds. Le Mercure du Barometre dont il se servoit étoit à* 28 *pouces au plus bas lieu, & au sommet de la montagne il se trouva descendu de* 16 *lignes un tiers.*

M. Mariotte se sert dans l'examen de cette observation d'une progression Arithmetique, suivant laquelle supposant qu'au niveau de la mer 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de vif-argent, il trouve que la hauteur où le Mercure a dû diminuer de 16 lig. $\frac{1}{3}$ est de 1080 pieds, *ce qui approche de fort prés les* 1070 *pieds observez par M. Cassini.*

Comme les proportions Arithmetiques dont se sert M. Mariotte dans l'examen de l'observation de mon Pere & celle de M. Pascal, ne sont pas entierement conformes aux progressions Geometriques qui résultent de la regle de la condensation de l'air qu'il a établie, ce qui quoyque peu sensible dans les petites hauteurs, peut causer des differences plus considerables dans les plus grandes; j'ay crû devoir dresser une Table suivant les principes de M. Mariotte, où j'ai marqué la hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de diminution de hauteur du Mercure depuis le niveau de la mer. J'ay supposé dans cette Table, de même que M. Mariotte, que le Mercure se tient suspendu à 28 pouces au niveau de la mer, & qu'alors 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de Mercure.

L'on voit par cette Table que lorsque le Mercure a diminué de 16 lig. $\frac{1}{3}$, la hauteur de l'air qui convient à la derniere ligne est de 66 pieds 1 pouce 9 lignes, & que la hauteur du lieu où l'on a fait l'observation sur le niveau de la mer doit être de 176. toises 5 pouces & 7 lignes, c'est à dire de 1056 pieds 5 pouces 7 lignes, plus petite de 23 pieds

que celle que M. Mariotte a déterminé par sa Progression Arithmetique ; ce qui fait voir que la maniere dont il s'est servi pour examiner cette observation, differe considerablement des principes qu'il a établi. Cela paroîtra encore plus visiblement dans les observations que je rapporteray dans la suite, qui ont été faites à des hauteurs plus considerables.

Si au lieu de prendre 63 pieds pour la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, on la supposoit de 60 pieds, telle que M. Mariotte s'en sert pour déterminer la hauteur de l'atmosphere, l'on auroit pour 16 lignes $\frac{1}{3}$ de diminution de Mercure, la hauteur de l'air de 1005 pieds beaucoup plus petite qu'on ne l'a trouvée par la supposition précedente. Mais parcequ'il seroit facile d'accorder l'observation de mon Pere avec la regle de M. Mariotte en supposant la hauteur de l'air au niveau de la mer un peu plus grande que celle qu'il a établie, il est à propos d'examiner la seconde observation qui est rapportée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal, & qu'il tâche d'accorder avec ses principes.

Page 196. *La seconde observation*, dit-il, *a été faite en une haute montagne proche la ville de Clermont en Auvergne, dont voici les principales circonstances.*

Le Mercure du Barometre au plus bas lieu étoit à 26 pouces 3 lignes & demie. Ayant été porté à 27 toises de hauteur, il descendit à 26 pouces 1 ligne ; à 150 toises il descendit à 25 pouces, & enfin vers le dessus de la montagne 500 toises plus haut que le plus bas lieu de Clermont, le Mercure se mit à 23 pouces 2 lignes. La premiere observation fait connoître que le plus bas lieu de Clermont est beaucoup plus élevé que les Caves de l'Observatoire, & par consequent qu'une ligne de Mercure y doit valoir plus de 63 pieds : on le peut calculer en cette sorte.

La difference entre 26 pouces 3 lignes & demie & 28 pouces, est 20 lignes & demie, & selon le calcul cy-dessus la derniere division doit augmenter d'environ 7 pieds au-dessus de 63 ; car le produit de 63 par 21 divisé par 168 donne un peu plus de 7

pieds,

pieds, qui ajoûtés à 63 donnent 70 pieds. Suppoſant donc que la premiere ligne de Mercure valut alors 70 pieds d'air à compter depuis le plus bas lieu de Clermont, M. Mariotte trouve la hauteur du lieu de la derniere obſervation *de 2940 pieds d'air ou de 490 toiſes*

M. Mariotte ſe ſert dans l'examen de cette obſervation de deux progreſſions Arithmetiques. Par la premiere il trouve qu'à 20 lignes ½ de diminution de hauteur de Mercure, la hauteur de l'air qui répond à la derniere ligne du vif-argent eſt de 70 pieds, au lieu que ſuivant la Table elle ne doit être que de 67 pieds; de ſorte qu'entre la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, & celle qui réſulte de ſon calcul lorſque le Mercure eſt deſcendu de 20 lignes ½ il trouve par ſa progreſſion Arithmetique 7 pieds de difference, au lieu de 4 pieds qui réſultent de la progreſſion Geometrique; ce qui cauſe une erreur de prés du double.

Il ſe ſeroit apperçû aiſement de ces differences, ſi en ſuivant ſa regle il avoit fait comme 28 pouces, hauteur du Mercure au niveau de la mer, eſt à 26 p. 3 l. ½ hauteur du Mercure au plus bas lieu de Clermont: ainſi 63 pieds hauteur de l'air au niveau de la mer, eſt à 67 p. 1 p. hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au plus bas lieu de Clermont.

La ſeconde progreſſion qu'il fait enſuite l'éloigne encore plus de la veritable? mais afin de ne pas entrer dans un trop long détail, il ſuffira de comparer avec ce qui réſulte de cette progreſſion, ce qui eſt marqué dans la Table dreſſée ſur ſes principes. L'on y verra que la hauteur du Mercure étant diminuée à Clermont de 20 lignes ½, la hauteur de cette Ville ſur le niveau de la mer doit être de 222 t. 2 p. 1 l. ou 1334 pieds. Que le Mercure étant diminué de 37. l. ½ depuis Clermont juſqu'au haut du Puy de Dome, c'eſt à dire de 58 lignes en tout depuis le niveau de la mer, la hauteur de cette montagne doit être de 670 toiſes ſur le niveau de la mer, d'où retranchant 222 toiſes hauteur de Clermont ſur le même niveau, l'on a la hau-

teur du Puy de Dome ſur Clermont de 448 toiſes, au lieu que M. Mariotte l'avoit déterminé par ſon calcul de 490 toiſes, & M. Paſcal de 500 toiſes.

L'on verra dans la ſuite que la hauteur du Puy de Dome ſur Clermont eſt de plus de 500 toiſes, & differe par conſequent davantage des 448 toiſes qui réſultent des principes de M. Mariotte.

L'on peut à preſent examiner ſi les obſervations que M. de la Hire a faites depuis ſur le Mont Clairet en Provence, & celles que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne s'accordent avec les principes de M. Mariotte.

Celle de M. de la Hire eſt telle. Il obſerva ſur le Mont Clairet la hauteur du Mercure de 26 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, & trois heures après on fit au bord de la mer la même operation, & on la trouva de 28 p. 2 l. Donc la difference 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$ La hauteur de cette roche fut meſurée de 277 toiſes.

Suivant la Table calculée ſur les principes de M. Mariotte, la hauteur de l'air qui répond à 1 p. 9. l. $\frac{1}{2}$, eſt de 233 t. 3 p. plus petite de 23 toiſes & demi que celle que M. de la Hire a déterminée par ſes obſervations.

Une des plus exactes obſervations que nous ayons faites dans le voyage de la Meridienne, a été ſur la Tour de la Maſſane prés de Collioure. La diſtance de cette Tour au lieu d'où nous obſervâmes ſa hauteur, étoit determinée par les triangles de la ligne Meridienne. La hauteur du lieu où nous obſervions à Collioure au-deſſus du niveau de la mer avoit été meſurée tres-exactement par le moyen d'un cordeau, & l'angle de la hauteur, priſe avec un inſtrument exact étoit de plus de 7 degrez; de ſorte qu'une erreur d'une minute dans l'obſervation n'en auroit pas fait une d'une toiſe dans la détermination de cette hauteur.

Cette hauteur fut encore verifiée par une obſervation faite de la Tour de S. Elme, dont on connoiſſoit exactement la hauteur ſur le niveau de la mer. Par la premiere obſervation l'on a déterminé la hauteur de cette Tour ſur

le lieu où nous avions mis à Collioure le Barometre en experience de 397 toiſes, & ſur le niveau de la mer de 408 toiſes.

Le 12 Mars ayant obſervé à Collioure la hauteur du Barometre de 28 p. 0 l. nous le tranſportâmes au pied de la Tour de la Maſſane, & nous trouvâmes que le Mercure s'y tenoit ſuſpendu à 25 p. 5 l. La difference eſt de 2 pouces 7 lignes, qui répondent à 397 toiſes. En regardant dans la Table la hauteur de l'air qui répond à 2 pouces 7 lignes, on trouvera 342 toiſes au lieu de 397 qu'on a trouvé par l'obſervation. L'on voit par-là que les hauteurs qui réſultent des principes de M. Mariotte ne s'accordent pas avec les obſervations, & s'en éloignent davantage plus les diſtances ſont grandes; car l'on ne peut pas vrai-ſemblablement attribuer une difference de 55 toiſes qui ſe trouve entre ces hauteurs, à l'erreur qui auroit pû ſe gliſſer tant dans la meſure de la hauteur de cette montagne, que dans celle de la hauteur du Mercure; ces obſervations ayant été faites avec toute l'exactitude que l'on peut ſouhaiter.

Nous obſervâmes en trois differentes manieres prés du bord de la mer, la hauteur de Bugarach montagne du Languedoc, que nous déterminâmes de 648 toiſes.

La hauteur du vif-argent y fut trouvée le 15 Janvier à 2^h aprés midy de 23 p. 8 l. $\frac{1}{2}$. Elle étoit à Paris le 15 à 7^h du matin de 27 p. 3 l. $\frac{1}{4}$, & elle diminua pendant toute la journée d'une demie ligne, de ſorte qu'on peut la ſuppoſer de 27 p. 3 l. y ajoûtant 4 lignes qui conviennent à 40 toiſes hauteur de la Salle de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on aura la hauteur Mercure au niveau de la mer de 27 p. 7 l. plus grande que celle que l'on a trouvée à Bugarach de 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$

L'on trouve dans la Table que la hauteur de l'air qui répond à 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$, eſt de 527 toiſes, plus petite de 121 toiſes que celle que l'on a déterminée par l'obſervation de la hauteur de cette montagne, qui fut trouvée ne 648 toiſes. Si l'on avoit pû obſerver au bord de la mer la hauteur du Mercure en même temps que nous l'avons obſervé ſur

cette montagne, l'on n'auroit rien eu à desirer pour l'exactitude de cette observation : mais nous ne pûmes pas le faire étant apliquez à d'autres observations.

Les deux plus considerables observations que nous ayons faites aprés celles que je viens de raporter, furent celles de deux montagnes d'Auvergne prés du Mont-d'or, dont l'une est appellée la Coste, & l'autre la Courlande. Nous observâmes sur la premiere qui est élevée sur le niveau de la mer de 851 toises le 9 Octobre 1700 à 3^{h} aprés midy, la hauteur du Mercure de 23 p 4 l. Elle fut observée à Paris à 5^{h} du soir de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne.

Le 12 Octobre à midy nous observâmes sur la Courlande qui est élevée sur le niveau de la mer de 838 toises, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle étoit à Paris de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne, de même que nous l'avions trouvé le 9 du même mois sur la montagne de la Coste. Cette difference auroit dû être un peu plus petite, à cause que la hauteur de la Courlande est moins considerable que celle de la Coste; mais l'on ne peut pas esperer d'arriver à une plus grande précision, étant impossible qu'il n'y ait quelque erreur tant dans les observations des hauteurs prises avec les instrumens, que dans celles du Barometre observées en deux lieux differens. Ajoutant 4 lignes qui conviennent à la hauteur de la Salle de l'Observatoire, à 4 pouces 6 lignes difference entre les hauteurs du Mercure observées en même temps à l'Observatoire & sur ces montagnes, l'on aura 4 pouces 10 lignes pour la difference entre le niveau de la mer & la hauteur de ces montagnes, que l'on peut supposer de 844 toises, en prenant un milieu entre les deux observations.

Suivant la Table l'on a pour 4 pouces 10 lignes 669 toises de hauteur, au lieu de 844 toises que l'on a déterminé par les observations, ce qui donne une difference de 175 toises, qui est trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelque erreur dans les observations : car quoyque cette

montagne ſoit éloignée de la mer, l'on ne laiſſe pas de ſçavoir ſa hauteur avec aſſez d'exactitude ſans beaucoup d'operations, puiſque d'une montagne du Roüergue l'on découvroit d'un côté les Pirenées, & de l'autre les montagnes du Cantal qui ſont dans l'Auvergne, & que ces obſervations ſe trouvent verifiées par pluſieurs autres qui concourent à déterminer la même hauteur à peu de difference prés.

L'on peut preſentement examiner ce qui réſulte de l'obſervation du Mercure faite ſur le Puy de Dome, dont nous avons déterminé la hauteur ſur le niveau de la mer de 810 toiſes.

Il auroit été à ſouhaiter que pendant que M. Perier fit l'obſervation du Mercure ſur le haut de cette montagne & à Clermont, elle eût été faite en même tems à Paris, dont l'on ſçait la hauteur ſur le niveau de la mer. Voici pourtant comme on peut y ſuppléer par quelques obſervations de la plus grande & de la plus petite hauteur du vif-argent qui ont été faites à Paris & à Clermont, & qui ſont raportées dans une Lettre de M, Perier inſerée dans la Traité de l'Equilibre des liqueurs.

A Clermont le plus haut	26 pou. 11 lig. $\frac{1}{2}$ le 14 Fevrier 1651.
A Paris le plus hant	28 pou. 7 lig. le 3 & le 5 Nov. 1649.
	1 pouce 7 lignes $\frac{1}{2}$ Difference.
A Clermont le plus bas	25 pouc. 8 lig. le 5. Octob. 649.
A Paris le plus bas	27 pouc. 3 lig. $\frac{1}{2}$ le 4 Octob. 1649.
	1 pouce 7 lignes $\frac{1}{2}$ Difference.

La difference qui ſe trouve entre le plus haut état du Barometre à Paris & à Clermont eſt de 1 p. 7 l. $\frac{1}{2}$, la même qui ſe trouve entre l'obſervation faite entre ces deux Villes lorſque le Barometre étoit dans ſon plus bas état ; ce qui fait conjecturer qu'il y avoit alors de part & d'autre à peu prés la même conſtitution de l'air. Si l'on ſuppoſe que cette difference ſoit celle qui convient à la difference entre la hauteur de Clermont & de Paris, & que le lieu où l'on a fait l'obſervation à Paris ſoit élevé ſur le niveau de

la mer de 25 toises, ausquelles répondent 2 lignes & demie de hauteur de vif-argent, l'on aura 1 pouce 10 lignes de Mercure pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer.

Suivant la Table l'on a pour 1 pouce 10 lignes 239 toises hauteur de Clermont sur le niveau de la mer, qui étant retranchez de 810 toises hauteur du Puy de Dome sur le niveau de la mer: reste 571 toises pour la hauteur du Puy de Dome sur Clermont, au lieu de 500 toises que la supposoit M. Perier, de 490 que M. Mariotte avoit conclu par son calcul, & de 448 qui résultent de ses principes.

Toutes les observations que je viens de rapporter concourent à donner, à mesure qu'on s'éloigne de la terre, une dilatation de l'air plus grande que celle qui résulte des principes de M. Mariotte. Il semble même dans les deux observations que M. Mariotte avoit comparé avec ses regles qu'il ait senti cette difficulté, & que c'est ce qui l'a obligé de les abandonner en partie pour emploïer une progression Arithmetique qu'il suppose neanmoins ne pas differer sensiblement de la Geometrique, quoiqu'elle s'en éloigne fort, comme je l'ay fait voir dans l'examen de ces observations.

La hauteur de l'air qui résulte des regles de M. Mariotte s'écartant si fort des observations que je viens de rapporter, il ne faut pas s'étonner si elle ne s'accorde pas avec celle que M. Maraldi a établie, qui est fondée sur l'experience, & qui represente assez bien toutes nos observations. On pourra aisément les comparer ensemble, ayant mis dans la Table vis-à-vis des hauteurs de l'air qui résultent de la regle de M. Mariotte, celles qui sont conformes à nos observations. L'on y verra qu'à 5 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure y doit être de 20 toises, deux fois plus rarefié qu'au niveau de la mer, au lieu de 12 toises 4 pouces 8 lignes qui résultent des regles de M. Mariotte, &c.

L'on aura aussi de la peine à concilier les consequences qui suivent de ses experiences & de ses raisonemens.

1°. Que si on mettoit de l'eau tiede à $\frac{1}{4}$ de lieuë de hauteur, elle boüilliroit; puisque si on en met dans la machine du vuide, elle bout tres-fort dés qu'on a diminué de moitié l'air qui est sous le recipient. 2°. Que s'il y avoit une montagne d'une lieuë & demie, les hommes & les oiseaux n'y pourroient vivre; parceque leur sang n'étant plus pressé que par la moitié du poids de l'air & encore moins, & étant plus chaud que de l'eau tiede, il en sortiroit quantité de bulles d'air qui empêcheroient sa circulation, & troubleroit l'œconomie naturelle du cœur & des autres parties du corps. Suivant nos observations la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent à la hauteur de 844 toises, est de 19 toises 3 pieds un peu moins du double de la hauteur qui convient à une ligne au niveau de la mer, & cependant nous n'y avons senti aucune incommodité causée par la rarefaction de l'air. Si l'on suppose que la dilatation de l'air suive pendant quelque tems la regle que l'on a établie par l'experience, l'on aura sur le Canigou qui est élevé de 1450 toises ou $\frac{1}{4}$ de lieuë sur le niveau de la mer, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure de 24 toises; mais quand même on ne la supposeroit que d'un peu plus de 20 toises, cela suffiroit pour faire tous les effets que M. Mariotte dit devoir arriver. Cependant quoiqu'il y ait plusieurs personnes qui aïent été sur cette montagne, & que même on y ait élevé en 1700 par ordre du Roy une pyramide sur le sommet pour servir à nos observations, nous n'avons pas entendu dire qu'il leur soit arrivé aucun accident.



TABLE DE LA HAUTEUR DE L'AIR
qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abbaissement du vif argent		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant M. Mariotte				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte				Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif-argent	
pouc.	lign.	toif.	pieds,	pouc.	lign.	tois.	Pieds,	pouc.	lig	toises,	pieds.	toises,	pieds.	pouc.	lign.
0	0	10	3	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	28	0
	1	10	3	2	3	10	3	2	3	10	1	10	1		11
	2	10	3	4	6	21	0	6	9	10	2	20	3		10
	3	10	3	6	10	31	4	1	7	10	3	31	0		9
	4	10	3	9	1	42	1	10	8	1	4	41	4		8
	5	10	3	11	4	52	5	10	0	10	5	52	3		7
	6	10	4	1	9	63	3	11	9	11	0	63	3		6
	7	10	4	4	1	74	2	3	10	11	1	74	4		5
	8	10	4	6	5	85	0	10	3	11	2	86	0		4
	9	10	4	8	10	95	5	7	1	11	3	97	3		3
	10	10	4	11	2	106	4	6	3	11	4	109	1		2
	11	10	5	1	7	117	3	7	10	11	5	121	0		1
1	0	10	5	4	0	128	2	11	10	12	0	133	0	27	0
	1	10	5	6	5	139	2	6	3	12	1	145	1		11
	2	10	5	8	10	150	2	3	1	12	2	157	3		10
	3	10	5	11	4	161	2	2	5	12	3	170	0		9
	4	11	0	1	9	172	2	4	2	12	4	182	4		8
	5	11	0	4	3	183	2	8	5	12	5	195	3		7
	6	11	0	6	9	194	3	3	2	13	0	208	3		6
	7	11	0	9	3	205	4	0	5	13	1	221	4		5
	8	11	0	11	10	216	5	0	3	13	2	235	0		4
	9	11	1	2	4	228	0	2	7	13	3	248	3		3
	10	11	1	4	11	239	1	7	6	13	4	262	1		2
	11	11	1	7	7	250	3	3	1	13	5	276	0		1
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3	14	0	290	0	26	0
	1	11	2	0	9	273	1	2	0	14	1	304	1		11
	2	11	2	3	4	284	3	5	4	14	2	318	3		10
	3	11	2	6	0	295	5	11	4	14	3	333	0		9
	4	11	2	8	8	307	2	8	0	14	4	347	4		8
	5	11	2	11	4	318	5	7	4	14	5	362	3		7
	6	11	3	2	1	330	2	9	5	15	0	377	3		6
	7	11	3	4	10	342	0	2	3	15	1	392	4		5
	8	11	3	7	7	353	3	9	10	15	2	408	0		4
	9	11	3	10	4	365	1	8	2	15	3	423	3		3
	10	11	4	1	1	386	5	9	3	15	4	439	1		2
	11	11	4	3	11	388	4	1	2	15	5	455	0		1
3	0	11	4	6	9	400	2	7	11	16	0	471	0	25	0

TABLE DE LA HAUTEUR DE L'AIR
qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abbaissement du vif argent	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant M. Mariotte	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant nos observat.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.	Hauteur du vif argent
pouc. lign.	tois. pieds, pouc. lign.	tois. Pieds, pouc. lig.	toises, pieds.	toises, pieds.	pouc. lign.
3 0	11 4 6 9	400 2 7 11	16 0	471 0	25 0
1	11 4 9 6	412 1 5 5	16 1	487 1	11
2	11 5 0 4	424 0 5 9	16 2	503 3	10
3	11 5 3 3	435 5 9 0	16 3	520 0	9
4	11 5 6 2	447 5 3 2	16 4	536 4	8
5	11 5 9 1	459 5 0 3	16 5	553 3	7
6	12 0 0 0	471 5 0 3	17 0	570 3	6
7	12 0 2 11	483 5 3 2	17 1	587 4	5
8	12 0 5 11	495 5 9 1	17 2	605 0	4
9	12 0 8 11	508 0 6 0	17 3	622 3	3
10	12 0 11 11	520 1 5 11	17 4	640 1	2
11	12 1 2 11	532 2 8 10	17 5	658 0	1
4 0	12 1 6 0	544 4 2 10	18 0	676 0	24 0
1	12 1 9 1	556 5 11 11	18 1	694 1	11
2	12 2 0 2	569 2 0 1	18 2	712 3	10
3	12 2 3 3	581 4 3 4	18 3	731 0	9
4	12 2 6 5	594 0 9 9	18 4	749 4	8
5	12 2 9 7	606 3 7 4	18 5	768 3	7
6	12 3 0 9	619 0 8 1	19 0	787 3	6
7	12 3 3 11	631 4 0 0	19 1	806 4	5
8	12 3 7 2	644 1 7 2	19 2	826 0	4
9	12 3 10 5	656 5 5 7	19 3	845 3	3
10	12 4 1 9	669 3 7 4	19 4	865 1	2
11	12 4 5 0	682 2 0 4	19 5	885 0	1
5 0	12 4 8 4	695 0 8 8	20 0	905 0	23 0
1	12 4 11 8	707 5 8 4	20 1	925 1	11
2	12 5 3 0	720 4 11 4	20 2	945 3	10
3	12 5 6 5	733 4 5 9	20 3	966 0	9
4	12 5 9 10	746 4 3 7	20 4	986 4	8
5	13 0 1 4	759 4 4 11	20 5	1007 3	7
6	13 0 4 9	772 4 9 8	21 0	1028 3	6
7	13 0 8 3	785 5 5 11	21 1	1049 4	5
8	13 0 11 10	799 0 5 9	21 2	1071 0	4
9	13 1 3 4	812 1 9 5	21 3	1092 3	3
10	13 1 6 11	825 3 4 0	21 4	1114 1	2
11	13 1 10 6	838 5 2 6	21 5	1136 0	1
6 0	13 2 2 2	852 1 4 8	22 0	1158 0	22 0

Abbaissement du vif argent		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.				Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif-argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif-argent.	
pouc.	*lign.*	*toif.*	*pieds,*	*pouc.*	*lig*	*toifes,*	*pieds*	*pouc*	*lig.*	*toifes,*	*pieds.*	*toifes,*	*pieds*	*pouc.*	*lign.*
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8	22	0	1158	0	22	0
	1	13	2	5	10	865	3	10	9	22	1	1180	1		11
	2	13	2	9	6	879	0	8	0	22	2	1202	3		10
	3	13	3	1	3	892	3	9	3	22	3	1225	0		9
	4	13	3	5	2	906	1	2	5	22	4	1247	4		8
	5	13	3	8	9	919	4	11	2	22	5	1270	3		7
	6	13	4	0	7	933	2	11	0	23	0	1293	3		6
	7	13	4	4	5	947	1	4	2	23	1	1316	4		5
	8	13	4	8	3	961	0	0	5	23	2	1340	0		4
	9	13	5	0	1	974	5	0	6	23	3	1363	3		3
	10	13	5	4	0	988	4	4	6	23	4	1387	1		2
	11	13	5	8	0	1002	4	0	6	23	5	1411	0		1
7	0	14	0	0	0	1016	4	0	6	24	0	1435	0	21	0
	1	14	0	4	0	[illegible]	4	4	6	24	1	1459	[illegible]		
	2	14	0	8	0	1044	5	0	6	24	2	1483	3		



QUE LES EXPERIENCES SUR lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs.

PAR M. AMONTONS.

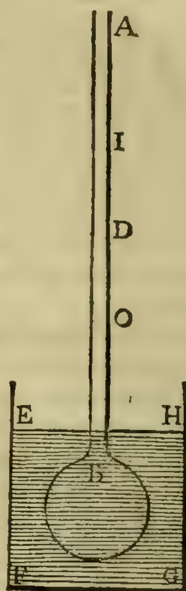
QUoiqu'il semble que les raisonnemens que nous fondons sur l'experience, doivent toujours être les plus assûrez & les plus justes; toutefois il n'arrive que trop souvent que les differentes manieres dont nous envisageons les choses, jettent nos raisonnemens dans l'erreur, & que manque de nous tenir soigneusement sur nos gardes, nos conclusions sont fausses sur des faits qui nous paroissent très-certains, parce que nous les croïons appuïez sur l'experience. 1705. 18 Mars.

Dans l'Assemblée du 12 Novembre dernier, je fis voir qu'une bouteille de verre qui se terminoit en un col ou tube fort étroit, étant pleine d'eau jusqu'environ la moitié du tube; je fis voir, dis-je, que la chaleur des mains appliquées contre la bouteille faisoit baisser la liqueur du tube avant que de la faire monter.

M. Geoffroy dans l'Assemblée du 12 May 1700 rapporta un fait semblable. J'ai mis, dit-il, de l'eau froide dans un « grand bassin j'ai plongé au milieu de l'eau une cucurbite « de verre pleine d'eau également froide, & j'ai mis dans « la cucurbite un Thermometre très-sensible. Après avoir « jetté quatre ou cinq pellées de braise allumée dans l'eau « du bassin, la liqueur du Thermometre est descenduë dans « l'instant de deux à trois lignes, & après quelques momens « est remontée, &c.

Dans mon petit Traité de remarques & d'experiences Physiques imprimé en 1694, page 53, en parlant de deux Thermometres, dont l'un étoit plein d'eau seconde ou de départ, & l'autre d'esprit de vin ; je dis qu'ayant appliqué la main sur celui à eau seconde, je la vis d'abord baisser dans le tube de plus d'une ligne, après quoi elle remonta considerablement pendant que le Thermometre à esprit de vin, que je tenois de l'autre main, se dilata, sans qu'on remarquât d'abaissement dans la liqueur.

Avant tout cela Borelli & Isaac Vossius, le premier dans son Traité de la Percussion Prop. 105, l'autre dans son Traité du Mouvement des vents & de la mer, Chap. 11. rapportent l'un & l'autre de semblables experiences : *Fiat*, dit Borelli, *phiala vitrea* ABC, *ejusque fistula tenuissima* AB, *impleaturque aquâ vel quolibet alio fluido usque ad terminum* D : *si postea eadem phiala immergatur intra vas* EFGH *aquâ calidâ plenum, subitò aqua deprimitur à signo* D *usque ad* O ; *& è contra si immergatur intra aquam glacialem, subitò aqua sublevatur usque ad signum* I.



Pour ce qui est d'Isaac Vossius, voici comme le Châtelain de Crecy dans sa Traduction rapporte cette experience :
„ Si l'on prend, dit-il, une bouteille de
„ verre qui ait le ventre large & l'embou-
„ chure étroite & soit pleine d'eau froi-
„ de, & qu'on la plonge dans l'eau chau-
„ de ou tiede simplement ; après le pre-
„ mier resserrement qui n'est que d'un
„ moment, & qui au soudain attouchement fait tant soit
„ peu baisser l'eau froide, l'eau incontinent se haussera.
„ Mais si vous chauffez tant soit pen l'eau qui est dans la
„ phiole de verre, & que vous la plongiez dans de l'eau
„ froide ; vous verrez tout le contraire.

Or quoique chacune de ces experiences ait quelque chose de particulier qui marque qu'elles ont été faites séparément ; elles conviennent toutes en un point, qui eſt que la liqueur baiſſe d'abord, avant que de ſe dilater à l'approche de la chaleur : ce qui ne ſçauroit être à moins que la capacité de la boule ou bouteille de verre n'augmente, ou bien que la liqueur qu'elles contiennent ne ſe condenſe veritablement, ou enfin que l'un & l'autre ne ſe faſſe ; ce qui a donné lieu à deux opinions differentes. Voſſius & M. Geoffroy tiennent pour la condenſation de la liqueur : Borelli au contraire pour la dilatation du verre ; & c'eſt auſſi mon ſentiment : mais la verité étant unique, il faut neceſſairement que l'une des deux opinions ſoit fauſſe, à moins qu'on ne les prouve toutes deux veritables. Cependant il peut fort bien être que ce qu'on prend pour un paradoxe ne ſoit au fonds qu'un pur paralogiſme, & il n'eſt pas aiſé de concevoir comment la chaleur pourroit comprimer une liqueur qui réſiſte à la compreſſion autant que fait l'eau commune. Tout ce qu'on pourroit dire de plus vrai-ſemblable là-deſſus, ſeroit que les parties ignées qui ſont répanduës dans tous les corps, tant ſolides que fluides, tendent à ſe réünir aux endroits où elles ſe trouvent en plus grande quantité ; ce qui leur feroit abandonner pour un tems les endroits où elles ſeroient en plus petit nombre : Mais outre qu'on ne voit pas clairement la cauſe de cette réünion, il faudroit du moins que ce raiſonnement fut appuié de l'experience ; ce qui n'eſt pas, comme on le verra dans la ſuite de ce diſcours.

Au reſte, comme il eſt de la derniere importance, ſi nous voulons étendre nos connoiſſances, de n'admettre aucun faux principe ; & que nous ne penchons naturellement que trop du côté de ce qui nous paroît ſurprenant ; il eſt bon d'examiner ſoigneuſement de ces deux opinions quelle peut être la veritable, d'autant plus que tout le monde ne pouvant pas par ſoi-même conſulter l'experience, on croit celles qui vrai-ſemblablement doivent être les moins ſuſpectes. Pour le faire d'une maniere qui

pût ne laiſſer aucun doute, voici comme j'ai raiſonné.

S'il eſt vrai que la condenſation de la liqueur, à l'approche de la chaleur, ne ſoit pas ſimplement apparente, mais qu'elle ſoit veritable ; il ſuit que l'effet en doit être plus ſenſible, plus la liqueur dont on ſe ſervira ſera ſuſceptible de condenſation : Et ſi c'eſt au contraire la boule qui augmente ſa capacité ; l'effet doit être au contraire moins ſenſible avec une liqueur qui ſe condenſe aiſément, parce qu'elle ne peut avoir cette qualité ſans avoir en même tems ſon oppoſée, ſçavoir la rarefaction, & que celle-ci doit effacer l'effet de l'augmentation de la capacité de la boule plus promptement que celle qui ſe rarefieroit plus difficilement ; & c'eſt ce qui arrive en effet. Car dans l'experience rapportée ci-deſſus des deux Thermometres, l'un plein d'eau ſeconde, l'autre plein d'eſprit de vin, il eſt certain qu'ayant échauffé avec mes mains le plus également qu'il me fût poſſible l'un & l'autre, je n'apperçûs dans l'eſprit de vin aucune condenſation apparente avant ſa dilatation, comme il arriva à l'eau ſeconde qui baiſſa de plus d'une ligne avant que de ſe rarefier, quoique la boule pleine d'eſprit de vin fût 12 fois moins capable que la boule pleine d'eau ſeconde. Or s'il étoit vrai que la liqueur ſe condenſât d'abord à l'approche de la chaleur, cette petite maſſe auroit dû être plutôt penetrée de l'impreſſion que ſi elle eût été plus groſſe : car nonobſtant ſa petiteſſe, ſa dilatation fut plus de ſix fois plus grande que celle de l'eau ſeconde ; de ſorte qu'il n'y avoit aucune raiſon qui pût empêcher que l'eſprit de vin qu'elle renfermoit, ne ſe condenſât plus conſiderablement que l'eau ſeconde, ſi la condenſation avoit veritablement eu lieu. D'où il faut neceſſairement conclure que ce n'eſt que la dilatation du verre, qui en augmentant la capacité des boules, produit cette apparence de condenſation dans la liqueur ; & qu'on ne doit pas inferer, comme a fait Iſaac Voſſius, que la chaleur condenſe d'abord les liqueurs avant que de les dilater : on ne doit pas non plus dire que ces liqueurs ſoient plus froides dans ce moment, puiſqu'il

n'y a rien qui nous porte à le croire, & qu'un pareil raisonnement jette dans de faux principes, dont les suites sont toûjours préjudiciables au progrez qu'on se propose de faire dans les Sciences.

Quoique cette experience pût suffire seule à faire voir que celles qui ont été rapportées ci-dessus ne prouvent point la condensation ni le refroidissement des liqueurs à l'approche de la chaleur, je m'en suis encore assuré par cette autre. Je fis descendre le tube de verre *AB* qui passe à travers le bouchon de liege *C* qui bouche la bouteille *DE*, d'un peu moins de 3 pouces de diametre & d'environ 4 pouces de haut je fis descendre, dis-je, le tube de verre *AB* jusques proche le fonds de la bouteille, ensorte que le bas de ce tube trempoit dans un peu d'eau restée au fonds de cette bouteille, le reste de la capacité de la bouteille ne contenant que de l'air qui soûtenoit dans le tube *AB* l'eau en *F* deux ou trois pouces au dessus du bouchon *C*.



Tout le monde sçait que l'air reçoit très-promptement l'impression du froid & du chaud, & que nous n'avons aucuns Thermometres plus sensibles que ceux qui sont faits de cette maniere. Cependant ayant appliqué les deux mains contre cette bouteille, l'eau du tube n'a pas baissé de plus de deux à trois lignes ; & même ayant réïteré plusieurs autres fois cette experience, elle n'a pas baissé du tout, & est ensuite remontée très-promptement jusqu'au haut du tube ; au lieu que lorsque cette bouteille est entierement pleine d'eau, la descente de l'eau dans le tube *AB* est de plus de six lignes par la seule chaleur de la main. J'aurois bien réïteré encore ces experiences par des degrés de chaleur plus considerables que ceux de la main : mais cela m'a paru inutile ; celles-ci, selon moi, prouvant suffisam-

ment ce dont il eſt queſtion. Ce n'eſt pas que, ſi la Compagnie le juge à propos, je ne les pouſſe auſſi loin qu'elle témoignera le ſouhaiter.

Avant de finir, il eſt bon de remarquer que par ces mots de Borelli : *Impleaturque aqua vel quolibet alio fluido*, on voit clairement que quoiqu'il n'ait pas pris le change, & qu'il ait veritablement attribué la deſcente de l'air à la dilatation de la boule, il n'a pas néanmoins fait attention à la differente ſenſibilité des liqueurs; quoique cette difference de ſenſibilité des liqueurs prouve ſeule cette dilatation du verre, & que ſon experience, à le bien prendre, ne prouve rien, puiſqu'on pourroit fort bien ſuppoſer que la chaleur pourroit produire cette condenſation dans la liqueur, ſi nous n'avions des experiences qui prouvent le contraire.

OBSERVATIONS
DE LA
DECLINAISON DE L'AIMAN

Faites dans un voyage de France aux Indes Orientales, & dans le retour des Indes en France pendant les années 1703. & 1704.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 28 Mars. MOnſeigneur Gualtieri Nonce ordinaire du Pape, nous a communiqué depuis peu deux Cartes, qui lui ont été données par M. le Chevalier de Fontenay, qui commandoit les Vaiſſeaux *le Maurepas* & *le Pondichery*, qui ont mené le Legat du Pape aux Indes. L'on a marqué dans chacune de ces Cartes la route qu'ils ont faite jour par jour depuis le Port-Loüis, dont ils ſont partis le 23. Avril 1703, juſqu'à Malacca; & depuis Malacca juſqu'au

Po

Port-Loüis, où ils arriverent au mois d'Aouſt de l'année 1704. Sur l'une de ces Cartes l'on a marqué la variation de l'aiman obſervée non-ſeulement dans le voyage de France aux Indes, mais même dans le retour; & il y en a un nombre beaucoup plus conſiderable que celui que M. de May avoit marqué ſur ſa Carte, dont nous avons déja fait le rapport à l'Academie.

Parmi ces obſervations il y en a pluſieurs qui ont été faites les mêmes jours que celles de M. de May. Il y en a auſſi quelques-unes dans la Carte de M. de May qui ne ſont pas marquées ſur la nouvelle Carte; de ſorte qu'il paroît qu'elles ont été faites par differens Obſervateurs, & peut-être même ſur deux Vaiſſeaux differens, celles qui ont été faites les mêmes jours ne s'accordant pas toutes préciſément, & y ayant dans quelques-unes quelque difference qui ne monte pas cependant à plus d'un demi-degré. La correſpondance que nous avons déja trouvée entre les variations obſervées par M. de May, & celles qui étoient marquées dans la Carte de M. Halley, nous a porté à examiner celles que nous avons reçu depuis, & nous avons placé ſur la Carte de M. Halley toutes les obſervations qui ſont marquées ſur ces nouvelles routes, qui ſont au nombre de 94.

Pour les placer avec le plus d'exactitude qu'il nous a été poſſible, l'on a eu égard à la longitude qui eſt marquée dans ces Cartes differentes. Dans la Carte de M. le Chevalier de Fontenay le premier meridien paſſe par le Cap-Verd: la longitude du Cap de bonne Eſperance y eſt marquée de 38^d: celle de l'Iſle de Bourbon ou de Maſcaregne où ils ont pris terre en allant & revenant de 76^d, de Pondichery de $102^d\ 30'$, & de Malacca de 122^d.

Dans la Carte de M. Halley, qui prend pour termes des longitudes le meridien de Londres, la difference entre la longitude du Cap Verd & celle du Cap de bonne Eſperance y eſt marquée de $33^d\frac{1}{2}$, plus petite de $4^d\frac{1}{2}$ que dans la nouvelle Carte: celle qui eſt entre le Cap de bonne Eſperance & l'Iſle de Bourbon de 38^d: entre l'Iſle de Bour-

bon & Pondichery de $25^d 40'$, & entre Pondichery & Malacca de 23^d.

La difference entre la longitude du Cap-Verd & du Cap de bonne Esperance n'étant pas la même dans ces deux Cartes, l'on a fait la réduction necessaire pour placer sur la Carte de M. Halley les lieux où la déclinaison a été observée dans la nouvelle Carte, qui sont compris entre les meridiens de ces deux Caps. Pour les autres differences qui sont à peu près les mêmes, il n'a pas été besoin d'y faire de réductions considerables.

L'on voit par la comparaison de ces observations qu'il y en a plusieurs qui donnent la déclinaison de l'aiman précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations, & que la plus grande partie ne s'en éloigne pas de plus d'un degré. Il y en a quelques-unes qui different plus considerablement, principalement celles qui ont été observées dans le retour, depuis $106^d 50'$ de longitude & 5^d de latitude meridionale, jusqu'à $81^d 30'$ de longitude & $20^d 30'$ de latitude meridionale. Ces observations s'éloignent de celles qui sont marquées dans la Carte de variations depuis 3 jusqu'à 8 degrez, & ne s'accordent pas même à celles qui ont été faites dans le voyage de France aux Indes, qui sont un peu plus meridionales. Ainsi l'on peut conjecturer qu'il y a eu quelque cause particuliere qui a produit ces differences.

J'ai marqué dans le Memoire précedent, que si on trouvoit dans l'examen des observations de la variation de l'aiman faites dans plusieurs autres routes, une conformité pareille à celle que l'on avoit trouvée dans celle que j'ai rapportée, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur, où les lignes qui marquent les variations coupent les paralleles plus perpendiculairement. Cela se trouve confirmé par quelques observations que le P. Noël nous a communiquées depuis peu de jours. Voici ce qu'il rapporte.

„ L'année 1684 en navigeant dans les Indes, je me suis

apperçu par plusieurs itineraires des Pilotes, & par les en- «
tretiens que j'ai eu avec eux, que la variation de l'éguille «
a de certains termes & des regles fixes du moins à l'égard «
de certains lieux de la terre ; de sorte que lorsqu'elle est «
arrivée à certains degrez Nord-Est ou Nord-Oüest, elle «
retourne vers le Septentrion, & ne parcourt jamais tout «
le cercle ; de sorte qu'autrefois elle étoit Nord-Est en «
quelques lieux où elle est à présent Nord-Oüest. La dif- «
ference annuelle de cette variation par la comparaison «
des itineraires de plusieurs années, a été trouvée de $0^d\ 9'$ «
$30''$. Quand je retournai de la Chine l'an 1702. au Cap de «
bonne Esperance, l'éguille déclinoit de $12^d\ 30'$ du Nord «
vers l'Oüest. A cent lieuës de ce Cap vers les Indes, elle «
étoit de 15^d. A la pointe de l'Isle de Madagascar elle étoit «
de 27^d beaucoup plus grande que quand j'y passai la pre- «
miere fois en allant aux Indes. Elle garde cette regle assez «
certainement depuis le Port de Lisbone jusqu'aux Indes ; «
de sorte que les Pilotes, par l'inspection de la variation de «
l'éguille, sçavent certainement à quelle longitude de la «
terre & à quel lieu ils sont. Présentement elle est fixe dans «
le milieu du trajet entre le Bresil & l'Afrique ; c'est-à-dire, «
elle ne décline ni à l'Orient ni à l'Occident. Il faut remar- «
quer que l'éguille perd quelquefois sa vertu par la suite du «
temps, & par la mauvaise temperature de l'air. «

EXPERIENCES

Sur les dissolutions & sur les fermentations froides de Monsieur Geoffroy, réïterées dans les Caves de l'Observatoire.

PAR M. AMONTONS.

APRE'S que M. Geoffroy eut donné ses experiences sur les dissolutions & sur les fermentations froides, j'eus la curiosité d'assigner leur place sur la graduation de 1705. 4. Avril.

mon Thermometre, & d'y marquer les degrez de chaleur de ces experiences. Mais M. Geoffroy n'ayant déterminé que fort generalement & le Thermometre dont il s'eſt ſervi, & la temperature du lieu où il a fait ſes experiences, je le priai de vouloir bien que nous en rëiteraſſions enſemble les plus conſiderables avec mes Thermometres dans les Caves de l'Obſervatoire, dont la temperature toûjours égale ſembloit mieux convenir pour ces experiences qu'aucun autre lieu.

Après avoir pris jour, je fis porter dès la veille dans ces Caves toutes les liqueurs & tous les Thermometres neceſſaires, entre leſquels il y en avoit deux fort ſenſibles à air & à eau ſeconde : j'y joignis un Barometre double pour m'aſſurer ſi le changement du poids de l'atmoſphere ne cauſeroit point d'erreur dans ces Thermometres qui ſont ouverts par le haut de leur tube. De ces deux Thermometres à air, l'un étoit deſtiné à reſter toûjours proche le Barometre en un lieu écarté, où l'on auroit ſoin à chaque fois qu'on ſe ſeroit ſervi de l'autre, de rapporter celui-ci auprès du premier pour le laiſſer revenir à la temperature des Caves, & pour s'aſſurer en même tems par l'obſervation du Barometre s'il n'y ſeroit point arrivé de changement de la part du poids de l'atmoſphere : Ces précautions priſes, nous fîmes le lendemain, M. Geoffroy & moi, les Experiences ſuivantes.

PREMIERE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroi dans ſes experiences particulieres avoit jetté quatre onces de ſel ammoniac, & où il dit que ſon Thermometre avoit baiſſé de trente-trois lignes, celui à air baiſſa de huit pouces, qui par reduction valent dix-ſept lignes de la graduation de mon Thermometre. Ce qui marqueroit, ſi l'on pouvoit compter conſtamment ſur l'effet des experiences, que le Thermometre dont M. Geoffroy s'eſt ſervi ſeroit d'une ſenſibilité preſque double du mien, à quoi cependant il y a aſſez d'apparence, puiſque M. Geoffroy rapporte que

ſon Thermometre eſt un Thermometre ordinaire de 18 pouces de long, & que l'étenduë du mien, de nos plus grands froids à nos plus grandes chaleurs eſt de huit à neuf pouces.

Nous répetâmes la même experience, excepté qu'on ne jetta que demi-once de ſel ammoniac dans demi-ſeptier d'eau, & qu'on ſe ſervit d'un de mes Thermometres que je nomme à eſprit de vin, qui ne ſont cependant la plûpart qu'à eau-de-vie, lequel ne baiſſa que de dix lignes; c'eſt-à-dire, 7 lignes moins que celui à air; dequoi nous pouvons donner deux raiſons: la premiere, que l'eau-de-vie recevant l'impreſſion plus lentement que l'air, l'effet du refroidiſſement eſt paſſé avant que toute l'eau-de-vie en ait reçu l'impreſſion entiere: la ſeconde, que la doſe du ſel ammoniac, comparée à celle de l'eau étoit de moitié moindre.

SECONDE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de ſalpetre & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quinze lignes celui à air baiſſa de cinq pouces quatre lignes, qui par réduction valent environ douze lignes de mon Thermometre.

La même experience ayant été répetée avec demi-once de ſalpetre dans demi-ſeptier d'eau avec mon Thermometre à eau-de-vie, il ne baiſſa que d'environ huit lignes.

TROISIÉME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de vitriol, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de douze lignes, nous ne mîmes que demi-once de vitriol dans demi-ſeptier d'eau; & mon Thermometre à eau-de-vie n'a ni baiſſé ni monté.

QUATRIÉME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de ſel marin, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de dix lignes, nous ne mîmes que demi-

once de ſel marin dans demi-ſeptier d'eau ; & mon Thermometre à eau-de-vie baiſſa à peine de demi-ligne.

CINQUIE'ME EXPERIENCE.

Dans les quatre onces de vinaigre diſtilé où M. Geoffroy avoit jetté une once de ſel armoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de vingt-ſept lignes, mon Thermometre à eau-de-vie ne baiſſa que de neuf lignes.

SIXIE'ME EXPERIENCE.

Dans les trois onces d'huile de vitriol où M. Geoffroy avoit jetté demi-once de ſel ammoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quarante-deux lignes, mon Thermometre à eau-de-vie, ne baiſſa que de neuf lignes.

A la vapeur de cette mixtion où M. Geoffroy rapporte que ſon Thermometre monta conſiderablement ſans marquer la quantité, le Thermometre à air ne monta que de quatre pouces deux lignes, qui par réduction ne valent que neuf lignes de mon Thermometre.

Dans cette derniere experience, & dans les 5e, 4e, 3e, & 2e, l'effet du refroidiſſement eſt plus conſiderable par les experiences particulieres de M. Geoffroy, que par celles que nous avons faites conjointement.

SEPTIE'ME EXPERIENCE.

Au lieu des quatre onces de vinaigre diſtilé, dans leſquelles M. Geoffroy avoit jetté une once de ſel volatile d'urine, & où ſon Thermometre a baiſſé de vingt-une lignes, nous mîmes dans trois onces de vinaigre diſtilé demi-once de ſel volatile : ainſi la doſe du vinaigre étoit plus forte que celle du ſel volatile : & mon Thermometre à eau-de-vie eſt baiſſé de quatorze lignes.

HUITIE'ME EXPERIENCE.

Dans les trois livres de vinaigre diſtilé dans leſquelles M. Geoffroy après M. Homberg avoit jetté une livre de ſublimé corroſif & une livre de ſel ammoniac, & où il ne

marque point l'abaiſſement de ſon Thermometre, le mien à eau-de-vie baiſſa de trente lignes; ce qui eſt préciſément l'endroit de la congelation de l'eau commune : & le Thermometre à air baiſſa de dix-ſept pouces, qui par réduction valent trente-ſept lignes de mon Thermometre; ce qui eſt ſept lignes plus que la congelation de l'eau : d'où on peut conclure que cette mixtion empêche l'eau de ſe geler, quoiqu'elle lui cauſât un plus grand froid qu'il ne lui en faut pour cela : peut-être auſſi n'eſt-ce qu'à cauſe que ce froid n'eſt qu'inconſtant.

Outre ces experiences que M. Geoffroy a rapporté dans le Memoires de 1700. nous fîmes encore les 3 ſuivantes.

NEUVIÉME EXPERIENCE.

Dans demi-ſeptier d'eau commune demi-once de ſel de tartre fit monter le Thermometre à eau-de-vie, de treize lignes.

DIXIÉME EXPERIENCE.

Dans une pinte d'eau où il y avoit quatre onces de ſel de tartre, le Thermometre à air a monté cinq pouces trois lignes, qui par réduction valent un peu plus d'onze lignes de mon Thermometre.

XI. ET DERNIERE EXPERIENCE.

Dans une chopine d'eſprit de vin, demi-ſeptier ou chopine d'eau a fait monter le Thermometre à air ſept pouces, qui par réduction valent quinze lignes de mon Thermometre.



SUITE DES ESSAYS DE CHIMIE.

ARTICLE TROISIE'ME.

DU SOUPHRE PRINCIPE.

PAR M. HOMBERG.

1705. 22. Avril. NOus nous appercevons d'une matiere ſenſiblement huileuſe ou graſſe dans les Analyſes de tous les Animaux, de toutes les Plantes & de quelques-uns des Mineraux, laquelle juſqu'à préſent a été priſe pour le principe Chimique du Souphre : mais comme, ſelon notre idée, nous ne prenons pas pour principe Chimique les matieres qui pourront être diviſées par nos Analyſes en matieres plus ſimples, & que les huiles, telles que nos Analyſes nous les donnent, ſe peuvent réduire par une Analyſe particuliere en des matieres plus ſimples qui compoſent ces huiles, elles ne peuvent pas être notre Souphre principe.

Puis ayant ſuppoſé dans le commencement de ces Eſſais que le Souphre principe eſt le ſeul principe actif, qui doit par conſequent ſe trouver dans tous les mixtes, & que cette matiere ſenſiblement huileuſe, manquant dans la plus grande partie des matieres minerales, elle ne pourra pas être nôtre ſeul principe actif.

Dans les Analyſes que nous avons fait des huiles, toute leur ſubſtance ſe réduit en beaucoup de liqueur aqueuſe, en une partie de terre inſipide, & en un peu de ſel en partie fixe, en partie volatile, le vrai Souphre principe qui lioit ces autres principes enſemble pour en faire de l'huile ſe perd abſolument dans l'Analyſe, parce que tout le ſoin de l'Artiſte dans cette operation ne va qu'à ſeparer les principes

principes les uns des autres; & comme le Souphre principe ne peut pas nous être ſenſible que pendant qu'il eſt joint à quelqu'un des autres principes qui lui ſerve de vehicule, comme nous l'avons remarqué dans notre premier Article, il échapera toûjours à celui qui voudra le dépoüiller de toute matiere heterogene.

Nous pouvons conſiderer la matiere ſulphureuſe mêlée ou enchaſſée dans quelque matiere aqueuſe, ſaline, terreuſe ou mercurielle, & alors elle nous paroîtra ſous differentes figures, d'eſprit de vin, d'huile, de bitume, de matiere metallique, &c. qui ne ſont pas notre Souphre principe.

Nous la pouvons conſiderer auſſi toute pure & ſans aucun mêlange : c'eſt dans cette derniere ſignification que nous l'appellerons notre Souphre principe & notre ſeul principe actif, laiſſant aux premiers mêlanges le nom ſimplement de Souphres ou de matieres ſulphureuſes.

Tous les mixtes qui paſſent par une Analyſe rigoureuſe ou très-exacte, perdent, comme nous avons dit, le Souphre principe qui avoit compoſé ces mixtes; en ſorte que plus l'Artiſte ſe met en peine de le débrouiller, moins il le trouve. Nous n'avons donc aucune connoiſſance poſitive du Souphre principe par le moyen de nos Analyſes, ou par la décompoſition des mixtes; ce qui m'a fait penſer que l'on pourroit peut-être en découvrir quelque choſe dans les compoſitions des mixtes artificiels. En effet, pluſieurs operations de cette nature m'ont donné des indices que c'eſt la matiere de la lumiere qui eſt notre Souphre principe, & le ſeul principe actif de tous les mixtes.

Pour rendre cette opinion intelligible & vrai-ſemblable, il faut que je faſſe concevoir premierement que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, ce qui me paroît un attribut inſéparable du principe actif. En ſecond lieu, que cette matiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble pour en produire tous les mixtes qui nous tombent ſous les ſens

ce qui eſt le caractere que nous donnons à notre Souphre principe.

Pour établir le premier, ſçavoir que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, il faut que je ſuppoſe d'abord que cette matiere eſt la plus petite de toutes les matieres ſenſibles; de ſorte qu'elle paſſe librement au travers & par les pores de tous les corps que nous connoiſſons; c'eſt-à-dire, que l'aſſemblage des parties de tous les autres corps laiſſe d'aſſez grands vuides entre elles, pour donner un paſſage très-libre à la matiere de la lumiere; d'où il s'enſuit que tous les autres corps ne ſont pas capables de pouſſer & de mouvoir la matiere de la lumiere, à peu près comme une raquette pour joüer à la paume n'eſt pas capable d'enlever des grains de ſable, parce que les mailles de la raquette ſont incomparablement plus larges que les grains de ſable ne ſont gros, & par conſequent pour mouvoir & pour pouſſer une certaine maſſe de la matiere de la lumiere, il faudra un corps très-ſolide dont les pores ſoient remplis & bouchez par la matiere de la lumiere même, qui s'y ſoit arrêtée, au moins pour un temps, pour empêcher le paſſage à toute autre matiere de la lumiere, que ce corps pourra rencontrer lorſqu'il remuëra ou qu'il changera de place.

Mais comme tout corps qui a des pores a auſſi des parties ſolides, qui ne ſont pas aiſément penetrées par la matiere de la lumiere, ces parties ſolides pouſſeront & déplaceront toûjours la matiere de la lumiere qu'elles rencontreront en leur chemin; mais ce n'en ſera qu'une petite partie, qui ne ſera pas conſiderable pour la production de la plûpart des effets de la matiere de la lumiere, comme par exemple les grains de ſable qui toucheront les cordes & le bois de la raquette ne laiſſeront pas d'en être pouſſez, mais ils ſeront en très-petit nombre en les comparant à ceux qui paſſeront au travers des mailles de la raquette.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que la flame eſt un mêlange de la matiere de la lumiere avec l'huile du bois ou de quel-

qu'autre corps que ce ſoit qui brûle, & que cette huile étant la partie ſulphureuſe du mixte; c'eſt-à-dire celle dans laquelle s'eſt arrêté la matiere de la lumiere qui agit dans ce mixte, elle eſt plus propre qu'aucune autre partie de ce mixte, pour en recevoir & pour en retenir une plus grande quantité lorſqu'elle ſe préſentera pour la penetrer. La matiere de la lumiere étant entrée en aſſez grande quantité dans cette huile, elle en étend la maſſe & en augmente le volume autant que l'huile eſt capable de s'étendre, & en remplit en même temps tous les interſtices de ſa propre ſubſtance. Ce mêlange pour lors devient ce que nous appellons flame; c'eſt-à-dire, un corps huileux ſans pores, ou dont les pores ſont exactement remplis de la matiere de la lumiere qui s'y eſt arrêtée; la flame eſt par conſequent plus ſolide, dans ce ſens, que tous les autres corps que nous connoiſſons, elle eſt continuellement agitée & enlevée par l'air, & ne donne aucun paſſage à la matiere de la lumiere qu'elle rencontre dans l'air qu'elle traverſe; & comme la flame ſe fait place pour paſſer au travers de l'air, & qu'elle change continuellement de figure, elle pouſſe & elle range la matiere de la lumiere qu'elle touche immediatement, & qui eſt répanduë dans les interſtices de l'air qui l'environne.

Tous les interſtices de l'air étant pleins de la matiere de la lumiere, celle qui eſt immediatement déplacée par la flame, déplace & pouſſe ſa voiſine tout à l'entour d'elle, & ainſi de ſuite une grande quantité de cette matiere eſt pouſſée & remuée ſelon le mouvement & ſelon la groſſeur de la flame; c'eſt-à-dire ſelon le plus ou le moins de volume que cette flame prendra ſucceſſivement dans l'eſpace qu'elle occupe. Tous les corps qui ſe trouveront dans la ſphere ſenſible de ce mouvement, en ſeront preſſez plus ou moins fortement qu'ils ſeront proches de la flame qui eſt le centre de cette ſphere.

Je ſuppoſe encore que tout l'Univers eſt rempli de la matiere de la lumiere, & que le Soleil & toutes les étoiles fixes qui ſont répanduës dans l'eſpace infini de l'Univers

ſont autant de flames, dont le principal office eſt de remuer & de pouſſer continuellement cette matiere de la lumiere, qui par-là heurte & penetre tout ce qu'elle rencontre de corps poreux dans tout cet eſpace immenſe qui en eſt rempli. Et comme tous les corps opaques font un ombre à l'oppoſite du Soleil; c'eſt-à-dire, un eſpace où la matiere de la lumiere eſt moins pouſſée que dans les endroits qui ſont immediatement expoſez au Soleil, les flames particulieres que nous faiſons par le moyen des matieres combuſtibles, ſuppléent à l'abſence du Soleil, tant pour les actions en general de la matiere de la lumiere, que pour celle en particulier qui produit en nous la ſenſation de la vûë.

Il eſt donc conſtant, ſelon ces ſuppoſitions, qui ſont vraïes, que la matiere de la lumiere eſt continuellement en mouvement & agiſſante ſur tous les corps poreux qui ſont dans l'Univers; ce qui ſuffit pour l'éclairciſſement du premier point.

Quant au ſecond, où nous nous ſommes engagé de faire voir que la matiere de la lumiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble, ce que nous avons mis pour le caractere de notre Souphre principe, il ſuffira de rapporter icy quelques-uns des faits qui ont été l'occaſion de l'idée que je propoſe préſentement.

Le Mercure commun ayant été purifié ſuffiſamment par le fer & par l'antimoine, devient plus vif & plus liquide qu'il n'etoit avant cette purification : cependant en le mettant en digeſtion à une chaleur qui lui convient, il arrive que ce Mercure, ſans y ajoûter aucune autre matiere ſenſible, s'arrête peu à peu & ne coule plus, contre le naturel de ce mineral, ſe changeant en une poudre noire, blanche ou rouge, ſelon qu'il plaît à l'Artiſte; cette poudre devient plus peſante que n'étoit le Mercure quand on l'a mis en digeſtion, & enfin de très-volatile qu'étoit ce Mercure, juſqu'à ſe ſublimer par un petit feu

de lampe, il devient par une longue cuiſſon ſi pareſſeux au feu, qu'il en ſouffre la rougeur pendant plus de vingt-quatre heures, & en le pouſſant vivement au feu nud, la plus grande partie s'en va à la verité en fumée, mais il reſte un petit grain de métail dur, qui s'eſt formée dans ce Mercure.

En examinant cette operation, l'on voit premierement qu'il s'eſt introduit quelque choſe dans ce Mercure, puiſqu'il eſt devenu plus peſant : ſecondement que ce qui s'y eſt introduit l'a changé de nature, puiſqu'il ne coule plus, & qu'il devient en partie malleable : troiſiémement ce qui s'y eſt introduit s'unit parfaitement au Mercure, de ſorte que le grand feu ne l'en ſçauroit ſéparer, puiſqu'il reſte un grain de métail, qui eſt à l'abri de la violence du feu.

Il ne ſervira de rien de dire ici qu'il n'y a qu'une très-petite quantité, peut-être, un deux-centiéme du Mercure qui devient métail malleable, il ſuffit qu'il y en ait un peu; il y en auroit peut-être eu davantage ſi on l'avoit laiſſé pendant pluſieurs années en digeſtion, ou ſi on l'avoit traité d'une autre maniere qui pourroit être meilleure que celle dont on s'eſt ſervi.

Cependant en toute cette operation il n'y a eu que le feu ſeul qui ait touché le Mercure, non pas immediatement, mais au travers d'un vaiſſeau de verre. Nous avons dit ci-deſſus que le feu ou la flame n'eſt autre choſe qu'un mélange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle; on ne pourra pas dire ici que c'eſt l'huile de ce charbon qui a échauffé le fourneau, qui ſe ſoit introduit & reſté dans le Mercure pour le rendre plus peſant, puiſque l'huile ne ſçauroit paſſer par les pores du verre : c'eſt donc la partie du feu qui s'eſt ſeparée de l'huile du charbon; c'eſt-à-dire, la matiere de la lumiere qui compoſoit avec l'huile du charbon la flame qui a échauffé le fourneau, & cela doit neceſſairement être ainſi; parce qu'aucune autre matiere que celle de la lumiere n'a pû paſſer au travers des pores du verre pour ſe joindre au Mercure. Nous pouvons donc

être assuré qu'il n'y a que la matiere de la lumiere seule qui s'est introduite dans notre Mercure, que c'est cette matiere qui l'a rendu plus pesant & qui l'a changé de nature.

Nous avons un fait incontestable qui confirme ce que je viens de dire, & qui prouve que la matiere de la lumiere seule, & sans l'approche ou le mêlange de quelque matiere combustible, se peut introduire dans un corps, y rester, le rendre plus fixe & l'augmenter considerablement de poids; c'est la calcination du regule d'antimoine aux rayons du Soleil par le miroir ardent.

M. Duclos a fait cette operation autrefois avec un des miroirs ardens de l'Observatoire. Il marque d'avoir trouvé près de deux gros d'augmentation sur quatre onces de regule, ce qui fait environ un seiziéme du total : mais comme les miroirs ardens sont fort incommodes pour cette operation, à cause de la réflexion des rayons du Soleil qui s'y fait de bas en haut, je l'ai fait plus aisément avec le grand verre ardent de Monseigneur le Duc d'Orleans : J'y ai exposé quatre onces de regule de Mars en poudre environ un pied & demi éloigné du vrai foyer du verre ardent; je l'ai remué de temps en temps avec une cuilliere de fer, jusqu'à ce qu'il n'en sortit plus de fumée, qui avoit été très-épaisse & en grande quantité pendant le temps de la calcination; de sorte que l'on y auroit pû soupçonner plûtôt beaucoup de diminution, qu'une augmentation de poids. Cependant après une bonne heure d'exposition à ce degré de chaleur, le regule n'y fumant plus, il a pesé quatre onces trois gros & quelques grains, ce qui fait une augmentation environ d'un dixiéme.

J'ai voulu voir si cette augmentation resteroit après la fonte de ce regule calciné; je l'ai donc exposé au vrai foyer du verre ardent, il s'y est fondu promptement en un verre orangé, qui n'a pesé que trois onces & demie, c'est à-dire qu'il a perdu dans la fonte un huitiéme du total & les trois gros d'augmentation.

Il y a toute apparence que cette augmentation n'est

provenuë que des rayons du Soleil, ou de la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le regule pendant le peu de tems qu'il a été expoſé au verre ardent, puiſqu'aucune autre matiere ne l'a pû toucher pendant tout le temps de la calcination: ce regule ayant été expoſé enſuite à une plus forte chaleur; c'eſt-à-dire, au vrai foyer de ce verre ardent, l'impetuoſité de ce foyer, en fondant ce regule calciné, a enlevé tout ce que la chaleur moderée y avoit introduit.

Mais comme dans la fonte il s'eſt trouvé une demie-once de perte ſur les quatre onces de regule, nous pouvons croire que la groſſe fumée qui s'eſt évaporée pendant le tems de la calcination, a été cette demie-once de regule qui s'eſt trouvée perduë après la fonte, & qu'ainſi nous devons compter ſept gros d'augmentation par les rayons du Soleil, puiſqu'après la calcination le regule a peſé quatre onces trois gros, qui font ſept gros de plus que ce qui eſt reſté après la fonte; ce qui eſt un effet très-ſenſible, & l'on ne ſçauroit douter qu'il ne ſoit produit par la matiere de la lumiere.

La fabrique du minium, celle de la chaux vive, & pluſieurs autres operations prouvent la même choſe, avec d'autres circonſtances que je rapporterai une autre fois. Il ſuffit que par cette derniere operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere s'introduit dans les corps poreux, s'y arrête & en augmente le poids & le volume, & que par la précedente operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le Mercure y eſt reſtée inſéparablement, même au grand feu, & qu'elle a changé la forme du Mercure en celle du métail malleable & ductile.

J'ai mieux aimé donner à notre Souphre principe le nom de matiere de la lumiere, que celle de la matiere du feu, quoique ce ſoit proprement la même choſe, & cela pour éviter l'équivoque que le mot de feu pourroit laiſſer dans l'eſprit de quelques-uns; parce que le mot feu ſignifie communément trois choſes qui ne laiſſent pas d'ê-

tre essentiellement distinctes, dont la premiere signification & la plus grossiere est celle de l'attribuer à un corps actuellement embrasé, comme par exemple à un fer rouge, aux charbons ardens, au bois qui brûle, &c. La seconde & la plus commune est celle de l'attribuer à la flame qui rougit le fer, qui rend les charbons ardens, & qui enflame le bois : mais la troisiéme signification & la plus propre est celle qui produit la flame, laquelle fait tous ces autres effets que nous remarquons dans le fer rouge, dans les charbons ardens, &c. ce qui n'est autre chose que la matiere de la lumiere lorsqu'elle penetre en assez grande quantité un corps combustible, comme nous l'avons expliqué dans le commencement de cet article.

Etant donc persuadé que la matiere de la lumiere est la seule qui peut penetrer très-librement tous les corps poreux, & qui est la seule qui agit toûjours, comme nous l'avons montré dans la premiere partie de cet article; & que cette matiere est capable de s'introduire dans tous les autres corps, de s'y arrêter, & de les changer par-là de figure, de poids & de volume, nous avons crû que nulle autre matiere ne pouvoit être notre Souphre principe & notre seul principe actif, que la matiere de la lumiere.

Nous nous contenterons pour le présent de l'avoir établi, il reste maintenant à montrer de quelle maniere cette matiere agit sur les autres principes pour produire les matieres sulphureuses connuës, de combien d'especes sont ces matieres sulphureuses, & en reconnoître les proprietez & les effets; ce que nous tâcherons de faire dans un aute Memoire.



NOUVELLES

NOUVELLES REMARQUES SUR L'AIMAN, ET SUR LES AIGUILLES AIMANTÉES.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

JE n'entreprends pas dans ce Memoire de donner un nouveau systême de l'Aiman, ni de rapporter ce qui est déja connu des vertus de cette pierre, & de tous les effets qu'on a remarquez tant à la pierre qu'aux aiguilles d'acier qui en sont touchées. Je tâcherai seulement d'éclaircir quelques difficultez qui se rencontrent dans les observations des aiguilles aimantées, avec quelques remarques particulieres sur la nature de l'Aiman, & sur la comparaison qu'on peut faire d'une pierre d'Aiman avec le globe de la Terre, que l'on peut considerer comme un veritable Aiman, par toutes les experiences qu'on en fait. 1705. 22. Avril.

On sçait assez que les observations de la variation de l'aiguille aimantée qu'on peut faire sur mer dans les Vaisseaux, est sujette à beaucoup d'erreurs, à cause du fer qui y est en grande quantité, & qui par ses differentes positions doit détourner l'aiguille de sa veritable direction, sans parler de la construction de cette aiguille ou compas, comme on l'appelle sur mer, qui est trop grossiere pour donner une déclinaison fort exacte. Mais les observations que nous faisons à présent sur terre avec de très-grandes aiguilles & très-délicatement soutenuës, comme celle de 8 pouces de longueur dont nons nous sommes servis les premiers depuis l'année 1682. après avoir déterminé un plan meridional avec toute la justesse possible, & fort loin de toute matiere ferrugineuse pour y appliquer le côté de la boëte, nous ont assuré de la juste déclinaison de l'aiguille & de sa progression, ce que nous appellons varia-

tion, comme on le peut voir dans les Memoires que nous en avons donné au Public en differentes occasions.

Mais comme quelques Philosophes ont pensé, non sans quelque apparence de raison, si les aiguilles touchées avec differentes pierres ne donnoient pas differentes déclinaisons, à cause des varietez qu'on y trouvoit en un même lieu par differentes aiguilles, on a tâché de découvrir si ces inegalitez ne viendroient point de la fabrique des aiguilles, & non pas des differens Aimans, qui les ont touchées.

Car les aiguilles qui ont été touchées par une pierre, ont seulement reçu de la pierre une disposition dans leurs pores, pour y laisser passer la matiere magnetique qui circule autour de la terre suivant une certaine direction; de la même maniere que les pierres d'Aiman l'ont reçûë de cette même matiere dans le tems de leur formation. Ainsi ce ne seront pas les differens Aimans qui pourront donner une differente vertu aux aiguilles, lesquelles ne se dirigent que suivant le cours de la matiere magnetique, qui étant le même dans un même endroit de la terre, doit leur donner la même direction qu'elle a. Mais quoique la matiere magnetique agisse également & suivant une même direction dans un même endroit, elle peut neanmoins en être détournée diversement suivant la differente figure & la disposition des corps qui sont capables de la recevoir; comme on sçait qu'il arrive à deux pierres d'Aiman suspenduës librement l'une assez proche de l'autre, ou à deux aiguilles aimantées posées sur leur pivot, & qui ne seront pas placées dans la ligne de la direction de l'Aiman, à cause du cours de la matiere magnetique qui rencontre ces corps diversement placez & disposez pour la recevoir.

C'est ce qui a donné lieu de penser que les aiguilles, qui portent à leurs extremitez deux pieces d'acier lesquelles sont jointes par un fil délié, pourroient être à peu près comme deux pierres d'Aiman differentes en force & en figure, éloignées l'une de l'autre & jointes ensemble par quelque corps moyen; & si ces deux pieces d'acier sont

de telle nature ou figure que la matiere magnetique se dirige diversement dans l'une & dans l'autre, & qu'il y en ait une qui reçoive une plus forte impression que l'autre lorsqu'on les aimante, il s'ensuivra necessairement que l'aiguille prendra une direction composée des deux & differente de celle du tourbillon magnetique de la Terre. Ainsi ces sortes d'aiguilles pourront donner des déclinaisons fort differentes les unes des autres, & de celles qui seront construites d'une autre façon.

Les aiguilles qui sont larges dans leur milieu, & qui se terminent en pointe des deux côtez, ne sont pas si sujettes à ces irrégularitez que les autres qui portent deux pieces d'acier aux deux bouts; mais on ne peut pas dire qu'elles en soient entierement exemtes, à cause des inégalitez de la matiere dont elles sont composées, & de leur figure qui ne sçauroit être parfaite.

C'est pour en découvrir quelque chose que nous avons fait quatre aiguilles de boussole plus fortes dans leur milieu que vers les extremitez, & lesquelles se terminoient en pointe déliée. Elles avoient chacune 8 pouces de longueur, & deux de ces aiguilles étoient les plus droites & les plus égales qu'il étoit possible; une autre étoit courbée en *S*, & la derniere en arc. On aimanta l'une des droites & les deux courbes avec une très-bonne pierre d'aiman que nous avons entre les mains, laquelle pese 7 livres, & qui a assez de force pour détourner une aiguille de boussole à plus de six pieds de distance, ensorte qu'elle a autour d'elle un tourbillon sensible de plus de 12 pieds de diametre: l'autre aiguille droite fut aimantée avec une pierre très-forte qui appartient à M. Butterfield.

Nous examinâmes la boëte de la boussole, laquelle est longue, pour nous assurer si les côtez étoient paralleles entre eux, & à la ligne passant par le pivot & par les premiers points de la division des deux arcs de cercle qui servent à mesurer la quantité de la déclinaison par rapport à la pointe du pivot; & le tout étant bien rectifié, nous avons reconnu par plusieurs observations que les deux ai-

guilles droites & celle qui étoit courbée en *S* avoient leurs pointes & le fond de la chapelle où s'applique le pivot parfaitement dans une ligne droite. Pour celle qui étoit courbée en arc, nous avons trouvé qu'elle s'éloignoit de la ligne droite par l'une de ses extremitez de 2° 20′.

Ensuite le 28 de Mars de cette année 1705. nous avons mis dans la boëte l'aiguille droite qui avoit été aimantée avec notre pierre, & qui est l'aiguille dont nous nous servons ordinairement pour prendre la déclinaison de l'Aiman, & le côté de la boëte étant placé contre nôtre plan meridional ordinaire, cette aiguille nous a marqué 9° 25′ de déclinaison vers l'Oüest, ce qui convient aux observations que nous en avions faites il y a quelques mois. Après cela nous y avons mis l'autre aiguille droite qui avoit été aimantée avec la pierre de M. Butterfield, & nous avons trouvé qu'elle donnoit exactement la même déclinaison de 9° 25′. Cependant une autre aiguille plus grande que celle-ci, qui avoit deux pieces d'acier à ses extremitez, & qui avoit été aimantée avec cette même pierre, nous avoit donné quelque tems auparavant dans le même endroit la déclinaison de 9° 52′, quoique l'on eut fait l'observation avec une très-grande exactitude. Enfin l'aiguille courbée en *S* ne nous a marqué que 8° 45′, & pour la derniere qui étoit en arc, elle n'a donné que 8° 22′.

On pourroit donc conclure de ces observations que les aiguilles aimantées avec differentes pierres, ne donnent pas differente déclinaison, comme nous l'avions pensé d'abord; & que s'il y avoit quelque difference, elle ne pourroit venir que de la matiere inégale & heterogene, ou de la figure de l'aiguille, ce qui nous a été confirmé par les deux aiguilles droites.

Pour celle qui étoit courbée en *S*, on voit que ses deux moitiez etant posées de biais par rapport à la ligne droite qui passe par ses extremitez, la pointe qui regardoit le Nord ne nous a marqué que 8° 45′ au lieu de 9° 25′ comme les autres, ce qui pourroit venir du composé des directions de la matiere magnetique dans les deux parties de l'ai-

guille qui n'étoient pas en ligne droite, & peut-être aussi de la matiere de l'aiguille.

Celle qui étoit en arc nous a fait voir que la ligne droite qui auroit passé par ses deux pointes auroit eu 9° 32′ de déclinaison, ce qui s'écarte peu des observations des aiguilles droites. Ainsi toutes ces observations serviront à confirmer que les differens Aimans dont les aiguilles sont touchées ne leur doivent pas causer de differentes déclinaisons, mais seulement leur figure ou leur matiere inégale.

Sur les inégalitez de la variation de l'Aiman.

Nous ne rapporterons point ici ce que l'on trouve sur les differentes déclinaisons de l'Aiman dans plusieurs Auteurs dont la certitude des observations pourroit être suspecte; mais nous donnerons seulement celles que nous avons faites nous-mêmes en les comparant avec quelques-unes dont nous pouvons être très-assurez.

M. Picard rapporte à la fin de la page 17 de la mesure de la terre qu'il avoit observé à Paris dans l'esté de l'année 1670. qu'une aiguille de boussole de 5 pouces déclinoit du Nord au Couchant de 1° 30′, & que cette même aiguille dans l'année *1666* n'avoit aucune déclinaison sensible; mais qu'en 1664 elle déclinoit de 40′ vers l'Orient, le changement ayant été de 20′ chaque année.

Nous trouvons aussi dans les observations manuscrites de M. Picard, qu'en 1680 le premier Juillet la déclinaison de cette même aiguille étoit de 2° 40′, & par consequent depuis 1670 jusqu'en 1680 la déclinaison n'auroit augmenté que de 1° 10′ ou 70′, ce qui donneroit par an seulement 7′, ce qui est fort éloigné de 20, comme ses premieres observations le marquoient.

Nous avons fait depuis ce tems-là à l'Observatoire un grand nombre d'observations de la déclinaison de l'Aiman avec l'aiguillle de 8 pouces dont nous avons déja parlé, & dont nous rapporterons seulement les principales.

En 1683 le 10 Mars nous trouvâmes que l'aiguille déclinoit de 3° 50′ vers le couchant.

En 1684. à la fin de l'année elle déclinoit de 4° 10'.

A la fin de l'année 1685. elle parut encore décliner de 4° 10'.

A la fin de 1686. elle déclinoit de 4° 30'.

A la fin de 1692. elle déclinoit de 5° 50'.

Vers la fin de 1693. de 6° 20'.

A la fin de 1696. de 7° 8'.

A la fin de 1698. de 7° 40'.

En 1700. de 8° 12'.

En 1701. de 8° 25', comme je l'ai marqué dans les Ephemerides que j'ai faites de ces années-là.

Et enfin dans les derniers mois de l'année 1704. elle étoit de 9° 20'.

Si l'on considere toutes ces observations separément, on voit que la déclinaison n'augmente pas également, & que quelquefois elle paroît être la même dans deux années differentes ; mais ensuite on voit qu'elle avance plus qu'elle n'auroit dû faire. C'est pourquoi sans entrer dans les raisons qui peuvent causer ces petites variations, on a crû qu'il valoit mieux comparer les observations éloignées pour en conclure la variation de déclinaison, puisqu'aussi-bien il ne semble pas que depuis qu'elle a commencé à se détourner vers le couchant, elle se soit augmentée ou ralentie jusqu'à présent. Et sans avoir égard à l'observation de M. Picard de 1680. nous trouverons que pour 38 années ; c'est-à-dire, depuis 1666 jusqu'à la fin l'année derniere, la déclinaison aura augmenté de 9° 20', ce qui donnera pour chaque année environ 14' $\frac{1}{2}$, qui est à peu près ce que donnent les observations rapportées ci-dessus.

On voit aussi dans quelques observations anciennes de l'aiguille aimantée, que dans l'année 1580 en ces païs-cy la déclinaison étoit de 11° 30' à l'Est, laquelle étant comparée avec celle de 1666 où il n'y en avoit point, donne un peu moins de 8' par an, ce qui pourroit faire croire que la variation n'auroit pas été si grande dans ces temps-là qu'elle est à présent.

Il est très-difficile de pouvoir mesurer & estimer exacte-

ment les minutes sur un petit cercle de quatre pouces de rayon, outre que la matiere magnetique du tourbillon de la terre n'est pas assez forte pour ramener exactement une grande aiguille sur le même point. C'est pourquoi on ne doit pas s'étonner si d'une année à l'autre on trouve quelquefois des differences assez grandes. Mais nous rapportons ce que nous trouvons par l'observation, & non pas ce que nous pourrions conclure par les observations précedentes.

Nous avons un Livre Espagnol intitulé *Theatre Naval Hydrographique fait par Dom Francisco de Seylas & Louera*, où cet Auteur prétend que les variations de la déclinaison de l'aiguille aimantée viennent de deux causes : l'une des differentes mines d'Aiman qui se rencontrent dans la terre en differens endroits, & l'autre par la nature des pierres d'Aiman dont les aiguilles sont touchées.

Pour la premiere, on ne peut pas douter que de gros rochers d'Aiman ne détournent les aiguilles des Boussoles lorsqu'elles en sont proches ; mais qu'à une très-grande distance ils puissent faire quelque effet, cela paroît souffrir quelque difficulté.

Pour la seconde, l'Auteur se fonde sur des experiences qu'il a faites dans une mine d'Aiman qu'il découvrit dans la Province de Honduras en Amerique. Il dit que cette mine étoit composée de deux veines principales, l'une s'étendoit du Nord au Sud, & l'autre de l'Est à l'Ouest.

Il trouva dans la veine qui s'étendoit du Nord au Sud une ligne de deux doigts de large qui étoit d'un excellent Aiman, & lorsqu'il posa au long de cette ligne une aiguille de boussole, elle n'avoit aucune déclinaison ; mais quand il la posa sur l'autre veine qui alloit de l'Est à l'Oüest, elle avoit une déclinaison sensible d'un côté & d'autre de celle du milieu. Il ajoûte qu'il reconnut par-là que la veine Nord & Sud dominoit sur l'autre.

Tout ce qu'il dit paroît vrai-semblable ; mais ce n'est pas à dire pour cela que quand ces pierres sont tirées hors de la mine & qu'une aiguille en a été touchée, elle doive

suivre la direction de la pierre dans la mine par rapport au Nord & au Sud, puisque l'aiguille ne se dirige pas suivant cette direction de la pierre, mais seulement suivant celle du tourbillon magnetique de la terre. Car autrement si l'on touchoit la pointe d'une aiguille avec le côté d'une pierre, lequel regarde l'Est ou l'Oüest dans sa situation libre, il s'ensuivroit que la pointe de cette aiguille se dirigeroit vers l'Est ou vers l'Oüest, ce qui est contraire à toutes les experiences.

Il ajoute encore qu'il fit fondre de cette mine d'Aiman, & qu'il en tira du fer qui avoit la même vertu que la mine. Cependant nous sçavons que l'aiman rougi au feu perd toute sa vertu, & à plus forte raison quand il a été fondu il n'en doit plus rien retenir.

Il mit deux petits morceaux de ce fer aux extremitez d'une aiguille, & il dit qu'elle ne varia jamais ni sur terre ni sur mer. Cette circonstance fera douter de tout ce que rapporte cet Auteur sur l'Aiman, parce que cela ne paroît pas possible, d'autant que l'on sçait que deux Aimans inégaux en force étant suspendus, le plus fort fait varier le plus foible, & par consequent, selon ce qu'il a avancé d'abord son aiguille, plus foible sans doute que les rochers d'Aiman qui se trouvent dans le trajet d'Amerique en Europe, & qui causent les grandes variations qu'on y observe, auroit dû avoir quelque variation, ce qu'il dit n'être point arrivé.

De la conversion du Fer en Aiman.

Si toute la difference qui est entre l'Aiman & le Fer aïmanté ne consiste qu'en ce que l'Aiman est une pierre qui peut se rompre & se réduire en poussiere très-fine, au contraire du fer qui ne peut se casser & se réduire en poussiere si l'on veut le broyer, à cause que ses parties sont liantes & molles, il est certain que le fer rouillé qui a une vertu magnetique, de quelque maniere qu'elle lui ait été imprimée, doit être consideré comme une veritable pierre d'Aiman;

d'Aiman; car le fer dans cet état ne semble plus rien retenir de la nature du fer, & ne paroît que comme une pierre assez facile à rompre & à réduire en poudre.

M. Gassendi rapporte dans la Vie de M. Peiresk, que le tonnerre ayant renversé la Croix qui étoit sur le clocher de S. Jean d'Aix en Provence on remarqua qu'une croûte de roüille qui s'étoit formée sur le fer de cette Croix qui étoit engagé dans la pierre, avoit une tres-forte vertu d'Aiman, quoyqu'elle n'eût plus aucune qualité de fer Ce fut ce qui donna occasion il y a quelques années à des curieux de Chartres, d'examiner si la roüille qui étoit sur les barres de fer qui lioient les pierres de l'un des clochers de Nôtre-Dame, lorsqu'on fut obligé de le rétablir, ne se seroit point aussi changée en Aiman; & aprés en avoir examiné plusieurs morceaux, ils en trouverent en effet qui étoient un Aiman tres-pur & qui n'avoient rien du fer, les autres n'ayant aucune vertu sensible, & d'autres très-peu. J'ay plusieurs de ces Aimans entre les mains.

Mon Pere fit alors une recherche de quantité de morceaux de roüille de fer, dont il y en avoit de très épais, qu'on avoit tirés de quelques anciens édifices; mais il n'en trouva aucun qui eût rien de magnetique, ce qu'on connoît fort aisément en approchant doucement ces morceaux de roüille d'une aiguille de boussole aimantée; car en les tournant vers une même pointe, s'ils ont acquis quelque vertu magnetique, on verra que d'un côté ils attireront cette pointe, & que de l'autre ils la repousseront.

Il pensa alors au moyen de faire de cet espece d'Aiman avec du fer, ne pouvant attribuer ce changement de fer en Aiman qu'à deux causes; sçavoir, l'une à la seule disposition du fer dans l'air par rapport au tourbillon magnetique de la terre qui lui auroit pû imprimer une vertu magnetique, telle qu'étant changée en roüille ou en pierre, il en auroit retenu la vertu: l'autre à une nature de fer qui auroit eu la proprieté de se changer en Aiman.

Il prit pour cét effet un quartier de pierre de S. Leu qui étoit équarri, & l'ayant scié sous un angle de 60°. à peu

prés avec l'horizon, il le poſa à l'air ſelon la ligne meridienne, & il fit pluſieurs rainures dans le plan coupé pour y inſerer des fils de fer ſelon la direction de la matiere magnetique autour de la terre par rapport à nôtre horizon.

Il y plaça ces fils de fer en 1695, & recouvrit cette partie de la pierre avec l'autre qui en avoit été coupée. Il aimanta quelques-uns de ces fils de fer, & les autres il les mit ſans les aimanter; ils étoient éloignées les uns des autres d'environ deux pouces. Il prit de la pierre de S. Leu pour faire cette experience, parcequ'il avoit appris que le clocher de Nôtre-Dame de Chartres avoit été bâti avec cette pierre.

Il eſt facile de voir que toutes les précautions qu'il prit dans cette experience, n'étoient que pour connoître ſi dans la ſuite des tems lorſque ce fer ſeroit conſumé, la roüille qui en viendroit ſeroit une matiere magnetique, & s'il y auroit quelque difference entre le fer qui avoit été aimanté & celui qui ne l'avoit pas été.

Enfin nous avons trouvé que depuis 10 années, il n'y avoit que quelques-uns de ces fils de fer qui fuſſent tout à fait changés en roüille, quoyqu'ils n'euſſent qu'une demie ligne de diametre: mais tous ces fils roüillés en partie ou tout à fait avoient une forte vertu d'Aiman, comme on le reconnoiſſoit en les preſentant à l'aiguille aimantée. Ainſi ceux qui n'avoient point été aimantés avoient contracté une auſſi forte vertu d'Aiman que ceux qui l'avoient été, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la longueur du tems qu'ils avoient demeuré dans la poſition propre à recevoir l'impreſſion du tourbillon magnetique de la terre, & à ce qu'ils étoient ou tout à fait ou en partie changés en pierre. Ces fils avoient 4 a 5 pouces de longueur & on les tenoit dans une ſituation horizontale en les preſentant à l'aiguille aimantée, afin de ne les pas aimanter par le tourbillon de la terre, & ainſi ceux qui étoient tout à fait changés en roüille étoient de vrais Aimans, comme les petites écailles qui ſe détachoient facilement des autres. Cependant ces petites écailles ne s'attachoient pas à l'extremité d'un fil

de fer qui n'étoit pas aimanté, mais elles s'attachoient fortement à la pointe d'un coûteau aimanté; ce qui pourroit faire croire que ces petits morceaux de roüille n'étoient pas changés en Aiman, & qu'ils avoient encore quelque chose du fer: mais il se peut faire que ces petites particules d'Aiman n'étoient pas assez fortes par rapport à leur pesanteur pour se soûtenir contre du fer qui n'etoit pas aimanté, & y demeurer attachées.

On ne peut pas dire absolument que la roüille ne retient plus aucune proprieté du fer, puisque nous avons éprouvé que de gros morceaux de roüille, qui ne faisoient aucune impression sur une aiguille de boussole soûtenuë sur son pivot, étant réduits en poudre ne laissoient pas de s'attacher à la pointe d'un coûteau aimanté.

Mais ces morceaux de roüille qui n'ont point de vertu magnetique, ne peuvent non-plus en recévoir aucune lorsqu'on les touche avec une bonne pierre d'Aiman, puisqu'ils ne peuvent pas soûtenir les moindres petits fragmens de limaille de fer ou d'acier. Il se pourroit donc faire que dans cette roüille, qui est épaisse de $\frac{1}{4}$ de pouce, & semblable en tout à de bon Aiman, les particules de fer qui y sont restées seroient trop engagées & trop liées avec les autres matieres qui s'y sont mêlées, pour être disposées à recevoir la vertu magnetique du tourbillon de la terre. On ne peut pas douter que dans les pierres d'Aiman qui sont de veritables pierres, il n'y ait beaucoup de fer, puisqu'on en peut tirer par le feu; mais je ne crois pas que l'on puisse retirer du fer de celui qui aura été consumé par la roüille.

Cette experience nous a porté à en faire une autre. Nous avons pris de ces petits morceaux de fer brûlé & fondu qui tombe en boules & en ecaille au pied de l'enclume des Forgerons, & nous les avons réduits comme une pierre en une poudre assez fine: cette poudre s'attachoit fortement à la pointe d'un coûteau aimanté. Mais de plus quelques-uns de ces morceaux qui avoient été fondus & qui pouvoient se réduire en poudre, recevoient très-bien

la vertu magnetique, étant touchés avec une bonne pierre d'Aiman, & soûtenoient beaucoup de limaille.

Nous voyons par-là que le feu qui fond le fer ne lui ôte pas sa nature de fer, quoyqu'il ne soit plus en apparence qu'une pierre aprés avoir été fondu & entiérement consumé. Il n'y a point ou tres-peu de mine de fer en masse ou pierre ferrugineuse qui ne soit un Aiman, ce qu'on connoîtra facilement en presentant de plusieurs côtés la pierre de mine à une aiguille de boussole, comme nous avons déja dit; & quoyque ces sortes de pierres donnent la marque d'un veritable Aiman, elles n'auront pas quelquefois la force de soûtenir de tres-petits grains de limaille.

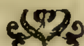
Nous avons entre les mains depuis quelques années une grosse pierre d'Aiman qui pese près de 100 livres, & dont la matiere ne paroît pas fort excellente, quoyque passablement bonne dans ses effets, puisqu'elle détourne une aiguille de boussole à six piés ½ de distance, ce qui fait voir qu'elle a autour d'elle une sphere de 13 piés de diametre. Nous l'avons arondie en partie, & les plus grandes inégalités ont été remplies avec du ciment de plâtre de la couleur de la pierre, qui paroît d'un marbre gris assez dur & mêlé de parties métalliques. Cette boule a prés d'un pié de diametre.

Nous en avons cherché les Poles, qui se sont trouvés dans deux points diametralement opposés; & nous avons tracé un Equateur, qui a été divisé de 30° en 30° pour y faire passer des Meridiens, afin d'y observer avec plus d'exactitude les differentes declinaisons de l'aiguille. Nous avons aussi marqué sa declinaison dans tous les points où les Meridiens coupent l'Equateur, & l'on voit que dans un certain espace elle est Oüest, dans un autre Est, & dans plusieurs points o. On a trouvé la plus grande de ces declinaisons de 26°, Ensuite nous avons remarqué que l'aiguille n'avoit point de declinaison en trois endroits sur le cercle Polaire Septentrional; & en suivant tous les points où l'aiguille étoit sans declinaison, on a eu deux lignes differentes, dont l'une commençoit à ce Polaire, & y re-

venoit ensuite par un cercle Meridien, aprés être descenduë jusqu'à 10°. environ au delà de l'Equateur, & avoir parcouru parallelement à ce cercle un espace à peu prés de 110°. L'autre qui commence assez proche de la premiere dans le troisiéme point sur le même Polaire, fait d'abord plusieurs détours proche de ce cercle, & ensuite prend son cours assez Nord & Sud, & en faisant encore quelques détours coupe l'Equateur & va se terminer au Polaire Meridional.

Toutes ces declinaisons differentes & ces lignes où il n'y en a point, ont beaucoup de rapport avec ce qu'on a observé sur le Globe terrestre.

On pourra connoître par toutes les experiences que nous venons de rapporter, que les differentes declinaisons de l'Aiman qu'on remarque sur le Globe terrestre, ne viennent que des matieres magnetiques disposées en differentes manieres dans la terre, comme on peut juger qu'elles sont dans nôtre Globe d'Aiman. Car nous ne pouvons pas douter que le tourbillon de la matiere magnetique n'ait été la cause premiere de tous les Aimans, puisqu'il en produit encore tous les jours de nouveaux ; & si cette matiere a pû prendre tant de differens détours en formant nôtre pierre dans sa mine, elle n'en prend pas moins dans tout le Globe ; & s'il pouvoit arriver à nôtre Aiman des changemens semblables à ceux qui peuvent se faire dans la terre par la destruction des matieres aimantées & par la formation de nouvelles où il n'y en avoit point auparavant, on remarqueroit sur cet Aiman dans la suite des tems des variations semblables à celles qui arrivent au cours de la matiere magnetique sur la terre.



SUR LA CONDENSATION ET DILATATION DE L'AIR.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 6. May. MOnſieur Mariotte a fondé la Regle generale qu'il a donnée pour trouver les differentes condenſations de l'air par des poids donnés ſur une experience qu'il rapporte d'abord, laquelle eſt confirmée par trois autres qui ſont enſuite, & qu'il a faites dans un tuyau de verre recourbé, dont une des branches qui avoit un pied étoit ſcelée hermetiquement, & l'autre étoit auſſi grande qu'on vouloit. Il mettoit enſuite du mercure dans ce tuyau, & continuoit l'experience comme on la peut voir aux pages 140 & ſuivantes de ſon Traité du Mouvement des Eaux, & ſes experiences lui ont donné lieu d'établir une Regle generale, & d'avancer que la condenſation de l'air ſuivoit la proportion des poids.

Mon Pere a donné auſſi à l'Academie, il y a pluſieurs années, une Regle generale pour la condenſation & dilatation de l'air, qu'il avoit tirée de la ſeule ſuppoſition commune, *que l'air eſt peſant & capable de reſſort.*

Il fit pluſieurs experiences pour connoître dans quelle proportion un reſſort, pris dans un état moyen d'extenſion, s'étendoit étant chargé de differens poids, & il trouva que ſes extenſions étoient en raiſon directe des poids: mais ayant voulu voir auſſi comment un reſſort ſe reſſerroit, il trouva que ſes condenſations n'étoient plus en raiſon directe, mais en raiſon réciproque de ces mêmes poids; ce qui paroît aſſez aiſé à comprendre, ſi l'on conſidere que dans l'extenſion à proportion que les poids augmentent, les reſſorts augmentent auſſi de volume, & au contraire dans la condenſation ils en diminuent. Ce fut donc ſur ces experiences qu'il établit ſa Regle generale, qui ſe

trouve entierement conforme à celle de M. Mariotte, & aux experiences qu'en a fait dernierement M. Amontons en presence de l'Academie, comme on le peut voir dans la petite Table suivante où sont ses experiences, & vis-à-vis ce que donne le calcul par la Regle.

TABLE.

Elevation du mercure dans le tuyau.	Cond⸱nsation de l'air par l'experience.	Condensation de l'air par le calcul.
6 pouces	9 parties & $\frac{6}{9}$	9 parties & $\frac{7}{9} + \frac{108}{135}$
12	8 $\frac{2}{9}$	8 $\frac{3}{9} + \frac{63}{159}$
14	7 $\frac{7}{9}$	7 $\frac{8}{9} + \frac{131}{167}$
18	7 $\frac{1}{9}$	7 $\frac{2}{9} + \frac{95}{183}$
24	6 $\frac{2}{9}\ \frac{1}{2}$	6 $\frac{3}{9} + \frac{189}{207}$
30	5 $\frac{6}{9}$	5 $\frac{6}{9} + \frac{207}{231}$
36	5 $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$	5 $\frac{2}{9} + \frac{3}{255}$
42	4 $\frac{6}{9}$	4 $\frac{6}{9} + \frac{270}{279}$
48	4 $\frac{3}{9}$	4 $\frac{3}{9} + \frac{171}{303}$

OBSERVATION

Sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.

PAR M. LITTRE.

CE fœtus étoit gros & gras; toutes ses parties étoient saines & avoient leur conformation ordinaire, excepté les reins. Il étoit mort dans le ventre de sa mere pendant le travail de l'accouchement, qui fut fort long & fort laborieux. 1665. 17. May.

Les deux reins étoient plus grands qu'à l'ordinaire, & leur membrane commune étant levée ils ressembloient à une grape de raisin, c'est à dire, qu'ils étoient tout composés de vesicules membraneuses de differente grosseur, de figure ronde ou ovale, serrées les unes contre les autres par 4. Fig.

la membrane propre de ces viſceres, & pleines d'une liqueur ſemblable à de l'eau un peu épaiſſe & d'une odeur urineuſe.

Les veines & les arteres émulgentes au dedans & au dehors des reins, étoient plus groſſes que de coûtume. Les ureteres, depuis la veſſie juſqu'à un pouce prés des reins, étoient creux à l'ordinaire, & avoient une ligne & demie D. E. N. O. de diametre, le pouce reſtant étoit tout à fait ſolide, & n'avoit qu'un quart de ligne de groſſeur. Les parois du baſſinet dans les deux reins, à l'endroit du centre, étoient fortement colées enſemble de la largeur de quatre lignes: le reſte des deux baſſinets étoit creux, & rempli de la même liqueur que les veſicules.

Je ſéparai enſuite la membrane propre de chaque rein, pour en découvrir la veritable ſtructure.

5 Fig. Les veſicules, qui compoſoient ces viſceres, étoient attachées les unes aux autres par pluſieurs ſortes de vaiſſeaux. Il ſe portoit à chacune au moins un rameau de veine, d'artere & de nerf, qui s'y diviſoit en d'autres plus petits, & ceux-cy en quantité de capillaires, qui embraſſoient la veſicule de toutes parts, & quelques-uns comuniquoient entr'eux en pluſieurs endroits.

C. Le diametre de ces veſicules étoit depuis une demi-ligne juſqu'à ſix. Les petites étoient opaques & rougeatres, & plus à proportion qu'elles étoient plus petites. Les groſſes étoient diaphanes & blanches, & plus à proportion qu'elles étoient plus groſſes. Les unes & les autres avoient leurs parois plus minces ſelon quelles étoient plus groſſes.

Les petites veſicules étoient rougeatres, & les groſſes, blanches; parceque les rameaux des vaiſſeaux ſanguins étoient plus gros & plus prés les uns des autres dans les premieres que dans les ſecondes.

Les petites étoient opaques, & les groſſes tranſparentes; parceque les parois des petites étant épaiſſes & les parois des groſſes étant minces, la direction des pores étoit droite dans celles-cy, & ne l'étoit pas dans celles-là.

Enfin

Enfin les petites vesicules avoient leurs parois plus épaisses que les grosses ; parce qu'ayant été peu dilatées, elles avoient peu perdu de leur premiere épaisseur : au lieu que les grosses contenant beaucoup de liqueur dans leur cavité, leurs parois étoient devenuës fort minces à force de s'étendre.

Il partoit de chaque vesicule de ces reins du côté du bassinet, un vaisseau plus gros que les autres, qui avoit une demi-ligne de diametre dans les plus grosses, & à proportion dans les plus petites. Ce vaisseau se portoit vers le bassinet, il se joignoit, après une à deux lignes de chemin, à quelques-uns de ceux qui venoient des vesicules voisines, & formoit avec eux un tuyau commun, qui se terminoit immédiatement dans la cavité du bassinet. C'est sans doute à cause de la communication de ces conduits urinaires, qu'en soufflant dans la cavité d'une vesicule, j'en faisois enfler plusieurs autres des voisines : car les parois du bassinet dans ce fœtus étant colées ensemble à l'endroit de son centre, comme j'ai dit, une partie de l'air poussé par le souffle ne pouvant passer dans l'uretere, étoit obligé de refluer dans les autres vesicules voisines, dont le conduit particulier concouroit à la formation d'un conduit urinaire commun.

La superficie exterieure de ces vesicules étoit un peu inégale, & l'interieure très-unie & percée d'un grand nombre de petits trous, dont plusieurs étoient sensibles sans le secours des loupes. Il suintoit par ces trous une liqueur aqueuse, lorsque je pressois les parois des vesicules.

Chaque vesicule étoit composée de deux membranes. L'exterieure étoit plus mince, & d'un tissu moins serré que l'interieure. Je remarquai entre ces deux membranes des fibres charnuës, disposées en maniere de rezeau : les intervalles des mailles étoient remplis de petits sacs rouges, pleins de sang, de figure ovale, où se terminoient plusieurs sortes de vaisseaux capillaires. On observoit par le moyen d'une loupe, qu'il sortoit un conduit fort petit de chacun de ces sacs ; que quatre ou cinq de ces conduits se 7. FIG.

joignant ensemble vers leur fin, en formoient un commun qui aboutissoit à un des trous, dont la membrane interieure des vesicules étoit percée, & qui par consequent n'étoient autre chose que son embouchure. La jonction des conduits particuliers de plusieurs sacs étoit cause qu'on appercevoit sans loupe les trous de la membrane interieure des vesicules.

Voilà la description des reins du fœtus dont il s'agit. Voici quelques consequences qu'on peut tirer, ce me semble, de cette description.

La premiere consequence est, que les reins ne sont naturellement autre chose qu'un amas de vesicules garnies de petits sacs glanduleux, qui séparent la matiere de l'urine, du sang qui leur est sans cesse porté par les arteres émulgentes; parceque les vesicules, qui composoient les reins de ce fœtus, avoient séparé de son sang l'urine qu'elles contenoient, qui est l'unique usage des reins; & que d'ailleurs elles n'avoient rien d'extraordinaire que leur grosseur, qui étoit devenuë excessive par la grande quantité d'urine, qui faute d'une issuë libre, s'étoit amassée dans leur cavité, & en avoit extrêmement dilaté les parois.

La seconde consequence est, que les reins des fœtus humains séparent du sang une assez grande quantité d'urine, pour soupçonner avec raison que ces fœtus pissent dans la cavité de l'amnios, ou que leur urine passe de la vessie par l'ouraque dans une espece d'allontoïde, où elle est en réserve jusqu'au temps de l'accouchement.

La troisiéme consequence est, que les vesicules des reins de ce fœtus avoient trois sortes de conduits urinaires. Les premiers, qui étoient très petits & en fort grand nombre, appartenoient aux petits sacs contenus entre les membranes des vesicules, & s'ouvroient dans leur cavité. Les seconds, incomparablement plus gros que les premiers, sembloient n'être autre chose, qu'une production des vesicules; plusieurs de ceux-cy s'unissant entr'eux, aprés une à
6. FIG. deux lignes de chemin, composoient les troisiémes con-

duits urinaires, qui se terminoient immediatement dans la cavité du bassinet, & formoient les mammelons des reins en se joignant plusieurs ensemble.

La quatriéme consequence est, que les petits sacs contenus entre les deux membranes des vesicules sont glanduleux, & les uniques filtres de l'urine; que le conduit qui va de ces sacs dans la cavité des vesicules, en est le canal excretoire, dont l'usage est de porter dans cette cavité l'urine qu'ils reçoivent des petits sacs glanduleux à mesure qu'elle y est filtrée. Cette filtration est occasionée par l'impulsion du sang, par le ressort des sacs glanduleux, & par la construction des fibres charnuës des vesicules, dont ces sacs sont environnez.

La cinquiéme consequence est, que l'urine tombée dans la cavité des vesicules, s'écoule par leur conduit particulier dans celle du bassinet. Cet écoulement se fait par l'impulsion du sang, par la liquidité & la pesanteur de l'urine, par l'action des fibres charnuës placées entre les deux membranes des vesicules, par la contraction alternative des muscles du ventre & du diaphragme, & par l'agitation du corps.

La sixiéme consequence est, que l'urine a trois receptacles, sçavoir les vesicules des reins, leur bassinet & la vessie urinaire. Les vesicules des reins sont le premier réceptacle de l'urine, les bassinets le second, & la vessie le troisiéme. Les deux premiers receptacles sont toûjours ouverts, afin que l'urine ayant toûjours son cours libre, ne porte jamais aucun obstacle à sa filtration. Ainsi le sang peut se débarasser de cette liqueur, toutes les fois qu'elle ne lui est d'aucun usage. Le troisiéme receptacle au contraire est très-exactement fermé par un muscle sphincter situé à son cou, & retient l'urine jusqu'à ce que par sa quantité ou par sa qualité étant devenuë à charge à la nature, elle détermine les fibres charnuës du corps de ce receptacle à se mettre en contraction pour forcer le sphincter à lui donner passage. Par cette méchanique l'homme & les animaux se trouvent à couvert de la fatigue, de l'in-

commodité & de la mal-propreté où ils seroient continuellement exposez, si l'urine s'écouloit de leur vessie à mesure qu'elle y seroit versée par les ureteres.

La septiéme consequence est, que la structure des glandes, que je propose à l'occasion des reins dont je viens de parler, est plus favorable pour la filtration des humeurs, & répond mieux à la grandeur & à la sagesse de l'Auteur de la nature, que toutes celles qu'on nous a données jusqu'icy.

1°. Par cette structure les petits sacs glanduleux se trouvent beaucoup plus à couvert de l'action des causes qui peuvent les détruire, & plus fortement maintenus ans leur situation naturelle : car outre les membranes communes qui les envelopent, ils sont encore exactement renfermez entre deux membranes, dont le tissu est fort dense & fort serré.

2°. Le nombre de ces petits sacs est incomparablement plus grand, par consequent les glandes qui en sont composées doivent filtrer une quantité de liqueur incomparablement plus grande ; d'autant plus que les fibres charnuës dont ces sacs sont environnez, facilitent & hâtent par leurs contractions réïterées la séparation des humeurs séparables.

3°. Les humeurs séparées sont beaucoup plus sûrement conduites jusqu'à leurs receptacles, puisque les conduits excretoires des sacs glanduleux sont fort courts & contenus dans l'épaisseur d'une membrane tres-compacte, & qu'ils se terminent dans la cavité des vesicules qui est assez ample pour recevoir la liqueur qu'ils y déposent, & qui d'ailleurs est toûjours ouverte pour la laisser couler, afin qu'il n'y arrive jamais d'engorgement. Tous ces avantages que la structure particuliere des reins, que je propose, a pardessus l'ordinaire, nous doit porter à croire qu'elle est la même dans les autres glandes du corps ; parcequ'elle est commode, sûre & favorable, & que d'ailleurs la nature est uniforme dans ses operations.

La huitiéme consequence est, que cette structure de

des Reins d'un Fœtus
main de 9. mois.

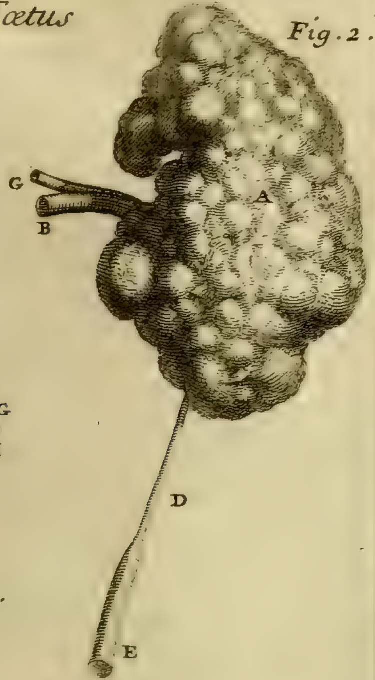


Fig. 2.



Fig. 3.



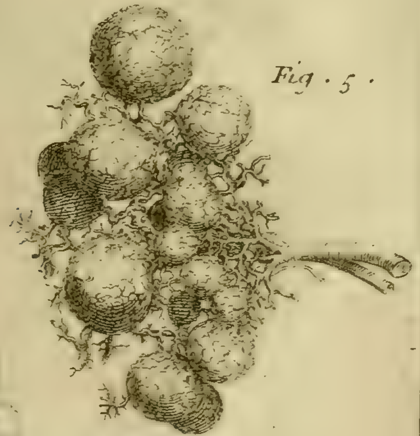


Fig. 5.



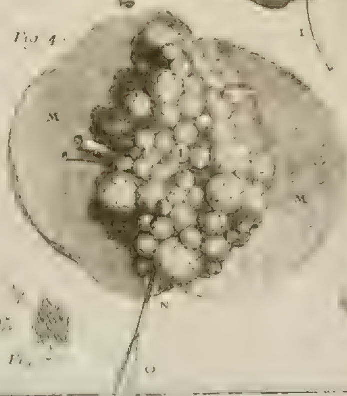
Fig. 6.

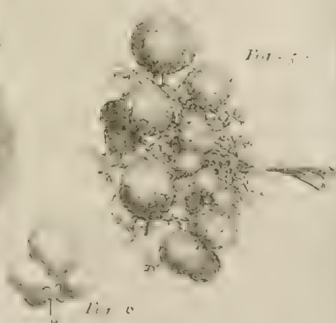
Figures des Reins d'un Fœtus humain de 9. mois.















glandes ſuppoſée, on comprend aiſément,

1°. Que les eſpeces de petites bouteilles pleines d'autre liqueur que de ſang, qu'on obſerve aux endroits des glandes, & dont on n'a encore qu'une idée confuſe, ne ſont autre choſe que des veſicules dont ces glandes ſont compoſées, & qui ont été extrêmement dilatées.

2°. Comment ces bouteilles ſe forment; car dès qu'il ſe trouvera dans le conduit particulier d'une veſicule une obſtruction, un reſſerrement, un affaiſſement, &c. inſurmontable au mouvement de la liqueur qui y coulera, ou que cette liqueur ſera trop épaiſſe ou trop viſqueuſe; alors il faudra neceſſairement qu'elle s'arrête & qu'elle s'amaſſe peu à peu dans la cavité de la veſicule; qu'elle dilate à proportion ſes parois; que la dilatation continuë pendant la vie de l'animal, puiſque ce qui la cauſe agit toûjours durant ce tems-là; que cette dilatation ſe faſſe ſans que la veſicule ſe rompe, parce qu'elle ſe fait inſenſiblement, & que la liqueur qu'elle contient dans ſa cavité, humecte & amolit ſes membranes, & les diſpoſe à prêter & à ſe laiſſer étendre ſans ſe rompre.

Or dans les reins de ce fœtus, les parois des baſſinets & des ureteres, qui ſont la ſeule voie par où s'écoule l'urine filtrée par les ſacs glanduleux des reins, étoient ſi étroitement unies enſemble, que ni les liqueurs les plus ſpiritueuſes, ni même l'air pouſſé par le ſouffle, n'y trouvoient aucun paſſage; par conſequent l'urine qui eſt une liqueur épaiſſe, n'y en pouvoit nullement trouver.



EXPLICATION DES FIGURES.

Premiere & seconde Figures.

AA. LEs Reins droit & gauche, revêtus de leurs Membranes propres, & vûs par devant.
BB. Les Veines Emulgentes.
CC. Les Arteres Emulgentes.
DD. Les Ureteres en leurs parties, retrécies & solides.
EE. Suite des Ureteres gros & creux à l'ordinaire.

Troisiéme Figure.

F. Le Rein revêtu de sa Membrane propre, & vû par derriere.
G. L'Artere Emulgente.
H. La Veine Emulgente.
I. L'Uretere dans sa partie étroite & solide.

Quatriéme Figure.

L. Le Rein dépouillé de sa Membrane propre.
M. Interieur de la Membrane.
N. La partie solide de l'Uretere.
O. L'autre partie ouverte.



EXPERIENCES SUR LA RAREFACTION DE L'AIR.

PAR M. AMONTONS.

J'Ay empli de mercure le tube de 46 pouces, dont je me suis servi ci-devant : il y en eſt entré 7 onces 7 gros 8 grains. 1705. 10. Juin.

J'ai auſſi empli pareillement de mercure un autre tube, dont un bout ſe terminoit en une groſſe olive de la figure d'un cervelas : il y en eſt entré 87 onces 6 gros.

L'olive en particulier, juſqu'à ſon inſertion au tube, en contenoit autant qu'un tube de pareille groſſeur que celui de 46 pouces, & de 475 pouces 5 lignes $\frac{5}{6}$ de longueur. Le reſte du tube, qui avoit 29 pouces de long, en contenoit autant que 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ du même tube de 46 pouces.

Ainſi tout le tube avec ſon olive en repreſentoit un égal de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ de long, & pareil en groſſeur à celui de 46 pouces.

Le tube à olive étant plein de mercure, j'ai fait le renverſement à l'ordinaire, excepté que de peur d'échauffer l'olive & ce qu'elle contenoit, je l'ay toûjours maniée avec un ligne : ce que j'ai obſervé dans toutes les experiences qui ſuivent.

Le bout d'embas trempoit d'un pouce dans le mercure, qui regorgeoit par deſſus les bords de la porcelaine à meſure que l'olive ſe vuidoit ; & le mercure s'eſt enfin arrêté dans le tube 28. pouces au-deſſus du mercure de la porcelaine : ce qui marquoit que l'atmoſphere étoit alors égale à ces 28 pouces.

Pendant l'évacuation de l'olive, j'ay remarqué le long du tube beaucoup de bulles d'air d'une groſſeur conſide-

rable, qui faiſoient effort pour monter, & qui n'en étoient empêchées que par la deſcente continuelle du mercure : car enfin elles monterent & gagnerent l'olive lorſqu'il ceſſa de deſcendre. Il m'a paru que cet air étoit celui dont le mercure ſe purgeoit.

Pour voir ſi cet air n'alteroit point la hauteur du mercure, je repetay l'experience avec le tube de 46 pouces ; & le mercure s'y arrêta pareillement 28 pouces au-deſſus du mercure de la porcelaine.

1re. Experience. Aprés m'être aſſuré du poids de l'atmoſphere, je remplis derechef le tube à olive : aprés quoy j'en fis reſſortir un peu de mercure, que je verſay dans le tube de 46 pouces pour voir quelle hauteur il y occuperoit. C'eſt ainſi que je connus que l'air que je laiſſois dans le tube, égaloit 2. pouces 6 lignes du tube de 46 pouces, & ainſi des autres ; ſoit qu'aprés avoir empli entierement le tube je meſuraſſe le mercure que j'en faiſois ſortir, ou que ſans l'emplir je meſuraſſe celui que j'y mettois en le ſouſtrayant de la totale capacité du tube.

Le volume naturel étant donc de 2 pouces 6 lignes ; le renverſement fait, le mercure s'arrêta 2 lignes plus bas que les 28 pouces, c'eſt à dire 27 pouces 10 lignes au-deſſus du mercure de la porcelaine : ainſi ces 2 pouces 6 lignes étoient répandus dans un eſpace plus de 190 fois auſſi grand que celui qu'ils occupoient d'abord, & ils conſervoient encore un reſſort de 2 lignes.

2. Exper. Ayant laiſſé 18 pouces 7 lignes d'air ; le renverſement fait, le mercure eſt reſté 1 pouce 1 ligne plus bas que les 28 pouces qui ſeront dorénavant le terme d'où je compteray toûjours l'abaiſſement du mercure.

3. Exper. Ayant laiſſé 36 pouces 6. lignes $\frac{1}{2}$ d'air ; le mercure eſt reſté 2 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$ plus bas.

4. Exper. Ayant laiſſé 465 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ d'air c'eſt à dire, n'ayant mis du mercure que plein le tube de 46 pouces ; il s'eſt arrêté 25 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$ plus bas.

5. Exper. Ayant mis du mercure deux fois plein le tube de 46 pouces ; le mercure eſt reſté 23 pouces 9 lignes plus bas.

Ayant

Ayant mis du mercure 3 fois plein le tube de 46 pouces; le mercure eſt reſté 21 pouces 1 ligne plus bas. 6. Exper.

Ayant mis du mercure 4 fois plein le tube de 46 pouces ; il eſt reſté 18 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 7. Exper.

Cette maniere de meſurer avec le tube de 46 pouces le mercure, me paroiſſant trop longue pour continuer ; je pris alors le parti de le peſer.

Ayant donc mis 2. livres 7 onces 3 gros 40 grains de mercure, qui eſt cinq fois le poids de celui qui emplit le tube de 46 pouces ; le mercure eſt reſté 16 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$ plus bas. 8. Exper.

Ayant mis 2 livres 15 onces 2 gros 48 grains de mercure, qui eſt 6 fois autant; il eſt reſté 13 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 9. Exper.

Ayant mis 3 livres 7 onces 1 gros 56 grains de mercure, qui eſt 7 fois autant; il eſt reſté 10 pouces 11 lignes plus bas. 10. Exper.

Ayant mis 3 livres 15 onces 64 grains de mercure, qui eſt 8 fois autant ; il eſt reſté 7 pouces 11 lignes plus bas. 11. Exper.

Ayant mis 4 livres 7 onces de mercure, qui eſt 9 fois autant; il eſt reſté 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas. 12. Exper.

Ayant mis 4 livres 14 onces 7 gros 8 grains de mercure, qui eſt 10 fois autant ; il eſt reſté 3 pouces plus bas. 13. Exper.

Ayant mis 5 livres 6 onces 6 gros 16 grains de mercure, qui eſt 11 fois autant ; il eſt reſté 4 lignes plus bas. 14. & derniere Experience.

Il faut remarquer qu'en ſuppoſant exactes toutes les meſures & peſées précedentes, il devoit y avoir à dire 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ que le tube à olive ne fût plein : ce qui devoit être le volume naturel de cette experience, lequel ne ſe trouva cependant être que de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{29}$: ſi bien que l'erreur étoit de 1 ligne $\frac{1010}{20.9}$, ou environ 1 ligne $\frac{1}{2}$; ce qui n'eſt pas conſiderable ſur une longueur de plus de 511 pouces, n'en étant pas la $\frac{1}{5603}$ partie : ce que je dis ſeulement pour faire voir qu'il n'y a point eu d'erreur groſſiére dans les meſures & dans les péſées, & pour avertir de prendre le volume naturel de cette experience de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{29}$, au lieu de 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$, qui avec 11

fois 46 pouces font la totale longueur de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$.

Ces experiences faites, je remplis encore entierement le tube à olive ; & le renversement fait, le mercure s'arrêta de même que devant ces experiences, à 28 pouces.

Pour voir maintenant si ces experiences s'accordent à l'hypothese, l'on peut faire une Table où il y ait d'un côté le produit du volume naturel par l'atmosphere, & de l'autré coté le produit du volume dilaté par sa charge.

Mon sentiment étoit que tous les termes qui donnent ces produits n'étoient déterminez par les mesures de l'experience qu'à peu prés, & non dans une entiere exactitude ; & qu'ainsi je ne pouvois pas supposer veritables les unes plutôt que les autres, ni par consequent en conclure rien de certain : & cela d'autant plus que chacune de ces mesures, outre sa difference particuliere de la vraie grandeur, peut differer encore de l'hypothese par l'erreur des trois autres mesures.

Ainsi, par exemple, si la mesure du volume dilaté est plus petite que la veritable grandeur de ce volume ; l'experience paroîtra déja s'éloigner de l'hypothese par l'erreur particuliere de cette mesure, en donnant ce volume dilaté plus petit que le calcul. J'avouë que s'il n'y avoit point d'autre erreur à craindre, cela ne meriteroit pas qu'on y fît attention, d'autant plus que c'est l'usage ordinaire.

Mais si, outre que le volume dilaté a été mesuré plus petit qu'il n'est, la mesure du volume naturel est prise plus grande qu'elle n'est veritablement ; cette seconde erreur, aprés le renversement fait, ajoûtera encore au volume dilaté du calcul une grandeur qui rendra la difference du calcul & de l'experience encore plus considerable.

Que si encore la mesure de l'atmosphere est prise moindre que le poids de l'atmosphere, un même poids causant plus de changement sur un volume d'air fort dilaté, que sur la même quantité d'air moins dilatée ; le calcul par

cette raiſon donnera encore le volume dilaté plus grand que l'experience.

Enfin, ſi en meſurant le tube, ſa meſure eſt priſe plus grande que ſa grandeur veritable ; cela augmentera encore dans le calcul la grandeur du volume dilaté.

A cauſe de ces quatre erreurs de meſure, qui ne ſont point erreurs d'hypotheſe, il me paroiſſoit que le volume dilaté, trouvé par le calcul, pouvoit differer aſſez ſenſiblement de celui de l'experience, ſans qu'on en pût rien conclure contre la verité de l'hypotheſe.

Au contraire, il me paroiſſoit que cela jettoit dans l'impoſſibilité de diſtinguer d'où la difference entre le calcul & l'experience pouvoit provenir, à moins que l'experience ne s'éloignât conſiderablement de l'hypotheſe : car alors il faudroit conclure contre l'hypotheſe, les meſures ne s'éloignant de la verité que de parties peu conſiderables, & ne pouvant par cette raiſon produire une difference fort grande.

Je croyois donc que tant que la difference du calcul & de l'experience ſeroit peu conſiderable, il étoit comme impoſſible de dire ſi elle procedoit de l'erreur des meſures, qui par la nature de la choſe ſe rejettent toutes à la fois les unes ſur les autres, ou de la fauſſeté de l'hypotheſe.

Mais nonobſtant tout cela, quelques perſonnes tres-habiles de la Compagnie, au jugement deſquels je dois déferer, ayant eſtimé que l'on peut ſuppoſer pour abſolument vraies les meſures de l'atmoſphere, celles du volume naturel, & la longueur du tube; je ne ſoûtiendray pas davantage le contraire, & je veux bien ſuppoſer avec eux que ces grandeurs ſont vraies.

Sur ce pied, la difference qu'il y aura entre le produit du volume naturel par l'atmoſphere, & le produit du volume dilaté par ſa charge, ſera la difference qu'on devra croire être entre l'hypotheſe & l'experience : quoyque ſi mon ſentiment eût eu lieu, tout ce qu'on en auroit dû conclure, c'eſt que ces produits étant à peu près égaux,

ce ſeroit une grande induction pour croire que l'hypotheſe & l'experience ne s'écartent pas l'une de l'autre.

DES ECUMES PRINTANIERES.

PAR M. POUPART.

1705. 10, Juin. ON voit naître au Printems certaines Ecumes blanches qui s'attachent indifferemment à toutes ſortes de plantes. On peut les appeller Printanieres, parcequ'elles paroiſſent au Printems, plutôt ou plus tard ſelon que la ſaiſon eſt plus ou moins avancée.

Pluſieurs Naturaliſtes ont parlé de ces Ecumes ſans en avoir connu la cauſe. Ceux qui ont recours à la Phyſique generale croient que ce ſont des vapeurs qui s'élevent de quelques terres par la chaleur du Printems, & vont s'attacher aux plantes qu'elles rencontrent. Ils apportent pour raiſon qu'on voit quelquefois un petit eſpace de terre dont les plantes ſont parſemées de ces Ecumes, & qu'enſuite on feroit dix lieuës ſans en pouvoir trouver d'autres; ce qui fait voir qu'il n'y a que certaines terres propres à former ces Ecumes.

Iſidore de Seville croit que ces Ecumes ſont des crachats de Coucou. Cette penſée peut lui être venuë de ce qu'elles reſſemblent à de petits crachats, ou de ce qu'elles naiſſent lorſque le Coucou commence à paroître, & de ce qu'elles diſparoiſſent environ le tems qu'il ſe retire, ou enfin de ce qu'en volant d'un lieu dans un autre, il fait quelquefois un ralement avec la gorge comme s'il vouloit cracher.

Quelques-uns penſent que c'eſt le ſuc des plantes qui s'extravaſe, & Moufet dit que c'eſt une roſée écumeuſe.

Swamerdam eſt de tous les Naturaliſtes celui qui a le

mieux connu ces Ecumes. Il prétend que ce ſont des Sauterelles qui les font avec la bouche. Il a eu raiſon de dire que ce ſont ces petits animaux qui les font; mais ce n'eſt pas avec la bouche: ainſi il n'en a parlé que par conjecture.

Je pourrois rapporter pluſieurs autres penſées que l'on a euës ſur ces Ecumes: mais comme elles ſont toutes fauſſes, je ne m'y arrêteray pas davantage. Voici comme la choſe ſe paſſe.

On voit pendant l'Eſté certaines Sauterelles que les Naturaliſtes ont appellées Sauterelles puces Formica-Pulex, à cauſe qu'elles ſont fort petites, & qu'elles ſautent comme des puces. Leurs pieds de derriere n'excedent pas la hauteur de leur dos, comme font ceux des autres Sauterelles: Ils ſont toûjours pliez ſous le ventre comme ceux des puces, ce qui fait qu'elles ſautent fort vîte & ſans perdre de tems, parcequ'il n'y en a point entre leurs ſauts.

J'ay déja fait remarquer dans le Journal des Sçavans du Lundy 10 Aouſt de l'année 1693, que ces petites Sauterelles ont un aiguillon roide & fort pointu, avec lequel elles tirent le ſuc de plantes.

Cette petite remarque eſt curieuſe, parcequ'il n'y a que ces eſpeces de Sauterelles qui aïent un aiguillon. Toutes les autres qui nous ſont connuës ont une bouche, des levres & des dents, avec leſquelles elles mangent les herbes, & même la vigne.

Vos locuſtæ . . . .
Ne meas lædatis vites: ſunt enim teneræ.

Nos Sauterelles puces font des œufs, d'où il ſort au Printems d'autres petites Sauterelles qui ſont envelopées pendant quelque tems d'une fine membrane. Cette membrane eſt un foureau qui a des yeux, des pieds, des aîles & d'autres organes, qui ſont les étuis de ſemblables parties du petit animal qu'elles renferment. Quand il ſort de ſon œuf il paroit comme un petit ver blanchâtre, qui n'eſt pas plus gros que la pointe d'une aiguille. Quelques jours après il devient couleur de verd de pré, que le ſuc

des plantes dont il se nourrit, pourroit bien lui communiquer. Alors il ressemble presque à un petit crapaut ou à une grenoüille verte qui monte sur les arbres, & qu'on appelle pour cette raison *Rana arborea*, c'est à dire, grenoüille d'arbre. Qoyque cet insecte soit envelopé d'une membrane, il ne laisse pas de marcher fort vîte & hardiment; mais il ne saute & ne vole point qu'il n'ait quitté sa pellicule.

Aussi-tôt qu'il est sorti de son œuf, il monte sur une plante qu'il touche avec son anus pour y attacher une goutelette de liqueur blanche & toute pleine d'air. Il en met une seconde auprès de la premiere, puis une troisiéme, & il continuë de la sorte jusqu'à ce qu'il soit tout envelopé d'une grosse écume, dont il ne sort point qu'il ne soit devenu un animal parfait, c'est à dire, qu'il ne soit délivré de la membrane qui l'environne.

Pour jetter cette écume, il fait une éspece d'arc de la moitié de son corps, dont le ventre devient la convexité; il recommence à l'instant un autre arc opposé au premier, c'est à dire que son ventre devient concave de convexe qu'il étoit. A chaque fois qu'il fait cette double compression, il sort une petite écume de son anus, à laquelle il donne de l'étenduë en la poussant de côté & d'autre avec ses pieds.

J'ay mis sur une jeune Mente plusieurs de ces petites Sauterelles: les feüilles sur lesquelles elles firent leurs écumes ne grandirent point, & celles qui leur étoient opposées devinrent de leur grandeur naturelle. Cela fait voir que ces insectes vivent du suc des plantes tandis qu'ils sont dans leurs écumes.

Quand la jeune Sauterelle est parvenuë à une certaine grandeur, elle quitte son enveloppe quelle laisse dans l'écume, & elle saute dans la campagne.

Cette écume la garantit des ardeurs du Soleil qui la pourroient dessecher. Elle la préserve encore des araignées qui la suceroient, comme je l'ay vû arriver quelquefois.

On dit à la campagne que ces écumes ſont un préſage de beau-tems : mais c'eſt qu'elles n'y paroiſſent que quand le tems eſt beau, le mauvais tems les détruit.

NOUVELLES CONSTRUCTIONS ET CONSIDERATIONS SUR LES QUARRÉS MAGIQUES AVEC LES DEMONSTRATIONS.

PAR M. DE LA HIRE

J'Ay communiqué autrefois à l'Academie quelques conſtructions que j'avois trouvées pour les Quarrés Magiques, & principalement pour les pairs; & je m'étois contenté alors de donner des regles ſimples & faciles à pratiquer, pour ranger les nombres d'un Quarré naturel & en progreſſion arithmetique, dans un ordre qu'on appelle Magique, enſorte que toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales fiſſent une même ſomme. J'avois auſſi trouvé dans ce tems-là d'autres nombres, qui étant rangés dans un certain ordre, avoient quelque rapport aux Quarrés Magiques. Mais à l'occaſion de ce qui a été publié depuis peu ſur ces ſortes de Quarrés, j'ay repris ce travail; & j'ay trouvé enfin une methode generale qui comprend toutes les Conſtructions differentes qu'on a données juſqu'icy, leſquelles n'en ſont que des cas particuliers, & j'en rapporte la demonſtration qui eſt très-ſimple. Je ne parleray preſentement que des Quarrés dont la Racine eſt impaire, réſervant les autres pour un autre tems. 1705. 13. Juin.

PROPOSITION I.

Soit un Quarré de cellules dont la racine eſt impaire, comme ſept. Et ſoit propoſé ſept nombres tels qu'on vou-

dra & dans quel ordre on voudra, leſquels il faut placer dans les cellules de ce Quarré, enſorte qu'ils faſſent une même ſomme dans toutes les bandes horizontales, verticales & diagonales, & qu'ils ne ſoient point repetés dans aucune de ces bandes.

Soient les nombres pris à volonré, & dans quelque ordre que ſoit 10, 5, 3, 9, 13, 8, 11.

Je place d'abord ces nombres dans la bande des cellules horizontale & ſuperieure, en commençant à gauche & en allant vers la droite, comme on les voit dans la figure du quarré.

Je mets enſuite dans la ſeconde bande horizontale en deſcendant les mêmes nombres & dans le même ordre ; mais il faut que le premier de cette bande ſoit le ſecond de l'ordre propoſé aprés le premier de la bande ſuperieure, & ce ſera 3 qui eſt le troiſiéme de l'ordre, & continuant enſuite à remplir cette bande avec les nombres dans l'ordre propoſé, en recommençant au premier quand on eſt venu au dernier.

On fera la même choſe pour la troiſiéme bande horizontale en deſcendant, en commençant au ſecond nombre de l'ordre aprés celui qui a commencé la bande immediatement ſuperieure, & continuant enſuite à placer tous les nombres de l'ordre.

10	5	3	9	13	8	11
3	9	13	8	11	10	5
13	8	11	01	5	3	9
11	10	5	3	9	13	8
5	3	9	13	8	11	10
9	13	8	11	10	5	3
8	11	10	5	3	9	13

Par ce moyen on remplira toutes les cellules du Quarré avec les nombres propoſés, enſorte que les mêmes nombres ne ſe trouveront point repetés deux fois dans aucune des bandes horizontales, verticales, ni diagonales, & par conſequent la ſomme de tous ces nombres dans toutes ces bandes ſera égale, laquelle eſt icy 59.

DEMONSTRATION.

1°. Il eſt évident que toutes les bandes horizontales auront chacune tous les nombres de l'ordre propoſé ; mais les

les verticales les auront auſſi, & ils n'y ſeront point repetés. Car par la conſtruction dans chaque bande verticale, les nombres y ſeront toûjours les deuziémes de ſuite dans ceux de l'ordre ; & puiſque le nombre de l'ordre eſt impair, il ſenſuit que le nombre 2 ne pouvant pas diviſer exactement celui de l'ordre, les ſept nombres de l'ordre doivent s'y trouver.

2°. Maintenant pour ce qui eſt des bandes diagonales, ſi l'on conſidere d'abord celle qui va en deſcendant de gauche à droite & qui eſt icy 10, 13, où les nombres de ſuite ſont 10, 9, 11, &c. on voit que puiſque le nombre qui eſt immediatement au-deſſous d'un autre dans la même bande verticale, eſt le ſecond aprés celui qui eſt au-deſſus, comme 3 au-deſſous de 10, & que 9 qui eſt dans la même horizontale que 3, ſuit immediatement 3 dans l'ordre propoſé, le nombre 9 qui ſera au-deſſous de 10 ſuivant la diagonale, ſera le troiſiéme aprés 10 dans l'ordre propoſé.

Ce ſera la même démonſtration pour le nombre 11 qui ſuit 9 ; car le nombre 8 qui eſt au-deſſous de 9, eſt le ſecond aprés 9 dans l'ordre propoſé, & le nombre 11 y ſuit le nombre 8 ; donc le nombre 11 ſera le troiſiéme aprés 9. Mais comme ce ſera la même choſe pour tous les autres, & que la racine du Quarré propoſé eſt un nombre non diviſible par trois, il s'enſuit que tous les nombres de la bande diagonale ſeront ceux de l'ordre propoſé.

COROLLAIRE

Pour cet Article de la Démonſtration.

Il s'enſuit de-là que ſi la racine propoſée impaire étoit un multiple de 3, comme 9, 15, 21, &c. les nombres de cette bande reviendroient les mêmes aprés 3, 5, 7, &c. qui ſont les quotiens de la diviſion de la racine par 3 ; & par conſequent cette bande ſeroit fauſſe, à moins que ces nombres 3, 5, 7, &c. repetés trois fois dans la bande ne fuſſent égaux au tiers de la ſomme des nombres de l'ordre.

3°. Il reste encore à faire la démonstration pour l'autre bande diagonale 11, 8 qui descend de droite à gauche. Nous avons déja dit que le nombre 10 qui est au-dessous de 8, est le second aprés 8 dans l'ordre proposé ; mais le nombre 11, est le premier aprés 8 dans le même ordre ; donc le nombre 10 est le premier aprés 11 dans l'ordre, lequel nombre 10 suit le nombre 11 dans la diagonale. Ce sera la même chose pour le nombre 5 qui suit le nombre 10 en descendant, & pour tous les autres ; & par consequent tous les nombres de cette bande en descendant depuis 11 jusqu'à 8, seront de suite ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE GENERAL.

Il s'ensuit par cette construction que toutes les bandes paralleles aux deux diagonales 10, 13 & 11, 8, auront tous leurs nombres dans le même ordre que celles ausquelles elles sont paralleles ; & de plus que si l'on joint ensemble les paralleles correspondantes d'un côté & d'autre de la diagonale, comme les bandes paralleles 9, 11 & 10, 3, elles auront tous leurs nombres qui sont égaux à la racine, dans le même ordre que ceux des diagonales à qui elles sont paralleles, & ces paralleles correspondantes sont éloignées l'une de l'autre du nombre de cellules égal à la racine proposée, & icy elles sont les septiémes ; & leur somme sera aussi égale à celle des nombres de l'ordre, ce qui est une proprieté particuliere de ces Quarrés.

PROPOSITION II.

On pourra aussi disposer ces nombres d'une autre maniere dans les cellules du Quarré, le même ordre étant donné dans la premiere bande horizontale.

10	5	3	9	13	8	11
9	13	8	11	10	5	3
11	10	5	3	9	13	8
3	9	13	8	11	10	5
8	11	10	5	3	9	13
5	3	9	13	8	11	10
13	8	11	10	5	3	9

On mettra à la premiere cellule de la seconde bande horizontale, le troisiéme nombre 9 de l'ordre proposé aprés le premier 10 de la bande superieure, & l'on remplira les autres cel-

lules de cette bande dans le même ordre que le proposé, comme on voit dans cette Figure. Pour la troisiéme bande ce sera le nombre 11 qui est le troisiéme de l'ordre après le superieur 9, & ainsi de suite; & les cellules du Quarré seront remplies comme il faut.

DEMONSTRATION

1°. La démonstration de cette operation est la même que celle de la proposition précedente; car il est évident que tous les nombres de l'ordre se trouveront dans chacune des bandes horizontales, & par consequent ils n'y seront pas repetés deux fois. Ce sera aussi la même chose pour les bandes verticales, pourvû neanmoins que la racine du Quarré proposé ne soit pas divisible par 3; car si elle est divisible par 3, les mêmes nombres reviendront dans les bandes verticales après une suite de nombres égaux au quotient de la division de la racine par 3, & ces nombres s'y trouveront trois fois, comme si la racine étoit 15, ils y reviendroient de 5 en 5, & trois fois dans chaque bande. Si elle étoit 21, ils y reviendroient de sept en sept, & ils y seroient repetés trois fois, ce qui est évident, puisqu'on prendroit toûjours dans la premiere bande verticale le troisiéme nombre de l'ordre proposé aprés celui qui est immediatement au-dessus.

Ils s'ensuivra aussi la même chose dans toutes les autres bandes verticales où les nombres seront repetés de la même maniere, & par consequent les sommes des nombrees de toutes les bandes verticales ne pourront jamais être égales entr'elles, si ce n'est dans quelques cas particuliers, à cause que dans ces bandes il y aura differens nombres repetés.

2°. Pour la bande diagonale qui descend de gauche à droite, comme 10, 9, les nombres y seront les quatriémes de suite aprés le premier, qui est un de plus que celui qu'on a pris pour recommencer les horizontales. C'est-pourquoi la racine proposée étant impaire, & ne pouvant être divisée par 4, tous les nombres de cette diagonale seront

ceux de l'ordre pris de quatre en quatre dans l'ordre proposé, & cela seroit même ainsi quand les nombres seroient repetés dans les bandes verticales.

3°. Pour l'autre diagonale 11, 13, il s'ensuit, comme on a dit dans l'autre Proposition, que les nombres y seront les seconds de suite dans l'ordre aprés le premier de la bande; & comme la racine est impaire qui ne peut être divisée par 2, tous les nombres de cette bande seront differens & seront ceux de l'ordre.

COROLLAIRE.

Ce que nous avons dit des bandes paralleles aux diagonales dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut de même prendre quel nombre on voudra dans l'ordre aprés le premier pour recommencer la bande horizontale suivante : mais on remarquera en general que les complémens jusqu'à la racine des nombres que l'on prend, comme si l'on avoit pris le quatriéme aprés le premier dans la racine 7, dont le complément seroit 3, les bandes ayant été disposées comme on a fait jusqu'icy par le quatriéme, seront ceux de la même disposition, comme si l'on avoit commencé par la droite, & qu'on eût été vers la gauche, en prenant aussi les troisiémes nombres de l'ordre, mais en allant dans le sens contraire où l'on a été.

Tout cecy est évident par la construction, & par ce qu'on a déja démontré dans les deux précedentes Propositions. Mais on remarquera aussi que si la racine impaire est divisible par quelque nombre, & qu'on prenne dans l'ordre celui qui repond au diviseur, comme dans la racine 15 si l'on prend les cinquiémes aprés le premier pour commencer la bande horizontale suivante, certains nombres seront repetés de 3 en 3 dans toutes les bandes verticales, & ils s'y trouveront chacun cinq fois, comme on peut voir dans le Quarré suivant de 15 de racine, à cause

10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	11	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11

que le quotient de 15 divisé par 5 est 3; & dans la diagonale, en descendant de gauche à droite, les nombres y seront les sixiémes de l'ordre aprés le premier, qui est un de plus que le cinquiéme qu'on a pris, & au contraire dans l'autre bande diagonale ils sont les quatriémes, qui est un de moins. Et si le nombre impair est aussi divisible par une des parties de 6 comme 3, la diagonale où les nombres sont les sixiémes de l'ordre, aura des nombres repetés de cinq en cinq, qui est le quotient du nombre 15 divisé par 3. Ce sera la même chose pour d'autres nombres.

On pourra donc aussi prendre pour le premier nombre de la seconde bande horizontale, le premier aprés le premier de l'ordre, & par consequent tous les nombres en descendant dans toutes les bandes verticales seront de suite comme ceux de l'ordre; & comme ceux de la bande diagonale qui descend de gauche à droite doivent être d'une unité plus avancés dans l'ordre, ils seront les seconds de l'ordre proposé. Mais ceux de la bande diagonale qui descend de droite à gauche, doivent être d'une unité moins avancés; ils seront donc tous les mêmes, comme aussi ceux de ses paralleles.

Il s'ensuit donc de-là que tous les nombres de cette bande diagonale étant les mêmes, elle ne sera pas juste si ce nombre étant multiplié par la racine n'est égal à la som-

me de tous les nombres de l'ordre, & il sera le moyen dans une progression arithmetique.

Dans cette disposition toutes les bandes paralleles & correspondantes à cette diagonale, auront aussi chacune partout un même nombre ; c'est-pourquoy elles ne réüssiront pas.

Ce sera aussi la même chose si l'on prend pour le premier de la seconde bande horizontale le dernier de l'ordre ; car alors la bande diagonale qui descend de gauche à droite aura tous les mêmes nombres, comme aussi ses paralleles.

COROLLAIRE I.

Pour les Propositions précédentes.

On pourra connoître d'abord si un ordre de nombres pourra réüssir dans une disposition donnée & dans un Quarré donné, puisqu'on voit suivant la nature du Quarré si le défaut sera dans les verticales ou dans les diagonales.

Mais on voit generalement que lorsque les racines des Quarrés sont des nombres premiers, toutes les constructions peuvent être bonnes, en observant ce qui vient d'être dit pour les diagonales, qui ont partout le même nombre, soit qu'on prenne le premier aprés le premier de l'ordre, ou bien le dernier pour commencer la seconde bande horizontale.

COROLLAIRE II.

On peut encore former ces Quarrés par les bandes verticales au lieu des horizontales, comme on a fait cy-devant, en y observant les mêmes regles des horizontales. Mais on remarquera que si un Quarré a été fait par les verticales & en descendant, il se trouvera disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales ; mais alors la repetition de l'ordre se trouve en sens contraire : par exemple, si dans la seconde verticale on avoit pris le second nombre de l'ordre de la premiere en descendant pour recom-

mencer celle-cy dans un Quarré de 7 de racine, & le Quarré étant tout diſpoſé ſuivant cette methode, il ſe trouvera auſſi diſpoſé comme s'il avoit été fait par les horizontales, en recommençant les bandes inferieures par le cinquiéme de l'ordre, a cauſe que 5 eſt le complément juſqu'à la racine de celui qui a ſervi pour recommencer les verticales.

Enfin un quarré fait par les verticales étant couché ſur le côté, ſera de même que s'il avoit été fait par les horizontales; mais par une repetition qui ſera le complément juſqu'à la racine, de celle qui a ſervi à le former.

Puiſque la formation des Quarrés par les verticales eſt la même que celle des horizontales, nous nous ſervirons des horizontales dans la ſuite.

COROLLAIRE III.

On peut faire en montant ce qu'on a fait en deſcendant pour recommencer les bandes horizontales, enſorte qu'une des bandes étant donnée avec la diſpoſition des ſuivantes en deſcendant, on a auſſi la diſpoſition des précedentes en remontant: car il n'y aura qu'à prendre pour le premier nombre des horizontales précedentes ou ſuperieures, le quantiéme aprés le premier de la bande inferieure, qui eſt le complément juſqu'à la racine du quantiéme qu'on prenoit pour recommencer les inferieures. Comme dans l'exemple de la premiere Propoſition, ſi l'on avoit donne la cinquiéme bande horizontale en deſcendant 5, 3, 9, 13, 8 11, 10, & que pour la bande inferieure ſuivante on eût pris le ſecond 9 aprés le premier, ce qui donneroit pour cette bande 9, 13, 8, 11, 10, 5, 3, il faudroit prendre pour le premier de la bande ſuperieure, le cinquiéme 11 aprés le premier, à cauſe que 5 eſt complément de 2 à 7, & cette bande ſera comme dans l'exemple 11, 10, 5, 3, 9, 13, 8, en conſervant toûjours le même ordre propoſé; & ainſi des autres de ſuite ſoit en montant ou en deſcendant.

Ces trois propoſitions précedentes ne ſont qu'une même Propoſition, & comprennent la methode generale de

construction que je propose icy. Je ne les ay separées que pour faire voir les applications differentes de cette methode, & pour la rendre plus facile.

PROPOSITION IV.

On peut faire les mêmes constructions que dans les Propositions précedentes avec des ordres *mutilés*, c'est à dire avec des ordres où il y ait moins de nombres qu'il n'y en a dans la racine, en substituant des zeros à la place des nombres qui manquent pour remplir l'ordre, ou les cellules de la racine ; comme aussi avec des ordres où il y aura des nombres repetés.

On en peut voir un exemple dans ce Quarrè de 5 de racine, lequel est rempli par la premiere Proposition.

7	0	6	6	2
6	6	2	7	0
2	7	0	6	6
0	6	6	2	7
6	2	7	0	6

Les démonstrations seront les mêmes que celles des Propositions précedentes.

PROPOSITION V.

On peut encore combiner deux Quarrés de même racine, lesquels seront remplis séparément avec quel ordre on voudra, de quels nombres on voudra, en joignant les nombres ensemble de chaque cellule semblable & semblablement posée ; & j'appelle ces deux Quarrés *les Primitifs*, par rapport à celui qui en est formé, que j'appelle *le Quarré Parfait*.

Soit les deux Quarrés Primitifs de 5 de racine chacun, & les nombres & l'ordre du premier. Soient 7, 8, 4, 5, 3, lequel soit rempli suivant la disposition de la premiere Proposition. Et les nombres avec l'ordre du second soit 5, 0, 9, 4, 2, lequel soit rempli par la seconde Proposition.

1. *Primitif.*

7	8	4	5	3
4	5	3	7	8
3	7	8	4	5
8	4	5	3	7
5	3	7	8	4

2. *Primitif.*

5	0	9	4	2
4	2	5	0	9
0	9	4	2	5
2	5	0	9	4
9	4	2	5	0

Maintenant si l'on joint ensemble les nombres de chaque cellule correspondante semblable & semblablement posée

posée dans ces deux Quarrés, on fera le troisiéme Quarré qui sera juste & parfait. Car puisque la somme des nombres de toutes les bandes des deux premiers Quarrés est par tout la même, il se fera aussi une même somme par l'addition de ces mêmes bandes tant horizontales que verticales & diagonales avec leurs paralleles. Mais il arrive assez souvent dans ces sortes de nombres qu'il y en a plusieurs de repetés dans le même Quarré.

Parfait.

12	8	13	9	5
8	7	8	7	17
3	16	12	6	10
10	9	5	12	11
14	7	9	13	4

Il faut remarquer que la disposition des deux Quarrés Primitifs doit être differente, comme icy celle du premier a été faite par la premiere Proposition, & celle du second par la seconde : Car si les deux Quarrés Primitifs avoient une même disposition de leurs nombres dans la repetition de leurs bandes, les nombres qui seroient dans chaque bande y seroient repetés suivant leur disposition, & le Quarré ne laisseroit pas pour cela d'être juste. Et si on les disposoit tous deux en prenant le premier & le dernier de l'ordre, il pourroit y avoir une des diagonales qui seroit fausse, à moins qu'on y observât ce qui a été remarqué dans la Proposition à l'égard des nombres repetés.

Il s'ensuit aussi qu'on peut assembler ou combiner plusieurs Quarrés, comme on en a fait deux dans cette Proposition, & que le Quarré qui en résultera sera parfait, puisque dans toutes les bandes ce ne sera qu'une addition de sommes égales.

PROPOSITION VI.

Les nombres qui sont en progression Arithmetique dans l'ordre des nombres, comme 3, 6, 9, 21, 15, 18, 12, ne sont que des cas des Propositions précedentes ; mais on y peut faire quelques remarques particulieres.

Si l'on propose l'ordre à volonté du Quarré de 7 de racine 3, 5, 2, 1, 4, 7, 6, & qu'on en forme le Quarré par la premiere Proposition, & qu'on prenne aussi l'ordre à volonté des racines de ce Quarré en même progression avec

le zero qui ſoit 28, 7, 0, 42, 35, 21, 14, & qu'on en forme auſſi un Quarré par la ſeconde Propoſition, comme on les voit icy; il s'enſuivra que le Quarré compoſé de ces deux Quarrés ſera juſte & parfait, & qu'il n'y aura aucun nombre repeté, & par conſequent on y trouvera tous les nombres du Quarré juſqu'à 49, & les paralleles aux diagonales ſeront auſſi juſtes.

3	5	2	1	4	7	0
2	1	4	7	0	3	5
4	7	6	3	5	2	1
6	3	5	2	1	4	7
5	2	1	4	7	6	3
1	4	7	6	3	5	2
7	6	3	5	2	1	4

28	7	0	42	35	21	14
42	35	21	14	28	7	0
14	28	7	0	42	35	21
	42	35	21	14	28	7
[illegible]	14	28	7	0	42	35
7	0	42	35	21	14	[illegible]
35	21	14	28		0	42

31	12	12	43	39	28	20
44	36	25	21	34	10	5
18	35	13	3	47	37	22
0	45	40	23	15	32	14
26	16	29	11	7	48	38
8	4	49	41	24	19	30
42	27	17	33	9	1	40

1°. A cauſe des conſtructions differentes des deux Quarrés, les mêmes nombres ne peuvent pas ſe rencontrer dans les mêmes cellules correſpondantes dans chacun des deux Quarrés Primitifs, comme dans le premier Quarré le nombre 3 eſt dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, & dans la ſeconde bande il eſt dans la ſixiéme, dans la troiſiéme il eſt dans la quatriéme, &c. Et dans le ſecond Quarré le nombre 28 eſt dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, mais il eſt le cinquiéme dans la ſeconde bande, & le ſecond dans la troiſiéme, &c. ce qui eſt évident par la conſtruction.

2°. Dans le Quarré parfait il ne ſçauroit y avoir de nombre repeté; car comme chaque multiple de la racine qui ſurpaſſe les nombres de la racine, doit ſe joindre à differens nombres de la racine & avec zero, comme nous venons de voir, chacun de ces multiples joint à la racine doit remplir tout le nombre du Quarré, qui eſt 49 dans cet exemple.

Ce ſera la même démonſtration pour les bandes paralleles aux diagonales.

On pourra auſſi faire ces conſtructions par la 3[e] Propo-

ſition & en differentes manieres, pourvû qu'on obſerve toûjours de faire l'un des Quarrés Primitifs par une conſtruction, & l'autre par l'autre. On voit par-là que le ſeul Quarré de 7 de racine pourra ſe faire en bien des manieres differentes, ſuivant la combinaiſon des differentes conſtructions & diſpoſitions des nombres de l'ordre. Mais il faut obſerver que ſi dans l'un des deux Quarrés Primitifs on ſe ſert d'une conſtruction où il y ait des nombres repetés dans une diagonale, il faudra que ce nombre repeté dans toutes les cellules de la bande diagonale, ſoit le moyen de ceux de l'ordre de ce Quarré, comme ſi c'étoit pour les nombres de la racine de 7, il faudroit que ce fût le nombre moyen 4, qui étant multiplié par 7 ſera égal à la ſomme de tous les nombres de la racine. Et ſi c'étoit l'ordre des racines où le zero eſt employé, il faudroit que ce fût le nombre 21 qui eſt moyen entre le zero & 42.

Ce ſera la même choſe pour tels nombres qu'on voudra en progreſſion Arithmetique, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, dont on remplira la racine, & les nombres qui tiendront lieu des multiples des racines avec le zero ſeront 21, & ſes multiples 42, 63, 84, 105, 126, les uns & les autres placés dans quel ordre on voudra, hormis ceux qui dans la diſpoſition donnent des nombres repetés dans la diagonale, auſquels il faut avoir égard ſuivant les trois premieres Propoſitions.

On peut pour faciliter l'operation du Quarré Primitif qui contient les racines, exprimer ſeulement le nombre des racines & non pas leur valeur, comme 0, 1, 2, 3, 4, &c. au lieu de 0, 7, 14, 21, 28, &c. mais en formant le Quarré parfait on reſtituera ces valeurs.

PROPOSITION VII.

On peut auſſi conſtruire des Quarrés Parfaits avec des nombres en progreſſion Arithmetique, mais interrompuë; comme ſi l'on donnoit les 25 nombres ſuivans dans un Quarré dont les nombres des bandes horizontales ſe ſurpaſſaſſent chacun de 3, & ceux des verticales chacun

Proposé.

1	4	7	10	13
3	6	9	12	15
5	8	11	14	17
7	10	13	16	19
9	12	15	18	21

de 2, on pourra faire de ces nombres un Quarré Parfait par la methode generale.

Il faut d'abord faire un Quarré Primitif par les regles dont tous les nombres seront ceux de l'ordre proposé de la premiere bande horizontale, qui seront ceux des nombres simples, en recommençant, par exemple, les bandes horizontales suivantes par les seconds aprés le premier de la bande horizontale qui est au-dessus.

Primitif des simples.

1	4	7	10	13
7	10	13	1	4
13	1	4	7	10
4	7	10	13	1
10	13	1	4	7

L'autre Quarré Primitif sera celui des Racines, qui ne sont icy que les nombres ajoûtés aux simples nombres repetés dans la progression proposée. Par exemple, la seconde bande horizontale proposée, n'est que la premiere repetée à laquelle on a ajoûté par tout 2, la troisiéme est encore la premiere à laquelle on a ajoûté 4, & ainsi des autres; en sorte que les nombres 0, 2, 4, 6, 8, tiennent icy lieu de racines.

Primitif des Racines.

0	8	4	2	6
2	6	0	8	4
8	4	2	6	0
6	0	8	4	2
4	2	6	0	8

On pourra mettre ces racines dans quel ordre on voudra, & disposer le Quarré par une repetition differente de celle du premier Quarré, comme il est prescrit dans la Proposition précedente, & comme on le voit dans l'exemple qui est icy proposé.

Enfin de ces deux Quarrés Primitifs on en formera le Quarré Parfait, qui aura toutes les conditions requises.

Quarré Parfait.

1	12	11	12	19
9	16	13	9	8
21	5	6	13	10
10	7	18	17	3
14	15	7	4	15

On remarquera que dans ces sortes de Quarrés il pourroit y avoir quelques nombres repetés, mais ce ne seront que ceux qui sont proposés, & qui se trouvent par la progression.

On remarquera aussi que le Quarré de 9 cellules qui a trois de racine, ne peut avoir qu'une seule disposition parfaite, soit que les nombres soient en progression Arithme-

tique continuë ou interrompuë, comme il est expliqué dans les Propositions 6 & 7; mais que Quarré Parfait peut être disposé par le renversement & retournement en 8 manieres differentes.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Faire un Quarré d'une racine donnée, & dont la somme de toutes les bandes soit égale à un nombre donné tel qu'on voudra, sans que les nombres soient repetés dans le Quarré.

Il seroit fort aisé de disposer des nombres repetés dans chaque bande horizontale, ensorte que toutes les bandes fissent une même somme, puisquil n'y auroit qu'à remplir l'ordre par tels nombres qu'on voudroit qui fissent la somme donnée; ce qui seroit évident par les premieres Propositions. Mais il faut les disposer de telle maniere, & prendre des nombres tels qu'il ne s'en rencontre pas deux de semblables dans tout le Quarré parfait; ce qui pourra toûjours être, pourvû que le nombre donné soit égal ou plus grand que celui qui seroit fait des nombres de suite depuis l'unité pour la racine proposée; sinon il se trouvera quelques nombres repetés.

REGLE.

On prendra pour l'ordre du Quarré Primitif des nombres simples, les nombres de suite de la racine, comme pour la racine 5; 1, 2, 3, 4, 5, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour la premiere bande horizontale de ce Quarré. Ayant ôté leur somme du nombre proposé que doivent faire toutes les bandes, on remplira le reste avec autant de nombres qu'en a la racine moins l'unité, à la place de laquelle on mettra 0, & il faudra que ces nombres se surpassent tous les uns les autres, & le 0 au moins de 5 qui est le nombre de la racine, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour le second

Quarré Primitif, & ces deux Quarrés étant remplis suivant les premieres Propositions, si on les combine il en resultera un Quarté Parfait avec les conditions requises.

EXEMPLE.

Soit la racine 5 du Quarré proposé, & on demande que la somme des nombres de toutes les bandes soit 81, nombre donné qui est plus grand que *65*, qui seroit celui du Quarré de 5 rempli avec tous les nombres de suite depuis l'unité.

Premier Quarré.

4	5	5	1	2
3	1	2	4	5
2	4	5	3	1
5	3	1	2	4
1	2	4	5	3

Second Quarré.

18	0	5	12	31
12	31	18	0	5
0	5	12	31	18
31	18	0	5	12
5	12	35	18	0

Quarré Parfait.

22	5	8	13	33
15	32	20	4	10
2	9	17	34	19
36	21	1	7	16
6	14	32	23	3

Ayant pris par la regle pour l'ordre du premier Quarré les nombres de la racine rangés à volonté, comme on voit dans le premier Quarré 4, 5, 3, 1, 2; dont la somme est 15, laquelle étant ôté de 81, somme donnée des bandes, il restera *66*, qu'on pourra remplir des nombres 18, 0, 5, 12, 31, lesquels depuis le 0 se surpassent de 5 & plus, qui est le plus grand nombre de l'ordre du premier Quarré.

Ces deux Quartés étant disposés comme on voudra par les premieres Propositions, on en fera le Quarré Parfait en combinant les cellules correspondantes, & ce Quarré aura toutes les conditions requises.

DEMONSTRATION.

La démonstration de cette operation est facile aprés ce qu'on a démontré des precedentes. Car puisque le zero du second Quarré se doit joindre dans le Quarré Parfait avec les differens nombres du premier Quarré, il est evident qu'on aura dans ce Quarré Parfait & dans chacune de ses bandes l'un des nombres du premier Quarré sans y

être repeté, & le plus haut sera 5, qui est le plus haut du premier Quarré.

Semblablement le second nombre 5 du second Quarré se doit aussi joindre pour le Quarré Parfait, & dans chacune de ses bandes, avec tous les nombres du premier Quarré, & ces nombres seront tous plus grands que ceux qui y sont déja, puisque ce nombre 5 étant joint avec 1 fera 6, qui est plus grand que 5 qui étoit le plus haut de ceux qu'on y avoit déja placés, & le plus haut de ceux-cy sera 5 joint à 5 qui fera 10.

De même le nombre 12 qui est plus grand que 10 se joignant aussi à tous les nombres du premier Quarré, fera des nombres plus grands que les précedens; & ainsi des autres jusqu'à la fin. C'est-pourquoy il ne se trouvera dans le Quarré Parfait aucun nombre repeté deux fois, & il sera parfait par la Proposition sixiéme, & toutes ses bandes feront 81, comme il étoit proposé.

Il est évident que si le nombre proposé étoit moindre que 65 dans cet exemple, il y auroit des nombres repetés deux fois dans le Quarré Parfait; puisque necessairement quelques nombres du second Quarré se joignant avec ceux du premier feroient une même somme, comme si au lieu de 12 on y avoit 7, dont la difference à 5 seroit moindre que 5, comme il arriveroit à quelques nombres du second Quarré, ce nombre 7 se joignant avec 2 feroit 9, de même que 5 auroit fait auparavant en se joignant avec 4, & ainsi des autres.

On pourroit aussi au lieu des nombres du premier Quarré en prendre d'autres tels qu'on voudroit, comme 1, 2, 4, 5, 7; mais il faudroit que leur somme étant ôté du nombre donné, le reste pût remplir l'ordre du second Quarré avec le zero, o. & le nombre 7 & ses multiples au moins, car ce nombre 7 est le plus grand de ceux de l'ordre du premier Quarré: ce qui est évident par la precedente démonstration; car autrement il y auroit, ou il pourroit y avoir des nombres repetés dans le Quarré Parfait.

On pourra varier ces Quarrés en plusieurs manieres.

PROPOSITION IX.

On peut faire par ces methodes que quelque nombre que ce ſoit du nombre quarré propoſé, ſe trouve dans quelle cellule on voudra du Quarré, & même l'unité au milieu, & en pluſieurs manieres, mais ſeulement dans les Quarrés plus hauts que 9.

Par exemple, ſi l'on veut que l'unité ſoit dans la cellule du milieu du quarré, on mettra d'abord cette unité dans la cellule du milieu du premier Quarré Primitif, & l'on diſpoſera enſuite les autres nombres de la racine qui ſont les nombres ſimples dans quel ordre on voudra pour la bande horizontale où eſt placé le premier nombre. Enſuite on formera les autres bandes tant en deſcendant qu'en montant par quelqu'une des diſpoſitions des premieres propoſitions.

On fera enſuite le ſecond Quarré Primitif, qui eſt celui des racines, en plaçant le o dans ſa cellule du milieu, qui eſt correſpondante à celle où l'on a placé l'unité dans l'autre, & l'on donnera à la bande horizontale où il eſt quel ordre on voudra à ces racines, & l'on achevera ce Quarré par une diſpoſition differente de celle du premier pour recommencer les bandes horizontales; par ce moyen on fera un Quarré Parfait par les regles de la ſixiéme Propoſition qui aura la condition requiſe.

Si c'étoit un autre nombre, comme 22, dans quelque cellule marquée pour le Quarré de 5 de racine, on ôteroit de ce nombre autant de fois la racine qu'on pourroit, qui ſeroit icy 4, & le reſte 2 ſe mettroit dans la cellule marquée, & l'on acheveroit le premier Quarré Primitif comme on vient de dire. Dans le ſecond Quarré Primitif on mettroit les quatre racines dans la cellule correſpondante à celle qui eſt marquée, & achevant auſſi ce Quarré des racines ſuivant la regle, on trouveroit par la combinaiſon de ces deux Quarrés, un Quarré Parfait ſuivant le requis; ce qui eſt évident par la ſixiéme Propoſition, & comme on le peut voir icy dans l'exemple où le nombre 22 doit être

être à la seconde cellule de la seconde bande horizontale.

Premier.

1	4	3	2	5
3	2	5	1	4
5	1	4	3	2
4	3	2	5	1
2	5	1	4	3

Second.

3	2	1	0	4
0	4	3	2	1
2	1	0	4	3
4	3	2	1	0
1	0	4	3	2

Parfait.

16	14	8	2	25
3	22	20	11	9
15	6	4	23	17
24	18	12	10	1
7	5	21	19	13

PROPOSITION X.

On peut aussi faire des Quarrés comme dans la sixiéme Proposition ; ensorte que toutes les cellules du Quarré étant prises deux à deux, & étant centralement opposées & également éloignées du centre, auront partout leurs nombres ensemble égaux au double du nombre de la cellule du milieu du Quarré ; ce qui est aussi la somme des deux extrêmes. 1705. 17. Juin.

Cette Proposition n'est qu'un cas des premieres, & la construction n'en est pas differente : elle demande seulement une certaine disposition des nombres de l'ordre ; mais on ne la peut faire qu'avec des nombres qui soient en progression Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c.

CONSTRUCTION.

Dans la bande horizontale du milieu du premier Quarré, il faut placer dans la cellule du milieu le nombre moyen de la progression, comme on voit le nombre 4. dans le premier Quarré suivant qui a sa racine 7 ; & l'on placera aussi dans cette même bande les autres nombres de la racine comme on voudra, pourvû seulement que ceux qui seront dans les cellules également éloignées de celle du milieu, fassent ensemble un nombre double de celui de la cellule du milieu ; ce qui se peut faire à cause de la progression Arithmetique proposée, comme on le peut voir dans la Figure suivante.

Pour le second Quarré dont l'ordre sera fait de 0 & des

multiples de la racine, on y obſervera la même regle pour placer ces nombres dans la bande horizontale du milieu, enſorte que le nombre 21 ſera au milieu, & ceux qui ſeront également éloignés de la cellule du milieu feront enſemble une ſomme double de 21.

Premier Quarré.

1	5	3	7	2	4	6
7	2	4	6	1	5	3
6	1	5	3	7	2	4
3	7	2	4	6	1	5
4	6	1	5	3	7	2
5	3	7	2	4	6	1
2	4	6	1	5	3	7

Second Quarré.

0	21	42	35	14	28	7
14	28	7	0	21	42	35
21	42	35	14	28	7	0
28	7	0	21	42	35	14
42	35	14	28	7	0	21
7	0	21	42	35	14	28
35	14	28	7	0	21	42

Quarré Parfait.

1	26	45	42	16	32	13
21	30	11	6	22	47	38
27	43	40	17	35	9	4
31	14	2	25	48	36	19
46	41	15	33	10	7	22
12	3	28	44	39	20	29
37	18	34	8	5	24	49

Maintenant ſi l'on acheve ces deux Quarrés chacun par une conſtruction differente, comme il eſt marqué dans la ſixiéme Propoſition, ſur les ordres de la bande horizontale du milieu, tant en deſcendant qu'en montant, par exemple, pour le premier Quarré en prenant le troiſiéme nombre de l'ordre pour le premier de la bande ſuivante, & pour le ſecond Quarré en prenant le quatriéme de ſon ordre: ces deux Quarrés auront chacun les conditions de la Propoſition, & étant combinés par la ſixiéme Propoſition, ils formeront le Quarré Parfait, qui contiendra tous les nombres du Quarré qui ſont ici 49, & il aura toutes les conditions de la Propoſition : car tou-

tes les cellules du Quarré centralement opposées font ensemble 50, qui est un nombre double de 25. de la cellule du milieu.

On remarquera que dans cette disposition de nombres, on peut prendre pour recommencer les bandes horizontales suivantes, le premier de l'ordre aprés le premier ou bien le dernier; car dans ces deux cas l'une des diagonales a toûjours les mêmes nombres, & ce nombre sera le moyen de l'ordre par la construction, puisqu'il est égal à celui de la cellule du milieu du Quarré : c'est-pourquoy par les remarques de la troisiéme Proposition cette construction sera bonne.

DEMONSTRATION.

Chacun des deux Quarrés Primitifs a toutes les conditions de la Proposition, & par consequent le Quarré Parfait les aura aussi. Car dans le premier Quarré le nombre 4 est au milieu, celui qui est au-dessus est 3, & celui qui est au-dessous est 5 : mais il y a même distance de 3 à 4 ou de 4 à 3, que de 4. à 5. dans l'ordre par la construction; car toutes les cellules verticales de suite ont des nombres également éloignés les uns des autres par la seconde Proposition; & puisque par la construction ceux qui sont également éloignés du milieu font ensemble une somme égale au double de celle du milieu, 3 & 5 feront cette somme 8 égale à deux fois 4, & ils sont centralement opposés.

Mais par la construction ceux des côtés 2 & 6 sont aussi également éloignés de 4 & centralement opposés, ils feront donc aussi ensemble 8.

Maintenant le nombre 5, qui est au-dessus de 2, en est éloigné de trois cellules dans l'ordre par la construction, & 3 qui est au-dessous de 6, est aussi éloigné de 6 de trois cellules de l'autre côté, & 2 & 6 sont également éloignés de 4 l'un d'un côté & l'autre de l'autre; donc 5 & 3 seront également éloignés de 4 dans l'ordre l'un d'un côté & l'autre de l'autre & centralement opposés, & par consequent ils feront ensemble une somme double de 4.

Ce ſera la même démonſtration pour les autres nombres de ce Quarré en paſſant ſucceſſivement des uns aux autres. Ce ſera encore la même methode de démonſtration pour le ſecond Quarré ; & par conſequent le Quarré Parfait qui eſt une combinaiſon des deux premiers, aura toutes les mêmes proprietés qu'ils ont, qui ſont celles de la Propoſition ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

Les Quarrés Parfaits étant conſtruits comme dans la Propoſition précedente ; Je dis qu'on peut les varier en pluſieurs autres qui ne ſuivront plus les regles précedentes.

Ces variations ſe feront en tranſpoſant les bandes les unes à la place des autres , c'eſt à dire les verticales à la place des verticales, & les horizontales à la place des horizontales ; mais avec cette regle, que celles qui étoient également éloignées de celle du milieu, le ſoient encore aprés leur tranſpoſition.

Par exemple , ſi dans le Quarré de 7 de racine de la Propoſition précedente , je tranſpoſe la premiere bande horizontale & que je la mette à la place de la troiſiéme, & la troiſiéme à la place de la premiere ; il faut auſſi mettre la derniere à la place de la cinquiéme, & la cinquiéme à la place de la derniere, ce Quarré changé ſera encore parfait : car alors toutes les cellules oppoſées centralement & également éloignées du centre, ſe trouvent encore également éloignées du centre & centralement oppoſées. Ce ſera la même choſe pour le changement des autres bandes tant horizontales que verticales.

PROPOSITION XII.

Il y a encore d'autres variations qui ſervent à rendre des Quarrés parfaits, leſquels ne le ſeroient pas par la conſtruction ſuivant les premieres Propoſitions. Il ſuffira d'en donner quelques exemples pour les faire connoître.

Soient les deux Quarrés Primitifs formés par la Propoſi-

tion quatriéme, où l'on prend pour le premier, qui eſt celui des nombres ſimples, le dernier nombre de l'ordre de la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde; & pour le ſecond, qui eſt celui des racines, on prend le premier de l'ordre aprés le premier dans la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde.

1. Quarré.

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
3	1	4	2	5
5	3	1	4	2

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
4	1	3	0	2
1	3	0	2	4

Il eſt évident par ce qui a été dit ci-devant, que dans le premier Quarré la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite eſt fauſſe; car le nombre 2 eſt repeté dans toutes ſes cellules, & ce nombre 2. n'eſt pas le moyen de ceux de la racine, lequel eſt 3. De même dans le ſecond Quarré, par la conſtruction, la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, a l'unité dans toutes ſes cellules, au lieu qu'elle devroit avoir le nombre 2 qui eſt le moyen des multiples de la racine: c'eſt pourquoi on cherche ſi en changeant de la même maniere dans ces deux Quarrés Primitifs, quelques bandes de place, on pourra les rendre parfaits; & l'on trouve que ſi la cinquiéme bande horizontale de chacun eſt tranſportée à la place de la quatriéme, & la quatriéme à la place de la cinquiéme, les diagonales défectueuſes ſe trouveront parfaites. Car dans le premier il manque à la bande horizontale où ſont les nombres 2, cinq unités, & par la tranſpoſition au lieu de 2 & 2, on aura 4 & 5, ce qui corrige le deffaut: mais il faut auſſi prendre garde, ſi dans l'autre bande diagonale qui eſt juſte, ce changement n'y cauſe point d'erreur, comme on le voit, puiſqu'au lieu de 5 & 1 on y ſubſtituë 3 & 3 qui fait la même ſomme.

Il faut voir encore ſi dans le ſecond Quarré, qui eſt celui des racines, ce même changement ne cauſe point d'erreur, & corrige celui qui eſt à la bande diagonale où ſont les nombres ſimples; car il faut faire le même changement dans l'un que dans l'autre, afin que les racines com-

binées avec les nombres ſimples faſſent les mêmes ſommes que d'abord & ſans repetition. On voit donc dans ce Quarré que la bande diagonale où ſont les unités en a cinq de moins qu'il ne faut ; mais par ce changement au lieu de 1 & 1, on aura 4 & 3 qui corrige le deffaut, & pour l'autre diagonale qui eſt juſte, on aura 2 & 2 au lieu de 0 & 4 qui ſont la même ſomme. C'eſt pourquoi ces deux Quarrés ainſi corrigés, comme on les voit ici, donneront par leur combinaiſon le Quarré Parfait.

1. Quarré.

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

Quarré Parfait.

17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
11	24	7	20	3
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

On pourra faire auſſi d'autres changemens ſemblables dans les bandes horizontales ou verticales, mais dans les conditions marquées ci-deſſus.

Autres variations des Quarrés Parfaits.

Il y a encore de ſemblables variations aux Quarrés Parfaits, en tranſportant des bandes horizontales à la place d'autres horizontales, ou des verticales à la place des verticales ; pourvû que les nombres changés dans les diagonales faſſent la même ſomme que ceux qui y étoient auparavant.

Par exemple, dans le Quarré Parfait qu'on vient de former, on peut changer la premiere bande horizontale à la place de la derniere, & réciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, on peut changer dans le même Quarré la premiere bande horizontale à la place de la quatriéme, & réciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, en changeant la troiſiéme bande horizontale à la place de la cinquiéme, & réciproquement.

Et ainsi des autres. Mais il faut remarquer que ces Quarrés changés peuvent encore recevoir d'autres changemens, comme dans le dernier que je viens de marquer, on peut mettre la premiere bande verticale à la place de la troisiéme, & réciproquement.

On peut faire aussi de semblables changemens aux Quarrés formés par les regles des premieres Propositions, ce qui augmente de beaucoup le nombre de leurs variations; & ces Quarrés ainsi changés ne se rapportent plus aux regles de ces Propositions, comme on peut voir en les résolvant en leurs Quarrés Primitifs.

PROPOSITION XIII.

Dans la multitude des Quarrés Parfaits qu'on peut former sur une même racine plus grande que trois, il y en a qui ont une proprieté particuliere, & dont M. Frenicle a parlé le premier, à ce que je sçache : Sçavoir, que si l'on ôte une enceinte de cellules au Quarré Parfait, le Quarré restant soit encore un Quarré Parfait, & ainsi de suite jusqu'au Quarré 9 dont on ne peut pas ôter d'enceinte. Ces sortes de Quarrés ne se rapportent point aux regles de mes premieres Propositions; & il y a grande apparence que M. Frenicle avoit proposé ce Problême à M. de Fermat.

Pour faire ces sortes de Quarrés, & pour trouver tous ceux qu'on peut faire sur la même racine, je donne icy une methode qui en abrege de beaucoup le travail, en réduisant les nombres qui les composent à des nombres beaucoup plus simples, & qui fait voir en même tems la démonstration de la construction.

Je propose seulement icy le Quarré de 5. de racine, lequel servira pour tous les autres Quarrés de même nature.

Je fais d'abord une Table de tous les nombres du Quarré que je range de suite en deux colonnes, dans la premiere desquelles sont les nombres jusqu'à celui du milieu qui est icy 13, & dans l'autre sont leurs complemens vis à vis jusqu'à la somme 26 des deux extrêmes, ou du double

de celui du milieu 13, qui eſt icy complément à lui-même, & je mets entre deux leur difference juſqu'à 13, avec les ſignes plus + & moins — les uns d'un côté & les autres de l'autre, pour montrer qu'il faudroit ajoûter cette difference aux nombres moindres que 13 pour aller juſqu'à 13, & aux autres qui ſont leurs complémens, qu'il la faudroit ôter pour les réduire à 13; enſorte que ces differences deviennent communes, & les ſignes + & — ont ſeulement rapport aux differences. Enfin je me ſers ſeulement de ces differences dans la recherche des nombres qui doivent compoſer le Quarré, ſuivant ce qui eſt requis par le Problême.

Nomb.		*Diff.*		*Nomb.*
1	+	12	—	25
2	+	11	—	24
3	+	10	—	23
4	+	9	—	22
5	+	8	—	21
6	+	7	—	20
7	+	6	—	19
8	+	5	—	18
9	+	4	—	17
10	+	3	—	16
11	+	2	—	15
12	+	1	—	14

Maintenant pour former le Quarré de 9 du milieu, qui eſt le plus petit qu'on puiſſe faire, car un n'eſt pas conſideré comme un Quarré; je place d'abord 13 au milieu, qui eſt le nombre moyen de tous les nombres du Quarré propoſé; & je prens dans les differences quelque nombre à volonté pour la cellule de l'angle *A*, comme 9, & quelqu'autre nombre, comme 1, pour la cellule *B* de l'autre angle de la premiere bande horizontale, & je cherche a remplir les deux bandes *AB*, *AD*; car leurs complémens doivent remplir les deux autres bandes *CD*, *CB*, & la cellule *D* ſera le complément de la cellule *B*; c'eſt pourquoy les deux cellules *B* & *D* auront le même nombre pour leur difference, mais avec un ſigne different. Il ne faut donc plus qu'un nombre à chacune de ces bandes pour remplir leurs cellules du milieu.

A B

4	23	12
21	13	5
14	3	22

D C

Or les differences pour les cellules de chaque bande doivent être égales à zero, en mettant à leurs nombres le ſigne + & moins, comme on le trouve à propos.

Je poſe donc par la ſuppoſition pour la bande *AB*,

+ 9

$+9$ pour la cellule *A*.
$+1$ pour la cellule *B*, ce qui fait $+10$, & je trouve 10 entre les differences; c'est pourquoy je mets -10, & le tout $=0$.

$$\begin{matrix} A & B & & \\ +9 & +1 & -10 & =0 \text{ pour } AB \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} A & D & & \\ +9 & -1 & -8 & =0 \text{ pour } AD \end{matrix}$$

Je fais la même chose pour la bande verticale *AD* dans laquelle j'ai déja $+9$ pour *A*, & je dois mettre -1 pour *D*, puisque $+1$ est pour *B*, & pour remplir l'équation de cette bande il faut encore -8, que je trouve aussi dans les differences, & -8 sera la difference de la cellule du milieu *AD*.

Si l'on ne pouvoit pas trouver entre les differences des nombres propres à remplir ces équations, il faudroit faire une autre supposition ou en tout ou en partie seulement.

Les autres bandes *CD*, *CB* auront les mêmes differences dans les cellules opposées centralement, & avec des signes contraires.

Maintenant avec ces differences je remplis les cellules du Quarré. Pour la cellule *A* j'ay $+9$, & je trouve dans la Table le nombre 4 qui répond à $+9$, lequel je mets dans la cellule *A*. Pour la cellule *B* j'ay $+1$, & dans la Table le nombre correspondant est 12, & pour la cellule *D* on a -1, qui donne 14 pour cette cellule, comme -9 donne 22 pour la cellule *C*. Pour la difference -10 de la cellule du milieu de la bande *AB*, on a 23 dans la Table qu'on écrit dans cette cellule, & son complément 3 pour son opposée. Enfin pour la cellule du milieu de la bande *AD*, on a -8, à qui appartient le nombre 21 qu'on met dans cette cellule, & son complément 5 à l'opposite. Par ce moyen le Quarré de 9 est rempli comme il faut, & la somme des nombres de toutes ses bandes sera 39. Il reste maintenant à faire l'enceinte.

J'efface d'abord dans la table les differences qui m'ont servi pour le Quarré de 9, & je fais à peu prés la même operation pour cette enceinte composée de quatre bandes, que j'ay fait pour les bandes du Quarré du milieu.

$\quad A \quad\; B$

$+7+5+2-11-3=0$ pour la bande *AB*

$\quad A \quad\; D$

$+7-5-12+6+4=0$ pour la bande *AD*

A　　　　　　B

6	11	24	16	8
25	4	23	12	1
7	21	13	5	19
9	14	3	22	17
18	15	2	10	20

D　　　　　　C

Je prens à volonté quelque nombre comme 7 dans les differences restantes pour la cellule *A* de la bande *AB* de l'enceinte,, & quelqu'autre aussi à volonté comme 5 pour la cellule *B* de la même bande auquel je mets le signe +; & par consequent on aura aussi les cellules *A* & *D* de la bande *AD*. Il reste donc à remplir trois cellules dans chacune de ces bandes, ensorte que la somme des nombres soit égale à zero, & je les trouve comme on voit icy, lesquelles contiennent toutes les differences de la Table.

J'écris donc dans ces cellules les nombres correspondans aux differences avec leurs signes, & à l'opposite dans les autres bandes j'écris leurs complémens qui répondent aussi aux mêmes differences, mais avec des signes contraires, & le Quarré sera parfait comme on le voit icy.

Si l'on ne pouvoit pas faire l'enceinte avec les differences restantes du Quarré du milieu, en supposant les angles tels qu'on les a pris, il en faudroit prendre d'autres pour *B*, & enfin d'autres pour *A* & pour *B*; & si enfin on ne pouvoit pas remplir ces bandes, ce seroit une marque que le Quarré précedent, tel qu'on l'a trouvé, ne pourroit pas servir à faire cette espece de Quarré.

On trouve aussi quelquefois pour un seul Quarré du milieu plusieurs enceintes parfaites avec les mêmes angles, & d'autres encore en changeant les angles, comme on peut voir dans cet autre Quarré de la même racine, où ayant trouvé entre les differences, les deux bandes pour le Quarré du milieu.

A *B*

$+3-12+9=0$

A *D*

$+3+6-9=0$.

on aura pour l'enceinte,

A *B* *A* *B*

$+7+5+1-11-2=0$ ou bien $+7+5+2-10-4=0$

A *D* *A* *D*

$+7-5-4-8+10=0$ $+7-5+1-11+8=0$

dont on pourra former deux Quarrés Parfaits sur le même Quarré du milieu; & en changeant les angles on en peut trouver plusieurs autres sur le même Quarré du milieu.

Si le Quarré du milieu a sa racine plus grande que 5 comme 7, 9, &c. on prendra des nombres entre les differences pour remplir chaque enceinte séparément, de la même maniere qu'on a fait pour celle de 5.

Le Quarré du milieu, comme tout Quarré peut se renverser & retourner en 8 manieres differentes: mais aussi les trois cellules du milieu dans chaque bande avec leurs opposées font 6 variations dans les horizontales & 6 dans les verticales, ce qui fait 36 variations de l'enceinte, lesquelles étant multipliées par 8 variations du Quarré du milieu, donne 288 variations de chacun de ces Quarrés, comme dit M. Frenicle, sans parler de ses renversemens & retournemens qui ne changent pas le Quarré. Mais M. Frenicle donne une Table de 26 de ces Quarrés qui n'ont que deux differens Quarrés du milieu, & il dit qu'il peuvent se varier chacun en 288, comme nous venons de trouver, & il semble que c'est toutes les variations qu'il avoit pû trouver par sa methode; cependant le premier que j'ay donné icy par ma methode a un Quarré du milieu different de ceux de M. Frenicle, & c'est celui qui s'est presenté d'abord: c'est-pourquoy je ne doute pas qu'il n'y en puisse avoir bien plus de 26, & par consequent il y aura de ces sortes de Quarrés de la racine de 5, un bien plus grand nombre que 7488, comme dit M. Frenicle; mais il seroit trop long & trop ennuyeux d'examiner tous les Quar-

rés qu'on peut faire de la même maniere, & il me suffit d'en avoir expliqué la methode.

Démonstration de la Methode.

Il est évident dans ces sortes de Quarrés, que chaque bande doit être composée du nombre du milieu du Quarré multiplié ou pris autant de fois qu'il y a de cellules dans la bande; & par consequent si l'excès des uns est égal au défaut des autres, ce qui est les differences, quoyque les uns soient en plus grand nombre que les autres, ces nombres ensemble feront autant de fois celui du milieu, qu'il y aura de nombres, comme on a pû voir dans l'exemple proposé, & c'est sur cette proprieté qu'est fondée cette regle, ce qui est facile à connoître.

Par ce moyen on peut trouver toutes les constructions possibles de cette espece de Quarrés.

Si l'on vouloit construire un de ces Quarrés par enceintes sans se servir de la methode précedente, on le pourra faire comme il suit. Mais on remarquera que tout l'artifice de cette construction, consiste à faire que dans toutes les enceintes les cellules des angles opposés centralement, soient complément les uns des autres jusqu'à la somme du premier & du dernier nombre du Quarré, de même que tous les nombres opposés dans les bandes verticales & horisontales; & enfin que la somme des nombres de chaque bande horizontale ou verticale soit égale au multiple du nombre du milieu, qui est la moitié des extrêmes, par le nombre des cellules de la bande; d'où il suit évidemment que si toutes les enceintes ont cette proprieté dans le Quarré, lorsqu'on aura ôté du Quarré quel nombre d'enceintes on voudra, le reste sera toujours Quarré Parfait.

On place donc d'abord dans les cellules du Quarré tous les nombres de suite du Quarré, comme on les voit dans la Figure, ce qu'on appelle l'ordre du Quarré naturel. On separe ensuite de ce Quarré toutes les enceintes jusqu'au milieu, & à cause que nous supposons le Quarré impair, il restera au milieu une cellule, laquelle contiendra le

nombre moyen de tous les nombres du Quarré, lequel eſt auſſi égal à la moitié de la ſomme du premier & du dernier.

J'appelle la premiere enceinte, celle qui eſt autour de la cellule du milieu; celle qui ſuit ou qui envelope la premiere, ſera la ſeconde: la ſuivante ſera la troiſiéme, & ainſi juſqu'à l'enceinte exterieure ou derniere.

Dans toutes les enceintes on y conſidere d'abord huit cellules principales, & autant de nombres principaux: ces cellules ſont celles des quatres angles, & celles du mieu des quatre bandes, ſans avoir aucun égard aux autres cellules ni aux nombres qui y ſont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Les premieres, troiſiémes, cinquiémes, ſeptiémes, &c. enceintes ſe font d'une façon, & les autres qui ſont les 2e. 4e, 6e, 8e &c. ſe font d'une autre. On n'employe dans chaque enceinte magique que les nombres qui ſont dans les mêmes enceintes naturelles.

Pour la conſtruction des premieres troiſiémes, &c. enceintes, on avance les huit nombres principaux qui ſont

dans l'enceinte naturelle, ſeulement d'une moitié de bande, ſans en changer l'ordre, enſorte que les nombres qui étoient au milieu des bandes de l'enceinte naturelle, ſe trouvent aux angles de l'enceinte magique, & ceux des angles ſe trouvent au milieu des bandes. Enſuite on tranſportera les milieux de chaque bande à leurs oppoſés, comme on peut voir, par exemple, dans la troiſiéme encéinte de Quarré de 11 qu'on propoſe icy.

Il reſte maintenant à diſpoſer les autres nombres qui ſont encore dans les bandes, s'il y en a, car la premiere n'en a point. Ces nombres reſtans dans chaque bande ſont toûjours multiples de 4, leſquels ſont diſtribués également des deux côtés de la cellule du milieu de la bande tant horizontale que verticale, & l'on ne cherche qu'à remplir la bande horizontale ſuperieure & la verticale à gauche. On laiſſera donc la moitié des membres qui ſont dans ces deux bandes à leur place naturelle, en obſervant toûjours que ceux qu'on laiſſe ſoient dans chaque bande également éloignés de la cellule du milieu, & les autres on les changera avec leurs oppſés qui ſont dans la bande oppoſée, comme on voit dans la troiſiéme enceinte, on a laiſſé 27 & 29 à leurs places, & l'on a mis à la place des deux autres 26 & 30, leus oppoſés 92, 96, qui étoient dans la bande horizontale inferieure. On a fait la même choſe pour la verticale à gauche, en laiſſant 36 & 80 à leurs places, & mettant à la place de 47 & de 69 leurs oppoſés 53 & 75; par ce moyen on aura l'horizontale & la verticale toute diſpoſée, & l'on placera dans les deux autres bandes oppoſées à celles-cy, & dans les cellules oppoſées, les nombres complémens de ceux qui ſont placés, & toute l'enceinte magique ſera faite avec les nombres de l'enceinte naurelle qui y étoient.

Pour les autres enceintes qui ſont les ſecondes, quatriémes, ſixiémes, &c. les nombres des quatre angles demeureront dans leur place naturelle, & ceux des milieux ſeront tranſpoſés tant de haut en bas que de droite à gauche, & ainſi ces huit nombres ſeront tous placés dans l'enceinte. Pour les reſtans qui ſeront toûjours en nombre im-

56	2	113	114	5	121	7	118	119	10	6
22	13	14	79	104	105	106	87	20	21	100
33	32	58	92	27	97	29	96	28	90	89
34	19	36	37	70	83	74	41	86	103	88
45	46	53	40	60	73	50	82	69	76	77
11	65	31	63	51	61	71	59	91	57	111
67	68	75	84	72	49	62	38	47	54	55
78	107	80	81	52	39	48	85	42	15	44
99	98	94	30	95	25	93	26	64	24	23
110	101	108	43	18	17	16	35	02	109	12
116	120	9	8	117	1	115	4	3	112	66

pair des deux côtés des milieux, on mettra dans la bande horizontale ſuperieure à la place des nombres qui ſont au milieu entre les angles & le milieu, ceux qui ſont dans les deux bandes verticales au milieu des deux moitiés d'embas, comme ici dans la quatriéme enceinte à la place de 15 on mettra 79, & à la place de 19 on mettra 87 ſans changer ces nombres de côté; & de même dans la premiere bande verticale laquelle eſt à gauche, à la place des nombres du milieu des deux moitiés, on y met les nombres du milieu de deux dernieres moitiés des deux horizontales naturelles, comme icy à la place de 35 on y met 19, & à la place de 79 on y met 107. Il reſte encore dans la bande horizontale ſuperieure & dans la verticale à gauche des nombres en quantité paire de chaque côté du milieu, dont une moitié ſera laiſſée dans ſa place, & l'on tranſpoſera l'autre moitié avec ſes oppoſés directement, en obſervant, comme on a fait cy-devant, de tranſpoſer dans la même bande ceux qui ſont également éloignés du

milieu. Ces deux bandes étant disposées, les deux autres qui leurs sont opposées le seront aussi, en mettant à l'opposite des nombres qui sont placés, leurs complémens à la somme du premier & du dernier, & tous les nombres qui servent à remplir l'enceinte magique sont ceux de l'enceinte naturelle; car dans l'enceinte naturelle les nombres opposés centralement sont tous complémens les uns des autres.

Il est facile à voir que ces sortes de Quarrés peuvent être variés en plusieurs manieres, ou par les differens nombres qu'on peut laisser ou transposer dans les enceintes, ou en retournant & renversant quelques enceintes, ou en transposant des bandes dans le Quarré Parfait, ou enfin en mettant dans les enceintes premiere, troisiéme, cinquiéme, &c. au lieu des huit nombres principaux qui s'y trouvent naturellement, les huit autres d'une autre enceinte de même nature, ce qui se peut toûjours faire à cause que dans ces enceintes les trois nombres principaux de chaque bande feront toûjours une somme égale au triple de la cellule du milieu.

DEMONSTRATION.

LEMME I.

Dans le Quarré naturel toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales, ont les nombres de leurs cellules en progression Arithmetique, comme il est évident par la disposition des nombres du Quarré; & par consequent tous ces nombres auront les proprietés de cette progression.

LEMME II.

Dans le Quarré naturel & dans une enceinte, si l'on prend dans chacune des bandes horizontales ou verticales deux nombres également éloignés de celui du milieu des bandes ou des extrêmes, ces quatre nombres feront une somme égale au quadruple de celle du milieu, ou au double

double de la ſomme des extrêmes du nombre quarré propoſé.

Car ces deux nombres dans chaque bande oppoſée, feront une ſomme double du nombre du milieu de la bande, ou égale aux extrêmes par le Lemme I. & ces deux nombres du milieu ou ces deux extrêmes, qui ſe trouvent dans une bande priſe de l'autre ſens, feront encore par les mêmes raiſons une ſomme double de la cellule du milieu, ou égale aux deux extrêmes : c'eſt pourquoi ces quatre nombres pris enſemble dans les deux bandes oppoſées, feront le quadruple de la cellule du milieu, ou le double des deux extrêmes.

Comme dans l'exemple propoſé 26 & 30 font le double de 28; & 93 & 95 le double de 94; & enfin 28 & 94 le double de 61 : donc 26, 30, 93, 95 font le quadruple de 61, ou le double de 122, qui eſt la ſomme des extrêmes du Quarré. Ce ſera la même choſe pour les Quarrés qui n'ont point de milieu.

LEMME III.

Si dans quelque enceinte d'un Quarré naturel on prend les nombres de deux cellules du milieu, l'une horizontale & l'autre verticale, comme 50 & 60 dans nôtre exemple, & celui 73 de l'angle oppoſé à celui qui eſt entre les deux nombres qu'on a pris, ces trois nombres feront le triple de la cellule du milieu 61.

Car à cauſe de la progreſſion Arithmetique on aura $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}51 = 50$, & $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}71 = 60$: mais auſſi $\frac{1}{2}51 + \frac{1}{2}71 = 61$; donc les trois nombres $50 + 60 + 73$ ſe réduiſent à $49 + 73 + 61$: mais encore $49 + 73 = 2 \times 61$; donc $50 + 60 + 73 = 3 \times 61$. Ce qu'il falloit prouver.

LEMME IV.

Lorſque dans les bandes d'une enceinte du Quarré naturel, il y a entre les angles & le milieu un nombre impair de cellules; je dis que ſi dans une bande on laiſſe les angles à leur place, & qu'on change la cellule du milieu avec ſon

opposée dans l'autre bande ; enfin si au lieu des nombres des cellules du milieu entre le milieu & les angles, que j'appelle les cellules des quarts, on substituë les nombres des cellules des quarts les plus éloignés de cette bande, qui sont dans les bandes à côté, on aura cinq nombres qui seront égaux à cinq fois celui du milieu.

Comme ici 37, 41, 70, 74, 83, & 37. 81, 40, 84, 63.

Car à cause de la progression Arithmetique dans chaque bande, on a $37 + 41 = 2 \times 39$, & $70 + 74 = 2 \times 72$: mais $2 \times 72 = 61 + 83$, donc les cinq nombres se réduisent à $2 \times 39 + 2 \times 83 + 61$: mais $2 \times 39 + 2 \times 83 = 4 \times 61$, donc les cinq nombres proposés = à cinq fois 61.

Il est facile à connoître par ces Lemmes que la construction du Quarré que nous avons donnée est juste, puisqu'elle y est comprise & quelques autres encore que l'on pourroit faire.

PROPOSITION XIV.

Comparaison & rapport des methodes qui ont été données jusqu'à present, avec celles que j'ai proposées ici.

Le plus ancien Auteur, à ce que je crois, dont nous ayons des methodes pour disposer des nombres quarrés dans un Quarré qu'on appelle *Magique*, est Manuel Moscopule, dont j'ai trouvé un petit manuscrit dans la Bibliotheque du Roy.

Il donne deux manieres de faire les Quarrés impairs. La premiere est de compter les cellules par deux & par trois pour placer les nombres du Quarré de suite, comme on verra dans l'exemple suivant du Quarré de 5 de racine.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Il place toûjours l'unité dans la cellule qui est au-dessous de celle du milieu ; ensuite il compte deux cellules y comprenant celle-là même & en descendant directement, puis étant venu à la seconde il détourne dans celle qui lui est la plus proche à droite où il place le nombre 2.

Enſuite il compte encore deux cellules en deſſous, y comprenant celle où eſt 2 : mais comme il n'y en a point, il remonte directement à celle qui eſt au haut du Quarré, & détournant à droite, il place 3 dans celle qui eſt voiſine. Il pourſuit de même, & lorſque les cellules manquent à droite, il retourne à la premiere bande qui eſt à gauche, comme on voit icy, & il pourſuit de même juſqu'à la racine qui eſt 5.

Etant venu au nombre de la racine, il compte trois cellules en deſcendant directement, & y comprenant celle où eſt la racine; & dans la troiſiéme ſans détourner, il met le nombre ſuivant *6*, & il continuë comme il a fait d'abord, comme s'il commençoit par le nombre *6*, juſqu'au nombre 10 qui eſt un multiple de la racine : mais pour placer le nombre ſuivant 11, il compte encore trois cellules en deſſous, comme il a fait pour le nombre *6*, & c'eſt la même choſe aprés tous les multiples de la racine, & par ce moyen il acheve le Quarré, comme on le voit icy.

Pour ſa ſeconde maniere, où il compte par trois & par cinq, comme il dit, il met toûjours l'unité au milieu de la bande horizontale ſuperieure, & en comptant trois cellules en deſcendant y compris celle qui eſt remplie, il place 2 dans celle qui eſt la plus proche à droite de la troiſiéme; & com| tant encore trois cellules en deſcendant, il met à la droite le nombre 3, & il continuë de même juſqu'à la racine en remontant en haut quand il eſt au bas du Quarré, & paſſant à la premiere bande verticale à gauche quand il n'y a plus de cellules à la droite, de la même maniere qu'il a fait dans l'autre methode.

10	18	1	14	22
4	12	25	8	16
23	6	19	2	15
17	5	13	21	9
11	24	7	20	3

Mais quand il eſt venu juſqu'à la racine ou à ſes multiples, il compte cinq cellules en deſcendant directement, & il place dans la cinquiéme le nombre, comme *6*, qui recommence un autre multiple des racines, comme on voit dans cette Figure du Quarré.

La premiere methode de cet Auteur n'eſt qu'un cas de

celle que j'ay donnée dans ma dixiéme Propoſition, comme on pourra voir icy en faiſant la réſolution du Quarré fait par ſa methode en deux Quarrés Primitifs, dont l'un contiendra les nombres ſimples, & l'autre les racines.

Premier.

1	4	2	5	3
4	2	5	3	1
2	5	3	1	4
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

Second.

10	20	5	15	0
0	10	20	5	15
15	0	10	20	5
5	15	0	10	20
20	5	15	0	10

Dans ces deux Quarrés, qui ne ſont qu'un cas des regles generales des premieres Propoſitions, comme je l'ay marqué dans ma dixiéme, tous les nombres oppoſés centralement & également éloignés du centre, étant pris deux à deux, ſont une ſomme égale au double de celui de la cellule du milieu.

Car le premier de ces Quarrés qui contient les nombres ſimples, a dans ſa bande horizontale du milieu ces nombres ordonnés ſuivant la regle de cette Propoſition, & la bande horizontale ſuivante recommence par le premier nombre de l'ordre aprés le premier de la bande ſuperieure. C'eſt-pourquoy le même nombre ſe trouvera repeté dans la diagonale qui deſcend de droite à gauche, & ce nombre étant auſſi celui de la cellule du milieu du Quarré eſt le moyen de ces nombres, & le Quarré ſera bon par ce qui a été remarqué dans la même Propoſition X.

Pour le Quarré des racines il ſuit auſſi les mêmes regles, & comme ces deux Quarrés ſont formés par deux repetitions differentes des nombres de l'ordre, le Quarré Parfait ſera bon.

Pour ce qui eſt de la ſeconde methode, ce n'eſt auſſi qu'un cas de ma ſixiéme Propoſition; car ce Quarré étant réduit dans ſes deux primitifs, on trouvera l'ordre des nombres ſimples de la premiere bande horizontale 5, 3, 1, 4, 2, dans l'exemple cy-deſſus, & celui des racines 5, 15, 0, 10, 20, & celui des nombres ſimples ſe fait en recommençant les bandes horizontales ſuivantes par le premier qui ſuit celui du milieu dans l'ordre de la bande ſuperieure; & celui des racines par celui du milieu de la bande ſuperieure

On remarquera que par cette methode les nombres qui recommencent les bandes horizontales des Quarrés Primitifs ne ſont pas toûjours le même quantiéme aprés le premier, mais differens dans chaque Quarré ; ce qui ne change pas les regles de ma ſixiéme Propoſition.

M. Bachet dans ſes Problêmes plaiſans imprimés en 1624, dit qu'il a vû les ſept nombres Quarrés depuis 3 de racine juſqu'à 9 tout diſpoſés ſuivant la queſtion des Quarrés Magiques, & c'eſt comme ils ſont dans Agrippa ; mais qu'il n'a trouvé en aucun endroit de regle pour les faire : que pour ce qui regarde les Quarrés impairs, il en a inventé une qu'il donne comme on la voit icy ; mais que pour les pairs il n'a pû rien trouver qui l'ait ſatisfait.

E

A B

							1							
						8		2						
					15		9		3					
				22		16		10		4				
			29		23		17		11		5			
		36		30		24		18		12		6		
H	43		37		31		25		19		13		7	F
		44		38		32		26		20		14		
			45		39		33		27		21			
				46		40		34		28				
					47		41		35					
						48		42						
							49							

C D

G

Il fait d'abord le Quarré *A B C D* comme dans cet

exemple de 7 de racine, puis il ajoûte à chaque côté de ce Quarré des especes de pyramides de cellules qui vont toûjours en diminuant de deux cellules jusqu'à l'unité; ainsi le premier Quarré *ABCD* se trouve changé en un autre Quarré plus grand *EFGH*, dont les cellules quarrées sont posées sur l'angle par rapport aux côtés de ce Quarré, & chacun de ces côtés n'a aussi que sept cellules; il écrit dans ce nouveau Quarré *EFGH* tous les nombres de suite du Quarré proposé, comme on les voit icy.

Ensuite il transporte les nombres des pyramides dans les cellules vacantes du premier Quarré, celle d'enhaut en bas, celle de bas en haut, & celle d'un côté à l'autre, sans les renverser ni les retourner, & par ce moyen tout le premier Quarré est rempli suivant ce qui est requis dans la Proposition, comme on le peut voir icy.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Il dit qu'on peut faire la même chose avec d'autres nombres, pourvû qu'ils soient en progression Arithmetique.

Cette methode donne la même disposition que la premiere de Moscopule; c'est-pourquoy tout ce que j'ay dit de celle-là servira pour celle-cy: mais celle de Moscopule est plus simple que celle de Bachet.

M. Frenicle donne d'abord la même regle que celle de Bachet, comme on peut voir dans le Traité de ces sortes de Quarrés qu'il avoit composé, lequel j'ay fait imprimer sur ses manuscrits. Il donne ensuite des variations de ces Quarrés, comme je les ay marquées dans ma Proposition 11. Mais enfin il propose de faire ces sortes de Quarrés de telle maniere, que si l'on en ôte des enceintes jusqu'au Quarré du milieu, qui est 1 dans les impairs, & 4 dans les pairs, le Quarré restant sera toûjours un Quarré Magique.

Il s'étend fort au long sur ces sortes de Quarrés; mais la methode qu'il donne pour les faire n'est qu'un simple tatonnement pour choisir les nombres du Quarré. Il est

vrai qu'il fait pluſieurs remarques, leſquelles peuvent beaucoup ſervir pour la conſtruction..

J'ai expliqué dans ma treiziéme Propoſition une maniere aſſez facile & ſimple pour trouver tous les Quarrés poſſibles d'une même racine leſquels ayent cette proprieté, & j'ay donné enſuite une methode generale pour faire un de ces Quarrés qui peut être varié en pluſieurs manieres.

La conſtruction de cette eſpece de Quarré Magique étoit un Problême qui s'étoit rendu celebre du tems de M. Frenicle, & la maniere de le conſtruire paroiſſoit plus ſimple que celle dont on ſe ſervoit pour ceux qui n'avoient pas cette proprieté, car la démonſtration en étoit évidente. C'eſt-pourquoy l'Auteur des nouveaux Elemens de Geometrie ne donne que cette conſtruction, que le Pere Preſtet a rendu plus claire dans ſes nouveaux Elemens de Mathematique.

M. de la Louberre Envoyé extraordinaire auprès du Roy de Siam, rapporte dans la Relation de ſon voyage fait en 1687, qu'il avoit appris que les Indiens de Surate avoient une methode de ranger les Quarrés Magiques; mais qu'il ne peut en avoir connoiſſance que pour les impairs, qu'il rapporte comme il ſuit.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

On met l'unité au milieu de la premiere bande horizontale, & en montant diagonalement de gauche à droite. On place tous les nombres de ſuite du Quarré, & quand les bandes manquent en haut on deſcend en bas, & quand elles manquent à droite on paſſe à gauche; cela ſe fait juſqu'à ce que l'on trouve la cellule remplie où il faudroit aller, ce qui arrive lorſque les nombres ſont les multiples de la racine; alors on met le nombre ſuivant dans la cellule immediatement au-deſſous du dernier, & par ce moyen on remplit tout le Quarré.

Il eſt aiſé de voir que cette conſtruction n'eſt qu'un cas de ma dixiéme Propoſition, où toutes les cellules oppo-

ſées centralement & également éloignées du centre, font une ſomme égale à celle des deux nombres extrêmes. Il donne enſuite un exemple tiré d'Agrippa, qui eſt fait ſuivant la premiere regle de Moſcopule.

Mais comme M. Bachet n'avoit point donné de démonſtration de ſa methode, M. de la Louberre dit qu'il l'a cherchée. Il la donne enſuite, & elle me paroît fort ingenieuſe, quoyque difficile. Il en tire des manieres de varier ces Quarrés.

Il ajoûte enfin une penſée de M. de Malezieu Intendant de Monſeigneur le Duc du Maine, ſur les raiſons qu'on a euës de diſpoſer les Quarrés Magiques ſuivant la methode Indienne, qui eſt celle, à ce qu'il dit, qui peut les mieux executer.

M. Poignard grand Chanoine de Bruxelles, qui a fait imprimer l'année derniere un Traité de ces ſortes de Quarrés ſous le nom de *Quarrés ſublimes*, propoſe d'abord ſa methode generale dans la premiere Propoſition, qui eſt, comme on peut voir, toute la même que celle que donne M. de la Louberre pour la Methode Indienne. Sa ſeconde Propoſition contient, à ce qu'il dit, une methode generale pour la variation de ces Quarrés; *ſçavoir, en partageant les termes de la progreſſion par de petits traits de* 5 *en* 5, *parce que le côté du Quarré eſt de cinq cellules, ce qui fera cinq membres chacun de cinq termes, comme il s'enſuit* 1, 2, 3, 4, 5,| 6, 7, 8, 9, 10,| 11, 12, *&c. Aprés avoir ainſi partagé tous les chiffres de la progreſſion, on variera chaque membre l'un comme l'autre par la tranſpoſition uniforme des termes de chaque membre: par exemple* 3, 1, 4, 5, 2,| 8, 6, 9, 10, 7,| 13, 11, 14, *& l'on formera avec ces membres ainſi diſpoſés le Quarré propoſé, en ecrivant de ſuite les chiffres ſelon la methode generale de la Propoſition I.*

Cette maniere de varier les Quarrés eſt fort belle & fort facile, mais elle n'eſt pas generale comme il dit; car elle pourra manquer dans des Quarrés dont les racines ne ſont pas des nombres premiers, comme on peut voir icy dans le Quarré de 9 de racine: car l'ordre des nombres

de

de la progreſſion étant diſpoſé à volonté, & comme on le voit icy 3, 6, 4, 1, 2, 5, 9, 8, 7,| 12, 15, 13, 10, 11, 14, 18, 17, 16,| 21 24, &c. & rempliſſant le Quarré ſuivant la methode generale, on trouvera que la ſomme des nombres de toutes les bandes ſera 369, hormis la diagonale qui deſcend de gauche à droite qui a 372.

51	55	68	80	3	13	20	36	43
58	65	81	7	15	19	32	44	48
64	77	8	12	22	29	45	52	60
74	9	16	24	28	41	53	57	67
5	17	21	31	38	54	61	69	73
18	25	33	37	50	62	66	76	2
26	30	40	47	63	70	78	1	14
34	42	46	59	71	75	4	11	27
39	49	56	72	79	6	10	23	35

Il eſt facile à voir par ce que j'ay expliqué dans mes trois premieres Propoſitions, que ce défaut vient de ce que par la conſtruction de M. Poignard, il ſe trouve que le Quarré Primitif des nombres ſimples de la racine recommence ſes bandes horizontales ſuivantes par le cinquiéme de l'ordre ſuperieur dans ce Quarré, & que la diagonale qui deſcend de gauche à droite aura tous les ſixiémes de l'ordre aprés le premier, & ſix étant les deux tiers de la racine, les nombres ſimples y ſeront repetés de trois en trois & trois fois, & ce ſeront les nombres 6, 2, 8 : mais ces nombres faiſant 16 qui differe d'une unité du nombre 15 qui eſt le tiers de la ſomme de ceux de la racine, il ſe trouvera dans cette bande 3. unités de trop. Car pour ce qui eſt des Racines, le Quarré Primitif ſe trouve diſpoſé comme il faut, en ce que le nombre 36 qui eſt le moyen dés racines, ſera dans toutes les cellules de la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, ce qui doit arriver par cette methode.

On auroit pû prendre d'autres ordres des nombres ſimples pour faire réüſſir la methode de M. Poignard dans ce Quarré, comme 3, 5, 4, 1, 2, 6, 8, 7, pour les nombres de la premiere racine ; car alors les nombres de la diagonale auroient été 5, 2, 8, repetés trois fois qui auroient fait 45 dans le Quarré Primitif, ce qu'il falloit ; mais la methode ne ſera pas generale.

PROPOSITION XV.

Examen du nombre des variations de ces Quarrés par la methode que j'ay proposée.

Il est certain par ma methode que le nombre des variations sera plus grand à proportion que la racine du Quarré sera plus grande: mais pour faire voir l'étenduë de ces variations, je ne les considereray que dans le Quarré de 7 de racine.

On sçait par les regles des combinaisons ordinaires, qu'on peut donner à 7 choses ou nombres, & seulement par rapport aux places les unes à l'égard des autres 5040 dispositions. Ainsi dans le Quarré que je propose on peut varier l'ordre des nombres simples dans le premier Quarré Primitif & dans la premiere bande horizonrale en 5040 manieres, & de cet ordre dépend toute la disposition du Quarré suivant les differentes repetitions dans les bandes horizontales. Ce sera la même chose pour le Quarré Primitif des racines.

On voit donc de-là que si l'on dispose le premier Quarré Primitif que je suppose celui des nombres simples par la premiere Proposition, & celui des racines par la seconde, ils auront chacun 5040 variations, dont chacune de l'un pourra être combinée avec tout le nombre des autres, & ce qui produira autant de Quarrés Parfaits; on aura donc par ce seul moyen 25, 401, 600 variations de ce Quarré.

Mais comme on peut prendre par la troisiéme Proposition d'autres repetitions dans l'ordre pour former les bandes horizontales inferieures des Quarrés Primitifs, comme le troisiéme, le quatriéme, &c. de l'ordre de la bande horizontale superieure, on pourra combiner les Quarrés Primitifs en 12 manieres differentes, sans parler de la repetition par le premier & le dernier de l'ordre, on aura donc pour ces variations 12 fois le nombre qu'on vient de trouver, ce qui est 304,819, 208 variations.

Il y a encore les repetitions par le premier aprés le premier de l'ordre & le dernier, avec la sujetion que le même nombre qui se trouve dans toute la diagonale, soit le moyen de l'ordre; & comme on le peut faire dans l'un & dans l'autre Quarré Primitif séparément, on aura 29, 030, 400 variations, lesquelles étant jointes aux premieres feront en tout par cette methode 334; 886, 400 variations de ce Quarré de 7.

Mais il y en a encore une infinité d'autres qui ne se rapportent point à cette regle, & dont j'ay donné un échantillon dans la douziéme Proposition, & entre lesquels sont ceux dont les enceintes étant ôtées, il reste encore des Quarrés Parfaits.

Dans tous ces Quarrés on ne compte point ceux qui se feroient par le renversement ou par le retournement de ces Quarrés, puisqu'en effet ils ne seroient pas differens dans l'arrangement de leurs nombres.

DE L'INVERSE

DES TANGENTES

ET DE SON USAGE.

PAR M. ROLLE.

QUoyque les secondes formules des Tangentes & celles d'un ordre plus élevé ne soient pas d'un aussi grand usage que les autres formules de Tangentes, il est peut-être bon de marquer en peu de mots comment on pourroit faire l'Inverse de ces formules du second ordre, & de celles d'un ordre plus élevé, par le moyen des regles que j'ay proposées dans les quatre Memoires que je donnay à l'Academie en 1704 pour l'Inverse des premieres formules, & qui ont été imprimés dans la même année : C'est la premiere chose que je me suis proposé icy. Ensuite j'y mar-

1705. 23. Juin.

queray de nouveaux uſages de l'Inverſe des premieres formules.

ARTICLE I. Soit pour exemple d'une ſeconde formule de Tangentes, celle qui eſt marquée icy en *A*.

$$A \ldots\ldots 5yydx^2 = 3xxdy^2.$$

Et qu'on veüille remonter à ſon égalité generatrice : Ayant pris une égalité indéterminée pour repreſenter cette generatrice, comme je l'ay dit dans mon ſecond Memoire, on aura auſſi celle qui eſt icy en *B*.

$$B \ldots\ldots nsy^4 = hx^5.$$

Enſuite on prendra la ſeconde formule de cette generatrice, ſuivant le Journal du 13 Avril 1702, & cette formule ſera comme on la voit icy en *C*.

$$C \ldots\ldots 3nsyydy^2 = 5hx^3 dx^2.$$

Comparant cette formule *C* à la propoſée *A* pour faire évanoüir les inconnuës relatives *dx* & *dy*, & diviſant la réduite par la ſuppoſée, comme je l'ay dit au ſecond Memoire, il ne reſtera rien du tout. Ainſi l'on n'aura point de Problême auxiliaire, & dans ce cas la ſuppoſée eſt la generatrice de la formule propoſée. De maniere que l'égalité *B*, quoyqu'indéterminée, eſt la generatrice de la ſeconde formule *A*. Dans tout autre cas on pourſuivroit ſelon les regles du ſecond Memoire, en quoy il ne paroît point de difficulté.

REMARQUES. Dans cet exemple on auroit pû prendre $sy^r = hx^s$ pour la generatrice ſuppoſée, comme je l'ay dit dans mon quatriéme Memoire, & il y a des recherches où cela eſt comme neceſſaire. Ainſi l'égalité *A* étant propoſée comme une premiere formule, & voulant trouver ſa generatrice, alors la ſuppoſée $sy^r = 4x^s$ donneroit d'abord pour generatrice $sy^{s\sqrt{3}} = hx^{s\sqrt{5}}$, dans laquelle on voit que les coëfficiens ſont entierement indéterminés, & qu'il y a encore de l'indétermination aux expoſans. Mais avec toute cette indétermination il y aura du moins un expoſant irrationel : ce qui fait naître des difficultés dont il ſera parlé dans la ſuite.

De-là on voit auſſi qu'une même égalité *A* ſeroit une

premiere formule à l'égard d'une generatrice, & une seconde formule à l'égard d'une autre generatrice, &c.

L'égalité marquée *G* eſt la premiere formule de la generatrice *H*, & la ſeconde formule de *K*.

Pareillement l'égalité *L* eſt la premiere formule de *M*, & la ſeconde formule de *N*.

$G.\ a^4dy^2 = 36ppxxdx^2.$	$L.\ fdy^2 = 3xdx^2.$
$H.\ aay = 3pxx$	$M.\ 3fyy = 4x^3.$
$K.\ a^4yy = 6ppx^4$	$N.\ fyy = x^3.$

Ainſi une même ègalité eſt une formule de differens ordres par rapport à differentes generatrices: d'où l'on voit qu'il ſeroit bon de ſçavoir de quel ordre eſt la formule propoſée avant que de chercher les generatrices: ſinon il faudroit faire un dénombrement, comme on le dira dans la ſuite.

Les formules du ſecond ordre & au delà, ſont ſouvent diviſibles; mais en les prenant dans leur entier, les limites que jay données pour les generatrices des premieres formules peuvent ſervir pour les generatrices des ſecondes formules, & de celles qui les ſuivent. Et ſi l'on propoſe un diviſeur d'une formule du ſecond ordre, & au delà, comme la formule entiere, il faut y avoir égard.

Les regles que j'ay données ſur les Tangentes preſcrivent de faire évanoüir les ſignes radicaux, & par conſequent les fractions des expoſans. Ainſi il ne faut point être ſurpris, ſi faute de le faire, on trouvoit de fauſſes formules. Par exemple, ſi l'on a la generatrice *R*, & que, ſans faire évanoüir les fractions des expoſans, on y applique les regles abregeantes que j'ay propoſées dans le Journal du 13 Avril 1702 pour trouver la ſeconde formule de cette generatrice, ces regles donneroient l'égalité qu'on voit en *P*; ce qui feroit peut-être croire que *P* eſt la ſeconde formule de *R*. Mais par l'Inverſe de mes Memoires, il ſe trouvera que cette formule eſt fauſſe.

$$R.\ a^{\frac{1}{2}}yy = x^{\frac{5}{2}}.$$

$$P.\ 2a^{\frac{1}{2}}dy^2 = \tfrac{15}{4}x^{\frac{1}{2}}dx^2.$$

Si l'on vouloit faire quelque usage de l'inverse des formules du second ordre, & au delà, il faudroit se souvenir que les secondes supposent que les premieres soient détruites ; que les troisiémes supposent la destruction des premiéres & des secondes, ainsi de suite : ce qui obligeroit de faire que chaque formule qui se doit détruire, soit égale à θ, & de résoudre les égalités qui en résultent, si déja cela n'etoit fait.

ARTICLE II. Les regles dont je me sers pour l'Inverse generale des premieres formules de Tangentes, ont des usages qui leur sont particuliers. En voici un qui paroît notable. C'étoit une difficulté considerable il y a quinze ans de trouver les lieux les plus simples pour les effections Geometriques ; mais une plus grande difficulté de reconnoître de quel genre est un lieu, ou une égalité generatrice. J'ay donné une regle très-courte & trés-précise pour la premiere difficulté dans le Traité des Effections Geometriques que je publiay en l'année 1691. Car ayant tiré la racine quarré du premier exposant de l'égalité proposée, on voit tout d'un coup par cette regle les lieux les plus simples qui doivent servir à résoudre cette égalité. Mais comme il est beaucoup plus difficile de former des methodes generales pour la seconde recherche, celles que j'ay proposées sur ce sujet demandent beaucoup d'operations, & même les regles que d'autres Auteurs ont données pour cette recherche, sont encore bien longues, quoyque ces regles n'aient été faites que pour des cas particuliers. En voici une qui s'étend à toutes les égalités, & qui est capable d'un grand abregement. Je l'ay tiré de l'Inverse des Tangentes, comme on le va voir icy.

Pour joindre l'exemple à la regle, je prens l'égalité qui est marqué icy en *D*.

$$D \ldots\ldots x^{12} - a^5 d^5 x^3 y^5 + d^5 n^6 y^6 - \theta$$

Et je me propose de trouver le veritable genre de cette égalité generatrice.

Pour cela je prens la premiere formule des Tangentes, & si je me sers de t pour exprimer la soûtangente

des y, la formule sera comme on la voit en F

$$F\ldots\ 18\,x^{18} - 3a^5d^5y^5x^5 - 5a^5d^5x^5y^4t + 6\,d^6n^6y^5t = 0$$

Ensuite je regarde cette formule, comme si elle m'étoit proposée, pour en trouver la generatrice sous la forme la plus simple, par la methode que j'ay donnée pour cette Inverse : de maniere qu'en parcourant les generatrices indéterminées que fournit cette methode, il est bon de commencer par les plus simples ; ce qui me donne le generatrice indeterminée marquée icy en S, d'où je tire la premiere formule des Tangentes que l'on voit en T, comme le prescrit la methode.

$$S\ldots\ sppy = hx^3. \qquad T\ldots\ sppt = 3hx^3.$$

Je compare la formule T à la formule F pour faire évanoüir l'expression de la soûtangente ; je divise la réduite par la supposée S, le tout selon la methode, & je trouve que le Problême auxiliaire ne consiste que dans la seule égalité V.

$$V\ldots\ d^6n^6h^6 - ppa^5d^5sh^5 + p^{12}s^6 = 0$$

Où l'on voit que s & h sont dans une situation réciproque ; & lors que cela arrive, la proposée est du même genre que la supposée. Ainsi la proposée D est du même genre que la supposée S. Mais S est du second genre. Donc la proposée est aussi du second genre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il y a des cas où il faudroit encore quelques operations, mais la voie est toûjours la même. Ce qui sera amplement expliqué en d'autres Memoires.

Remarques. Au lieu de parcourir les generatrices indéterminées que fournit la seconde regle de la methode, on auroit pû supposer $sy = hx^c$, & cela abrege trés-considerablement, lorsque la proposée est reductible à un binome. Il y a encore d'autres moyens fort abregeans, que l'on donnera dans la suite, avec les éclaircissemens & les démonstrations necessaires.



VERITABLE HYPOTHÈSE DE LA RESISTANCE DES SOLIDES,

Avec la Démonstration de la Courbure des corps qui font Ressort.

Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.

Lettre du 12. Mars 1705.

1705. 4 Juillet. POur faire mieux entendre ce que je diray en son tems du *Centre de Tension*, suivant la promesse que j'en ay faite dans mon Mémoire du 13. Mars 1703. je croy devoir expliquer auparavant une hypothêse qui me paroît le veritable Principe de la Résistance des Solides, & en tirer la démonstration de la courbure que prennent les ressorts pliés, à laquelle on a donné le nom d'*Elastique*.

Galilée est le premier qui ait examiné cette résistance des corps & qui ait cherché combien il falloit plus de force pour rompre un corps solide en le tirant directement suivant sa longueur, que pour le rompre transversalement Pour cette effet il considera une poutre, une planche ou FIGURE I. une perche prismatique *ABCD* fichée horizontalement. dans un mur *AB* avec un poids *P* suspendu à son extrémité; & s'imaginant un levier mobile sur son apuy *A*, il à trouvé par son raisonnement, que la force qui arracheroit cette poutre du mur suivant la direction horizontale *AD* ou *BC*, doit être au poids *P* capable de la rompre transversalement suivant la direction *CD*, comme la longueur *AD* à la moitié de la hauteur *AB*.

M. Leibnitz & Mariotte poussérent ensuite cette spéculation; & retenant la même hypothêse du levier, ils conçûrent

conçûrent de plus dans tous les corps solides une infinité de fibres, lesquelles avant que ces corps plient & rompent transversalement, doivent être tenduës plus ou moins, suivant qu'elles sont plus ou moins éloïgnées de l'apuy du levier, & doivent par conséquent résister autant qu'elles sont tenduës C'est ce qui leur a fait trouver que la force necessaire pour arracher une poutre diréctement, est à celle qu'il faut emploïer pour la rompre transversalement, en raison de *AD* au tiers de la hauteur *AB*. Ce qui approche beaucoup plus de la verité que ce qu'en a dit Galilée. Mais aucun de ces Auteurs ne considerant les corps comme sujets à compression, & sur tout leur hypothêse des tensions des fibres proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas précisément avec la nature; c'est la raison pourquoy ils n'ont pas encore rencontré assez juste, & que leur doctrine a besoin de quelque correction. Ainsi M. Varignon a eu raison de dire dans les Mémoires de l'Academie de 1702. pag. 67. *que cette hypothêse, quoyque tres vrai-semblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde.* Voici (je croi) la véritable, à laquelle M. Varignon pourra appliquer sa Regle générale, comme il l'a déja appliquée aux deux hypothêses précédentes.

Pour ce qui est de la Courbure des corps à ressort, on n'en a parlé jusqu'icy que d'une maniére fort douteuse. Galilée y a aussi pensé : il s'est imaginé que cette Courbure étoit parabolique ; mais cette conjecture est tres-fausse. Depuis lui je ne sçai personne qui ait rien donné de meilleur. Il y a environ onze ans que j'entrepris le premier de déterminer cette Courbure geométriquement : j'en donnay la construction dans les Journaux de Leipsik ; mais d'une maniére encore assez imparfaite, ne considérant alors que les fibres exterieures des surfaces de la lame pliée, au lieu qu'il faut faire attention à toutes celles qui composent son épaisseur. C'est-pourquoy je vais tâcher de suppléer à ce défaut, & de perfectionner le Principe de la Résistance des Solides, & ma construction de la Courbe

Elastique : l'un & l'autre se fera en même tems en se servant des Lemmes qui suivent.

LEMME I.

Des Fibres de même matiére & de même largeur ou épaisseur, tirées ou pressées par la même force, s'étendent ou se compriment proportionnellement à leurs longueurs.

FIG. II. DEMONST. 1°. Soient deux fibres *AB*, *AE*, dont la plus longue *AE* soit divisée en parties *AB*, B*C*, *CD*, *DE*, égales chacune à la plus courte *AB* de ces deux fibres ; qu'on affermisse la plus longue au point *D*, & qu'on attache à son extrêmité *E* le poids *P* ; la partie *DE* s'étendra autant que la plus courte fibre *AB* l'est par son poids *P* égal à l'autre, à cause de (*hyp.*) *DE*=*AB*. Qu'on affermisse ensuite la fibre *AE* en *C*, & qu'on ôte l'arrêt ou l'attache qu'on vient de supposer en *D*; la partie *CD* s'étendra aussi autant que fait la plus courte fibre *AB*, à cause de l'action continuelle de la pésanteur du poids *P*. Qu'on lâche l'arrêt en *C*, & qu'on affermisse la fibre *AE* en B, & enfin en *A*; on trouvera de même que chacune de ces parties B*C*, *AB*, s'étendra encore autant. Donc l'extension *EK* de toute la fibre *AE*, sera à l'extension *BI* de la plus courte fibre *A*B, comme *AE* est à *A*B. *Ce qu'il faloit premiérement démontrer.*

FIG. III. 2°. Soient encore deux fibres de longueur inégale *AD*, *A*B, dont la plus grande *AD* soit encore divisée en parties *A*B, B*C*, *CD*, égales chacune à la moindre *AB* de ces fibres. Qu'on soûtienne l'autre *AD* en *B* ; sa partie *AB* se comprimera par le poids *P* qu'on aura mis dessus, autant que fait la plus courte fibre *A*B par un poids égal, à cause de (*hyp.*) *A*B=*AB*. Qu'on soûtienne ensuite la fibre *AD* en *C*, & puis en *D*, ôtant chaque fois le soûtien de l'endroit où il étoit auparavant; chacune de ses parties B*C*, *CD*, souffrira encore la même compression, à cause de l'action continuelle du poids *P*. Donc la compression *AK* de toute la fibre *AD*, est à la compression *AI* de la

fibre *AB*, comme *AD* eſt à *AB*. *Ce qu'il faloit ſecondement démontrer.*

LEMME II.

Des Fibres homogénes & de même longueur, mais de differente largeur ou épaiſſeur, s'étendent ou ſe compriment également par des forces proportionnelles à leurs largeurs.

DEMONST. Soit *AF* la plus groſſe de ces fibres, laquelle on imaginera diviſée ſelon ſa largeur *BF* en d'autres fibres qui ſoient chacune de la largeur ou groſſeur de la plus menuë *AB*. Il eſt clair que chacune de ces fibres réſultantes de la diviſion de la groſſe *AF*, pour être étenduë ou comprimée autant que la fibre *AB*, demande un poids égal au ſien; & par conſéquent que toutes ces fibres enſemble, c'eſt à dire la fibre entiére *AF*, pour arriver au même dégré d'extenſion ou de compreſſion *AI* que la moindre fibre *AB*, requiert un poids *Q* d'autant plus grand que le poids *P*, que la largeur ou épaiſſeur de la fibre *AF* eſt plus grande que celle de la fibre *AB*. *Ce qu'il faloit démontrer.* FIG. III. & IV.

LEMME III.

Des Fibres homogénes de même longueur & de même largeur, mais chargées de différens poids, ne s'étendent, ni ne ſe compriment pas proportionnellement à ces poids; mais l'extenſion ou la compreſſion cauſée par le plus grand poids, eſt à l'extenſion ou à la compreſſion cauſée par le plus petit, en moindre raiſon que ce poids-là n'eſt à celui-cy.

DEMONST. Si les compreſſions étoient proportionelles aux poids qui les cauſent, il s'enſuivroit qu'ayant chargé la fibre *AB* d'un poids *R* qui fût au poids *P* en plus grande raiſon que la longueur de la fibre *AB* n'eſt à *AI* quantité de la compreſſion faite par le poids *P*, la fibre *AB* ſe comprimeroit plus que de toute ſa longueur; ce qui eſt abſurde. Donc la compreſſion d'une même fibre ou FIG. III.

de fibres égales en tout, causée par le plus grand poids *R*, doit nécessairement être à la compression faite par le plus petit *P*, en moindre raison que le poids *R* n'est au poids *P*. Il en doit être de même des extensions des fibres, l'extension n'étant autre chose qu'une compression négative, comme la force tendante n'est autre chose qu'une force négativement comprimante. *Ce qu'il faloit démontrer.*

SCHOL. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Car ayant pris une corde de boyaux longue de 3 pieds, je l'ay chargée successivement de 2, 4, 6 & 8 livres : j'ay remarqué qu'elle s'étendoit de 9, 17, 23 & 27 lignes ; au lieu qu'elle eût dû s'étendre 9, 18, 27, 36. lignes, si les extensions étoient proportionnelles aux poids.

FIG. V. COROL. Si l'on conçoit une ligne $TVN\upsilon\theta$, dont les abscisses NR, NQ, marquent les forces tendantes ; $N\rho$, $N\varkappa$, les forces comprimantes : les appliquées RT, QV, les extensions ; & $\rho\theta$, $\varkappa\upsilon$, les compressions d'une fibre de longueur & grosseur données : Cette ligne $TVN\upsilon\theta$, que j'appelle *ligne de tension & de compression*, ne peut être droite, mais courbe, concave vers l'axe $R\rho$, ayant du côté de $N\theta$ une asymptote parallele à cet axe ; parceque la raison de RT à QV ($\rho\theta$ à $\varkappa\upsilon$) doit être moindre que celle de NR à NQ ($N\rho$ à $N\varkappa$), & que $\rho\theta$ ne sçauroit jamais excéder la longueur donnée de la fibre. Au reste il est probable que cette Courbe est différente à l'égard de différens corps, à cause de la différente structure de leurs fibres.

LEMME IV.

FIG. I. *La même force qui fait plier une poutre ou perche* ABCD *de* AB *en* GF, *en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle* BSF, *& comprimant l'autre de la quantité du triangle* ASG, *seroit capable d'étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apuy* A, *de la quantité du triangle* ABF, *ou bien de comprimer cet assemblage sur l'apuy* B *ou* F *de la quantité du triangle* BAG *ou* FAG.

DEMONST. Concevons pour un moment la poutre

apuyée en *A* pour empêcher sa compression ; le poids *P* la fera un peu plier, comme de *AB* en *AF*. Qu'on ôte ensuite l'apuy *A* aprés que la fibre *BF* est tenduë autant qu'elle le peut être ; le point *F* servira d'apuy, & le même poids *P* fera encore baisser la poutre, comme de *FA* en *FG*. Or il est clair que si l'on eût laissé librement aller la poutre sans l'apuyer en *A*, le poids *P* l'auroit d'abord fait plier de *AB* en *GF*. Donc la force qui peut tout à la fois étendre une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimer l'autre de la quantité du triangle *ASG*, est la même que celle qu'il faudroit pour étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apuy *A* de la quantité du triangle *ABF*, ou pour comprimer sur l'apuy *F* de la quantité du triangle *AFG*.

Cela paroît encore en ce que la fibre en *H* étant tenduë sur l'apuy *A* de la longueur *HK*, & comprimée en même tems sur l'apuy *F* de la longueur *KI*, c'est tout comme si elle étoit seulement tenduë de la longueur $HI = HK - KI$; & que la fibre en *N* étant tenduë sur l'apuy *A* de la longueur *MN*, & comprimée sur *F* de la longueur *ML*, c'est tout comme si elle étoit seulement comprimée de la longueur $NL = ML - NM$. Or toutes les *HI* & *NL* font les triangles *BSF* & *ASG*, ainsi que toutes les *HK* font le triangle *ABF*, & toutes les *KI* le triangle *AFG*.

COROL. La force qui peut étendre la poutre sur l'apuy *A* de la quantité du triangle *ABF*, est donc la même que celle qui peut la comprimer sur l'apuy *B* ou *F* de la quantité du triangle *BAG* ou *FAG* : parceque chacune de ces forces est la même que celle qui peut l'étendre & le comprimer tout à la fois sans apuy, de la quantité des deux triangles *BSF* & *ASG*.

PROBLÊME I.

Trouver combien il faut plus de force pour rompre une poutre directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur, que pour la rompre transversalement.

FIG. I. SOLUT. Soit la poutre *AB D* que l'on regarde comme composée d'une infinité de fibres homogênes de même longueur, & chargée à son extrêmité du poids *P*, qui la fasse plier de *AB* en *GF* en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimant l'autre de la quantité du triangle *ASG*; & que la force de ce poids soit précisément celle qu'il faut pour rompre la poutre. Il paroît par le *Lem.* 4 que si l'on soûtenoit la poutre d'un apuy en *A*, le même poids *P* étendroit ses fibres de la quantité du triangle *ABF*, c'est à dire, sa fibre extrême de la même longueur *BF*, & une des moyennes de la longueur *HK*, qui sont les appliquées du triangle *ABF*. Qu'on représente ces longueurs *BF* & *HK* par les appliquees de la ligne de tension *RT* & *QV*; ainsi que les forces requises pour étendre ces longueurs, par les abscisses *NR* & *NQ*. Soient nommées *AB*, *b*; *AD*, *c*; *BF* (*RT*), *t*; *HK* (*QV*), *p*; *NR*, *m*; *NQ*, *n*.

FIG. V.

L'on aura $BF(t) . HK(p) :: AB(b) . AH = \frac{bp}{t}$; dont la differentielle $\frac{bdp}{t}$ marquera la largeur de la fibre *EH*. Et parceque la résistance que fait la fibre en *H*, est proportionnée à la force absoluë *NQ*, dont elle est tirée, à la largeur de la fibre *EH* par le *Lem.* 2. & à la distance de l'apuy *AH* par la nature du levier : cette résistance sera $= n \times \frac{bdp}{t} \times \frac{bp}{t} = \frac{bbnpdp}{tt}$; & par conséquent la résistance que font toutes les fibres ensemble, sera $= \frac{bb}{tt} \times \int npdp$, c'est à dire $= \frac{bb}{tt} \times \int mtdt$ par raport à tout le triangle *ABF*. Donc cette résistance étant égale à l'action du poids *P*, laquelle a pour valeur (*momentum*) $AD \times P$,

l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int m\,t\,d\,t = AD \times P = c \times P$; & par conſéquent auſſi $P = \frac{bb}{ctt} \times \int m\,t\,d\,t$.

Suppoſons maintenant qu'il faille rompre la poutre ſuivant la diréction *AD* ou *BC*; il eſt clair que toutes les fibres compriſes dans l'épaiſſeur *A*B (*b*) de la poutre, doivent être toutes également tenduës, chacune de la longueur *BF*; & par conſéquent tirées chacune de la même force *NR* ou *m*: ce qui donne $b\,m$ pour la ſomme de toutes ces petites forces. D'où l'on voit que la force requiſe pour rompre la poutre en B*F* diréctement, c'eſt à dire, en la tirant ſuivant ſa longueur *AD* ou *BC*, eſt à celle que doit avoir le poids *P* pour la rompre tranſverſalement au même endroit, comme $b\,m$ eſt à $\frac{bb}{ctt} \times \int m\,t\,d\,t$, c'eſt à dire, comme la longueur (*c*) de la poutre eſt à $\frac{b}{mtt} \times \int m\,t\,dt$. Or cette quantité $\frac{b}{mtt} \times \int m\,t\,dt$ eſt toûjours plus petite que le tiers de la hauteur *AB*; car de ce que $\frac{t}{p} < \frac{m}{n}$ par le *Lem.* 3. il s'enſuit que n eſt toûjours $< \frac{mp}{t}$, $np\,dp < \frac{mpp\,dp}{t}$, & $\int np\,dp < \int \frac{mpp\,dp}{t} = \frac{mp^3}{3t}$. Donc tout le triangle *A*B*F* donnera $\int m\,t\,d\,t < \frac{mt^3}{3t} = \frac{mtt}{3}$; & enfin $\frac{b}{mtt} \times \int m\,t\,d\,t < \frac{b}{mtt} \times \frac{mtt}{3} = \frac{1}{3}\,b = \frac{1}{3}\,AB$. Ce qui s'accorde avec les expériences de M. Mariotte, qui a toûjours trouvé cette quantité moindre que le tiers, & plus grande que le quart de la hauteur *A*B. *Voyez ſon Traité du Mouvement des Eaux Part.* 5. *Diſc.* 2.

COROL. Si l'on conçoit la poutre comme ſoûtenuë d'un apuy en *F*, & comprimée de la quantité du triangle *AFG*, & qu'on repréſente les racourciſſemens de la fibre extrême *AG*, & d'une de ſes moyennes *KI*, par les appliquées de la ligne de compreſſion , , ainſi que les forces comprimantes de ces fibres par les abſciſſes *N* , *N*κ: nommant *AG* ($\rho\upsilon$), τ; *KI*($\kappa\upsilon$), π; *N*ρ, μ; *N*κ, ν; on FIG. V.

trouvera de même que la résistance que toutes les fibres font ensemble à leur compression, par raport au triangle *KFI*, est $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \nu \pi d\pi$, & $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu \tau d\tau$ par raport au triangle *AFG*. Donc puisque (*Lem.* 4.) il faut la même force pour vaincre la résistance que les fibres font à leur compression, que pour vaincre celle qu'elles font à leur extension; l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int m t dt = \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu \tau d\tau$; & par conséquent aussi $tt . \tau\tau :: \int m t dt . \int \mu \tau d\tau$. D'où il paroît que les lignes de tension & de compression étant données, c'est à dire, m étant donnée par t, & μ par τ, le raport qu'il y a entre t & τ (entre *BF* & *AG*, ou entre *BS* & *AS*) sera aussi donné; & qu'ainsi le point *S*, qui ne souffre ni extension ni compression, sera trouvé.

PROBLÊME II.

Trouver la Courbure de la ligne Elastique, c'est à dire, celle des lames à ressort qui sont pliées.

SOLUT. La lame *IKCN* est un parallélogramme ré-
FIG. V. ctangle en son état naturel, affermie ou clouée à l'un de ses bouts *IK*, & chargée à l'autre *N* du poids *P*, qui lui fait prendre la courbure *IBN* ou *KAC*; *EA* est une de ses parties infiniment petite, étenduë en dehors de la quantité du triangle *BSF*, & comprimée en dedans de la quantité du triangle *ASG*; *EH* & *FG* prolongées concourent au point *M* centre du cercle osculateur de la Courbe. Soient maintenant *AD* ou $NX = x$, *ND* ou $AX = y$, l'épaisseur de la lame *IK* ou $AB = b$, le poids $P = bb$, la longueur de la fibre *EB* ou $AH = dz$, la longueur de celle pour laquelle est construite la ligne de tension & de compression $= f$, & enfin la force qui peut étendre la fibre *EB* de la longueur *BF*, soit marquée par $NR = m$, & celle qui peut comprimer la fibre *AH* de la longueur *AG*, par $N = \nu$.

Or (*Lem.* 4.) le poids *P* pourroit étendre la particule *EA* de la lame sur l'apuy *A* de la quantité du triangle

ABF

ABF en vertu du levier *DAB*, ou bien la comprimer sur l'apuy *F* de la quantité du triangle *FAG* en vertu du levier *CFG* : les bras des leviers *AD* & *FC* sont icy considerés comme égaux, à cause du peu d'épaisseur *AF* de la lame. C'est ce qui nous donne bbx ($P \times AD$ moment du poids P) $= \frac{bb}{tt}\int mtdt$ quantité de la résistance des fibres (par le *Prob.* 1.) Ainsi en divisant par bb, l'on aura $x = \frac{\int mtdt}{tt}$. Le *Corol. du Prob.* 1. donne aussi $\frac{\int mtdt}{tt} = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$. On aura de plus (*Lem.* 1.) $f. t (RT) :: dz (EB). \frac{tdz}{f} = BF$; comme aussi $f. \tau (\rho\theta) :: dz (HA). \frac{\tau dz}{f} = AG$. Et parceque $BF. AG :: BS. AS$; donc $BF + AG \left(\frac{tdz + \tau dz}{f}\right). BF \left(\frac{tdz}{f}\right) :: AB (b). BS = \frac{bt}{t+\tau}$. Enfin à cause des triangles semblables *BSF* & *HMG*, l'on aura $BF \left(\frac{tdz}{f}\right). BS \left(\frac{bt}{t+\tau}\right) :: HG$ (qui ne différe pas sensiblement de AH ou dz). $HM = \frac{bf}{t+\tau}$ rayon du cercle osculateur, lequel (comme l'on sçait) dans toutes les Courbes s'exprime généralement par $\frac{dxdz}{ddy}$. Donc on aura $\frac{bf}{t+\tau} = \frac{dxdz}{ddy}$, ou $bfddy = \overline{t+\tau} \times dxdz$; & en prenant les sommes, $bfdy = dz \times \int \overline{t+\tau} \times dx$; & en quarrant $bbffdy^2 = dz^2 \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2 = \overline{dx^2 + dy^2} \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2$, ou bien $bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2 \times dy^2 = dx^2 \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2$; & en tirant la racine quarrée $dy\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2} = dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx$; ou enfin $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2}}$, qui est la différentielle de l'ordonnée de la Courbe que l'on cherche.

Nous avons donc trouvé trois équations : sçavoir $x = \frac{\int mtdt}{tt}$, $\frac{\int mtdt}{tt} = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$, & $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2}}$, dont la premiére exprime le raport qui est entre t & x,

l'autre entre t & τ, & la troisiéme celui d'entre x & y; ce qui détermine entiérement les points de la Courbe.

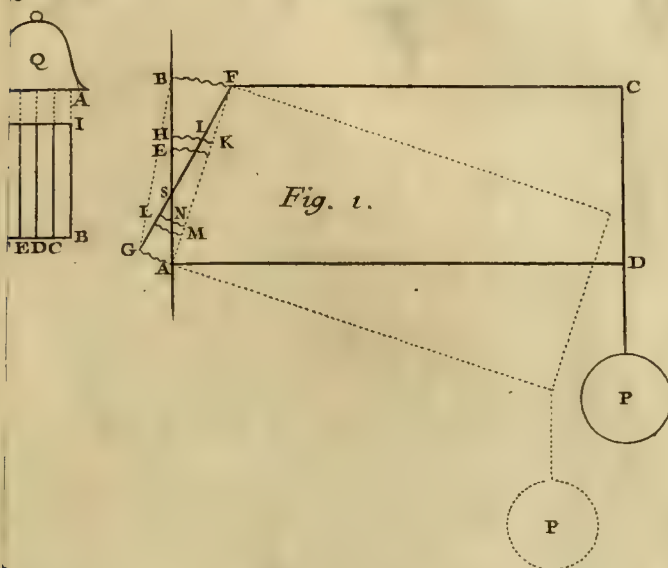
Pour la construire on tracera premiérement la Courbe ONZ telle que faisant $OX = RT = t$, & $YZ = \rho\theta = \tau$, NX soit $= \frac{\int mt\,dt}{tt}$, & $NY = \frac{\int \mu\tau\,d\tau}{\tau\tau}$; car ayant coupé indéfiniment dans l'axe $NX = NY$, si l'on fait $XA = \int \frac{dx \times \int \overline{t-\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2}}$, le point A sera dans la Courbe requise KAC. Supposé donc, par éxemple, que les lignes de tension & de compression fussent droites (quoiqu'elles ne soient jamais telles *par le Corol du Lem.* 3.) ayant alors $\frac{NR}{RT}\left(\frac{m}{t}\right) = \frac{a}{g}$, & $\frac{N\rho}{\rho\theta}\left(\frac{\mu}{\tau}\right) = \frac{a}{h}$; l'équation différentielle de la Courbe sera $dy = \frac{xx\,dx}{\sqrt{\frac{4aabbff}{\overline{g+h}^2} - x^4}}$, & $BS.\ AS :: g.\ h$.

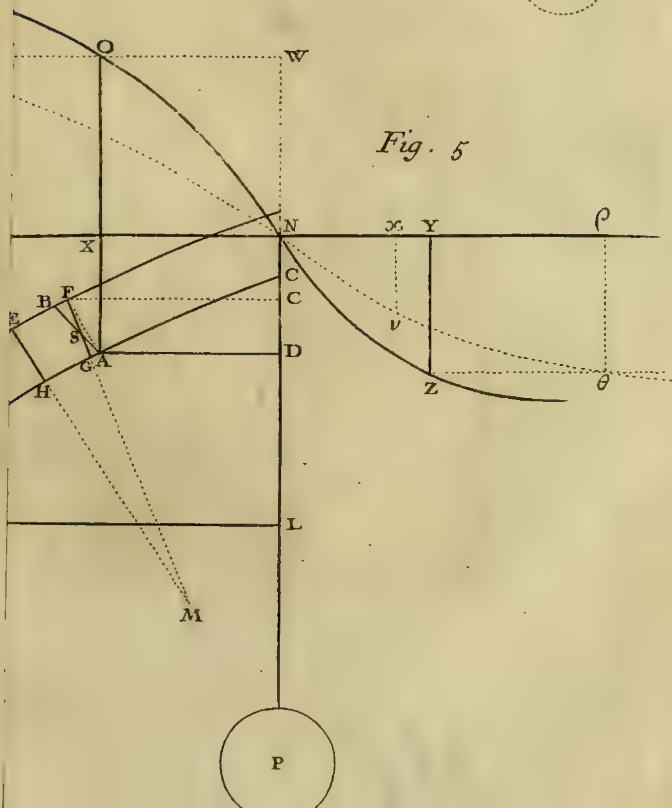
Mais supposé que ces lignes-là fussent des paraboles, que g fût le paramétre de la premiére, & h celui de la seconde; alors cette équation deviendra $dy = \frac{x\,dx\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{gbbff}{16 \times \overline{g+h+2\sqrt{gh}}} - x^2}}$, & $BS.\ AS :: \sqrt{g}.\ \sqrt{h}$. &c.

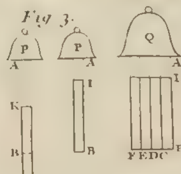
OBSERVATIONS
SUR LA GRATIOLE.
PAR M. BOULDUC.

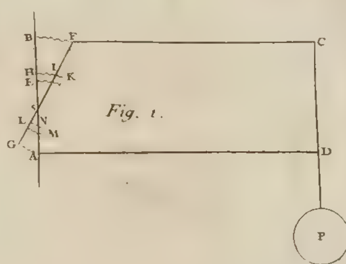
1705. 8. Juillet.

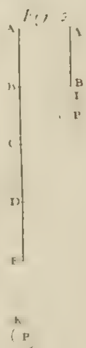
JE n'ay quasi travaillé jusqu'à present que sur les Medicamens purgatifs étrangers, & entre ceux-là sur les plus violents. Je les laisseray pour quelque tems, afin de donner place à quelques-uns des nôtres, pour tâcher de découvrir par nôtre travail & par nos experiences, si nous ne pourrions pas les mettre en évidence, & nous les rendre aussi familiers que nous avons fait jusqu'à present les


ig. 4.
Q
A
I
B
EDC
B
F
C
H
L
K
E
S
L
N
M
G
A
D
Fig. 1.
P
P

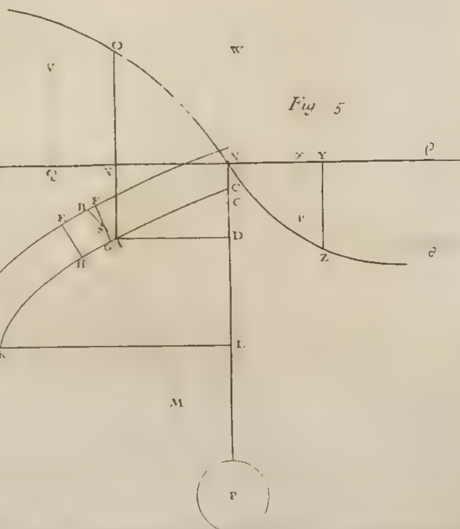

O
W
Fig. 5
N
x
Y
ρ
X
C
C
B
F
E
S
v
D
G
A
H
Z
θ
L
M
P


Fig 3.
Fig 4
P
P
Q
A
A
A
I
I
K
B
B
B
C
D
F E D C


B
F
C
H
L
K
E
L
N
M
G
A
D
Fig. 1.
P


A
B
C
D
E
K
P


A
B
I
P


Fig 5
T
O
V
W
R
Q
X
Y
E
B
F
S
G
H
C
D
Z
I
K
L
M
P

autres, persuadé que je suis, que si l'on n'est point encore parvenu à ce point, c'est pour n'y avoir peut-être pas fait assez d'attention, & pour ne s'être pas donné la peine de les examiner d'assez prés, pour les pouvoir mettre en usage avec la même sûreté & avec la même utilité. Si je n'y parviens pas aussi heureusement que je me le suis proposé, du moins en aurai-je fait la tentative, & je pourray par-là donner occasion à d'autres d'y travailler.

Je diray donc aujourd'huy ce que j'ay fait de l'un des plus violents d'entre les nôtres, c'est la Gratiole, qui toute violente que nous la connoissons, n'a pas laissé d'être appellée *Gratia Dei*, & peut être par diminutif *Gratiola*; parceque cette grace est pour l'ordinaire accompagnée de violents effets, d'autant que souvent en operant elle fait vomir & purger par irritation.

Cependant par le long & frequent usage que j'en ay fait jusqu'icy, je ne me suis point apperçû qu'on dût autant l'apprehender que la Coloquinthe, que la Gomme gutte & semblables. On ne la redoute que parcequ'on ne l'a pas assez connuë ni maniée ; je n'en suis pas surpris, ç'a été l'usage de tous les tems, surtout en remedes, de negliger ce que nous possedons, & de nous attacher à ce que nous ne possedons pas. Si cette plante nous étoit envoyée de bien loin, nous la venterions comme la Scammonée, le Senné, la Rhubarbe & les autres.

La Gratiole, que nous connoissons aujourd'huy sous ce nom, sans en vouloir faire la description, que je laisse aux Botanistes, pour m'attacher uniquement à la connoître dans les differentes parties qui la composent, est connuë pour un parfaitement bon hydragogue, qui purge par haut & par bas, prise en substance ou en infusion : je l'ay éprouvée comme un tres-bon vermifuge, infusée dans le lait, aussi-bien que pour l'ascite, l'effet de cette maniere en est fort doux, d'autant que ce menstruë par sa viscosité, ne peut dissoudre de ce mixte, que ce qu'il a de plus velouté, pendant que ses parties roides restent dans le marc.

Cette qualité specifique contre les vers, peut être attri-

buée à ſon extrême amertume, ou à quelqu'autre principe qui ſe trouve en cette plante, qu'on n'a pas encore démêlé.

Il eſt conſtant même, comme l'ont fort bien remarqué ceux qui en ont écrit, qu'elle eſt un fort bon vulneraire appliquée ſur les playes ; & peut-être n'a-t-on point encore obſervé, comme j'ay fait, que la racine de cette plante donnée en poudre au poids de demie dragme, même une dragme, eſt un remede ſpecifique contre la dyſſenterie, & qu'elle fait aſſez l'effet de l'Ypecacuanha, quand on n'a pas laiſſé faire trop de progrés au mal ; auſſi ai-je remarqué que cette racine a quelque adſtriction au goût indépendemment de ſon amertume.

Je viens preſentement au détail de ce que j'ay obſervé dans les differentes décompoſitions de cette plante, d'où par la ſuite je tireray mes conſequences, qui peut être donneront lieu à d'autres de nous en donner leurs reflexions.

J'ay travaillé d'abord ſur la Gratiole nouvellement arrachée de terre & pleine de ſuc ; j'en avois quatre livres quinze onces avec les racines ; je les ay ſeparées, elles ont peſées quatorze onces, & n'ont plus peſées que trois onces & demie aprés avoir été bien ſechées : ces quatorze onces & demie de racines renfermoient donc dix onces & demie d'humidité.

Les quatre livres une once de tiges & feüilles ſeparées des racines, ont produit deux livres quatre onces de ſuc, qui aprés avoir été dépuré par réſidence & paſſé par le filtre, ne s'eſt plus trouvé peſer que deux livres une once & demie : les deux onces & demie de féces ont été réduites à tres-peu de choſe aprés avoir été bien ſechées, & le peu qu'il y en avoit m'a paru d'abord un peu ſalé, & ſur la fin d'une amertume aſſez acre.

Ces tiges & feüilles aprés en avoir tiré par forte expreſſion la quantité de ſuc cy-deſſus marquée, n'ont plus peſées que vingt-quatre onces, & ſechées qu'elles ont été dix onces & demie : ce marc contenoit donc encore trei-

ze onces & demie d'humidité qu'on n'avoit pû séparer par l'expression.

Ce suc ainsi dépuré étoit d'un verd pâle, comme ce qu'on appelle Celadon, & ce qui est surprenant peu amer, par comparaison à ce qu'est la plante dans son entier, aussi le marc est-il resté beaucoup amer.

J'ay réduit ces deux livres une once & demie de suc dépuré en sirop fort épais par le bain vaporeux : l'humidité que j'en ay tirée étoit d'une odeur assez agreable, insipide au goût, laissant pourtant quelque tems aprés un peu d'impression de chaleur sur la langue, accompagnée de secheresse.

J'ay mis cette espece de sirop épais, qui paroissoit tres-uni dans ses parties, dans une petite terrine de terre, & la terrine à la cave pendant un mois, aprés lequel j'ay trouvé au fonds & aux parois du vaisseau de petits globules qui résistoient un peu sous la dent, qui ne laissoient aprés de s'étendre & se fondre sur la langue assez facilement : ils étoient, aussi-bien que le reste du sirop, d'un salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & adstriction. C'étoit le sel essentiel de la plante.

Ce suc ainsi épaissi, & methodiquement desseché à chaleur tres-douce en consistence d'extrait tres-solide, s'est trouvé peser sept dragmes.

Cet extrait, quelque desseché & solide qu'il soit, s'humecte tres-aisément à l'air, & les parties exterieures de la masse se fondent toutes en sirop par succession de tems. Cela est assez ordinaire à tous ces extraits qui abondent en sels.

J'ay fait quelques essais de cet extrait autant que j'en ay trouvé l'occasion; j'ay veritablement remarqué qu'il purgeoit, mais non-pas autant que je l'aurois crû : il a beaucoup poussé par les urines, n'a causé que quelques nausées, sans vomissement, encore ces nausées pouvoient-elles venir de la trop grande plenitude de ceux à qui j'ay donné cet extrait. La dose a été de 24 à 30 grains.

Comme presque toute l'amertume de cette plante m'a

parû être reſtée dans le marc des tiges & feüilles dont j'avois tiré le ſuc, j'ay inferé à bon titre que ce marc n'étoit pas entierement dépoüillé ni dénué de toute la qualité de la plante ; & de fait, j'ay encore tiré de la moitié de ce marc (qui peſoit dix onces & demie) par nombre de décoctions & macerations faites avec l'eau, une once douze grains d'extrait, j'en aurois donc tiré deux onces un ſcrupule ou environ, ſi j'avois employé la totalité. J'ay été bien-aiſe de garder de ce marc pour quelques-autres experiences qui auront leur place dans un autre occaſion.

Il eſt donc évident qu'on tire plus d'extrait du marc de cette plante, toutes proportions gardées, par les décoctions, que l'on en tire du ſuc, puiſque le ſuc de 4 liv. 2. onces de Gratiole n'a produit que ſept dragmes d'extrait, & que le marc de cette quantité en a donné deux onces une dragme & demie.

Ce dernier extrait, à la difference du premier, eſt bien moins ſalé acide, d'une amertume conſiderable, avec beaucoup d'apreté, ce que n'eſt point l'autre, il purge auſſi beaucoup plus à même doſe.

Ce procedé d'extraire ainſi les extraits à l'égard des plantes ſucculentes, pour en avoir toute la qualité, nous prouve bien qu'il eſt plus à propos de les faire par les réïterées décoctions, qu'avec les ſucs ſeulement, à moins toutefois que dans de certaines occaſions l'on ne reconnût dans le ſuc de quelques plantes, quelque qualité qui ſeroit differente de celle qui ſeroit reſtée dans le marc, qui ne conviendroit point aux intentions.

Quelques Auteurs ont prétendu & nous ont décrit les extraits des plantes ſucculentes par les ſucs dépurez ; mais probablement qu'ils n'avoient pas remarqué, comme je le viens de faire, ce qu'on pouvoit encore tirer d'extrait du marc, aprés en avoir tiré le ſuc ; j'ay été, comme eux, dans cette erreur, & j'en ay été tiré par mes experiences : ce qui y a contribué, c'eſt pour avoir pluſieurs fois remarqué que les ſirops de fleurs de peſcher & de roſes faits avec leurs ſucs, étoient moins purgatifs que les mêmes

ſirops préparez de la ſeule décoction du marc deſdites fleurs, dont même on avoit tiré le ſuc.

La raiſon en eſt aſſez ſenſible : les ſucs étant pleins de leur ſel eſſentiel, ne ſont point en état de délayer, d'étendre, de diſſoudre & d'entraîner celui qui reſte dans le marc ou parties ligneuſes des plantes, lequel n'eſt ſouvent pas different de l'autre ; & quand même il le ſeroit, il conviendroit ſouvent de l'y joindre, pour ne point dénaturer la qualité du mixte : d'où je croy pouvoir conclure, qu'il ſeroit plus à propos de faire les extraits des plantes ſucculentes & de leurs parties par les infuſions, macerations & décoctions bien dépurées, qu'avec leurs ſucs.

Je ne prétens pas pour cela faire paſſer pour une regle abſoluë, cette methode de faire les extraits des plantes ſucculentes ; car il y en auroit de telles, comme j'ay déja dit, dont l'extrait du ſuc pourroit être different en qualité de celui du marc, & que ne voulant avoir de la plante que l'une ou l'autre qualité, on ſeroit à la verité obligé d'en faire d'abord l'extrait avec le ſuc, & enſuite avec la décoction du marc, pour s'accommoder de l'un ou de l'autre ſuivant les indications ; & alors c'eſt l'experience qui doit guider celui qui les ordonne & qui les doit employer : car veritablement il y a nombre de mixtes qui ont en eux des vertus oppoſées.

J'ay continué mes obſervations ſur la plante ſeche avec des diſſolvans differens. Seize onces de feüilles & tiges bien ſeches, par les réïterées décoctions faites avec de l'eau & bien dépurées, ont produit quatre onces trois dragmes d'extrait tres-ſolide.

Le marc bien deſſeché n'a plus peſé que dix onces ; ainſi l'on peut compter qu'il s'eſt perdu en ſeize onces que j'avois employées, une once cinq dragmes de matiere, qui ne peuvent être que les terreſtritez & réſidences des décoctions.

Je n'ay tiré de cinq onces de ce marc par l'eſprit de vin que quarante-cinq grains d'extrait. Mes vûës dans cette operation étoient de connoître ſi cette plante contenoit

quelques principes, ſur leſquels l'eau ne pouvoit pas mordre : l'on pourroit donc croire que cette petite quantité d'extrait ſeroit la partie reſineuſe de la plante, ce qui ne vaut pourtant pas la peine d'être comparé à celle que j'ay tirée en premier lieu avec l'eau. Il ne m'a parû aprés cela dans ce marc ainſi dépoüillé aucune qualité, ſi ce n'eſt que quelque adſtriction, & par la calcination que j'en ay faite, que quelques grains de ſel fixe, dont on ne peut tirer d'autres conſequences, ſi ce n'eſt, comme je l'ay déja dit, que les mixtes ainſi travaillez ne peuvent plus contenir que tres-peu ou point de parties ſalines.

Je remarqueray icy en paſſant qu'il a fallu cinq livres & demie de cette plante verte pour en avoir ſeize onces de ſeche, & que les proportions de cet extrait de la plante ſeche comparez avec celui fait avec le ſuc & avec les décoctions du marc, l'un & l'autre en même ſaiſon ſe rapportent aſſez en quantité auſſi-bien qu'en effets.

Pareille quantité de cette plante ſeche n'a produit d'extrait fait avec l'eſprit de vin, que deux onces un gros d'extrait tres-ſolide ; ce qui nous prouve que l'eſprit de vin tire plus de moitié moins d'extrait de cette plante que l'eau, ce qu'on ne peut attribuer qu'au peu d'effet que l'eſprit de vin fait ſur les parties ſalines ; auſſi cet extrait fait & préparé avec l'eſprit de vin purge plus par les ſelles & avec plus d'irritation que celui qui eſt fait avec l'eau, qui non-ſeulement agit par les ſelles, mais encore beaucoup par les urines.

Ce marc dont j'ay tiré l'extrait avec l'eſprit de vin aprés avoir été bien ſeché ne peſoit plus que douze onces, & a produit encore trois onces ſix dragmes d'extrait par les réïterées décoctions que j'en ay faites avec l'eau ſeule ; partant ces ſeize onces de matiere m'ont produit par ces deux differentes extractions cinq onces ſept dragmes d'extrait, c'eſt quelques dragmes de plus que celui fait avec l'eau ſeule.

D'où j'oſe conclure, comme j'ay déja fait, qu'en certains mixtes il eſt fort inutile de ſe ſervir d'eſprit de vin pour

pour en tirer les extraits, à moins que d'avoir pour cela des raiſons particulieres.

J'ay fait le même travail ſur la racine ſeche : une once & demie de racines m'ont donné deux dragmes & demie d'extrait tres-ſolide, préparé avec le diſſolvant aqueux.

Cet extrait au poids de 15 à 24 grains purge raiſonnablement, mais non-pas tant que celui des feuilles ; & de pareille quantité deſdites racines ſeches avec l'eſprit de vin, je n'ay tiré que quatre ſcrupules d'extrait : le marc aprés avoit été bien ſeché étoit encore beaucoup amer, auſſi en ai-je encore tiré avec l'eau plus d'une dragme d'extrait que l'eſprit de vin n'avoit pû diſſoudre.

J'oſe en cela avancer, comme j'ai déja fait en pareil cas, que ſi l'eſprit de vin étoit tel qu'on le pouvoit ſouhaiter & ſans flegme (ce qui n'eſt pas aiſé) il tireroit peu de cette plante auſſi-bien que de beaucoup d'autres de même nature, & que ce qu'il en a tiré & diſſout n'eſt que par proportion à la quantité de flegme que l'eſprit de vin contient, dont il eſt tres difficile de le dégager entierement ; d'où je continuë de dire que cette plante ne contient que peu ou point de parties reſineuſes.

J'ay peu de choſe à dire de l'analyſe que j'ay faite de cette plante par la diſtillation ordinaire, n'y ayant rien remarqué d'extraordinaire ni qui fût bien different des autres que j'ay cy-devant travaillées de même.

Neanmoins pour obſerver le même ordre, j'ay mis dans le bain vaporeux quatre livres de feüilles & racines recentes de Gratiole ; j'en ay diſtillé avec ordre pluſieurs portions preſqu'à ſiccité de la plante : toutes ces portions m'ont parû aſſez ſemblables au goût, à l'odorat & aux effets ſur les eſſais ; j'ay retiré la matiere ſeche du bain de vapeur peſant vingt-cinq onces & demie, je l'ay miſe dans la cornuë au reverbere clos & par un feu gradué, j'en ay tiré d'abord une liqueur un peu teinte, un peu amere & un peu acide, & ſucceſſivement les autres devenant à proportion plus colorées & plus acides, ſentant beaucoup l'Empyzome : la derniere portion étoit un peu volatile, mêlée d'une huile noire.

Toutes ces portions ont produit ſur les eſſais les effets ordinaires : la maſſe noire reſtée dans la cornuë ne peſoit plus que ſept onces ſix dragmes & aprés la calcination parfaite une once & demie, dont j'ay tiré à la maniere ordinaire quatre gros & demi de ſel fixe.

METHODE

De déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquée en diverſes obſervations.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 2. Avril. LEs obſervations Aſtronomiques qui peuvent ſervir à trouver les longitudes de la terre avec une aſſez grande préciſion, meritent d'être employées à cet uſage ſi neceſſaire à la prefection de la Geographie & de la Navigation.

Les Anciens ſe ſervoient des Eclipſes de Lune obſervées en même tems en differens lieux de la terre. Mais Ptolemée dans ſa Geographie ſe plaint que de ſon tems on n'avoit que très-peu de ces obſervations, & ne parle que d'une Eclipſe obſervée à Arbelle ville celebre par la victoire remportée par Alexandre en ce lieu-là, où il dit qu'elle arriva à 5 heures, & à Carthage à 2 heures, ſans déterminer l'année ni le jour.

Pline rapporte auſſi une Eclipſe de Lune obſervée à Arbelle au tems de la victoire d'Alexandre à 2 heures, & en Sicile au lever de la Lune.

La rareté de ces obſervations obligeoit les Geographes à déterminer les longitudes par l'eſtime de la longueur des voyages, dans leſquelles on étoit ſi peu d'accord, que Marin Tirien, un des plus celebres Geographes de ſon tems, faiſoit la longitude compriſe entre les Iſles Fortu-

nées & l'extremité Orientale de la Chine de 225 degrez, au lieu que Ptolomée la trouvoit moins de 180, de ſorte qu'il y avoit entre l'un & l'autre une difference de plus de 45 degrez.

On a depuis obſervé un aſſez grand nombre d'Eclipſes de Lune en differens lieux, & particulierement dans les deux derniers ſiecles. On ne comparoit d'abord que le commencement & la fin de ces Eclipſes obſervées en divers lieux, dans leſquelles il y avoit beaucoup d'ambiguité, à cauſe de la difficulté de diſtinguer l'ombre veritable de la terre qui arrive par la perte de preſque tous les rayons du Soleil, de la penombre que l'on voit avant & aprés l'Eclipſe veritable. On y a depuis ajoûté l'Obſervation de l'Immerſion & de l'Emerſion des Taches de la Lune dans l'ombre que l'on apperçoit avec plus d'évidence, ce qui donne le moyen de comparer enſemble un plus grand nombre de Phaſes, & de déterminer avec plus de préciſion la difference des Meridiens.

Depuis que l'on a trouvé la theorie du mouvement des Satellites de Jupiter, & que l'on a dreſſé des Tables pour déterminer leurs Eclipſes qui ſont tres-frequentes, on a experimenté quélles ſont plus faciles à déterminer avec exactitude que celles de la Lune auſquelles on les a préferé pour cet uſage, & l'Academie Royale des Sciences les a pratiquées avec ſes correſpondans en toutes les quatre parties du monde; ce qui a ſervi à corriger les grandes erreurs qui ſe ſont trouvées dans les Cartes Geographiques.

On a enfin déterminé par une methode nouvelle & exacte les longitudes d'un grand nombre de Villes conſiderables par les Eclipſes du ſoleil, qui ont été expoſées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

Aprés avoir pratiqué toutes ces methodes, je me ſuis appliqué à déterminer les longitudes de divers lieux par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, dont l'on n'avoit fait encore aucun uſage par la methode que je vais donner, & je les ay comparées avec celles

qui avoient été déterminées par diverſes autres obſervations faites dans les mêmes lieux, afin de pouvoir connoître quelle eſt la préciſion que l'on peut attendre de ces ſortes d'obſervations.

Cette methode quoyque fondée ſur le même principe que celle que mon Pere a inventée pour calculer les Eclipſes du Soleil, ne laiſſe pas d'en differer en pluſieurs circonſtances.

Premierement, parceque le centre du Soleil eſt toûjours dans l'Ecliptique ſans latitude, au lieu que les Etoiles fixes & les Planetes en ont preſque toûjours.

En ſecond lieu, parceque dans les Eclipſes du Soleil & dans ſes autres conjonctions & oppoſitions avec la Lune, le mouvement apparent de la Lune eſt plus regulier, ſon diametre apparent & ſa parallaxe plus faciles à déterminer qu'à diverſes diſtances du Soleil.

En troiſiéme lieu parceque la révolution journaliere du Soleil qu'il faut emploïer pour la recherche des longitudes, eſt celle qui meſure le tems dans lequel conſiſte la difference des Meridiens recherchée, au lieu que la révolution journaliere des Etoiles fixes ou des Planetes qu'il faut auſſi emploïer dans la recherche des longitudes, n'eſt pas celle qui meſure le tems, quoyque la difference ne ſoit pas ſi grande qu'on ne la puiſſe ſouvent negliger ſans erreur ſenſible.

En pluſieurs autres circonſtances la methode de ſe ſervir des Etoiles fixes eſt plus ſimple que celle qui emploïe le Soleil, où il faut mettre en uſage ſon mouvement propre ſon diametre & ſa parallaxe ; ce qui n'arrive point dans les Eclipſes des Etoiles fixes, dont le diametre apparent, même par les lunettes que l'on emploïe à cet uſage, n'eſt que de quelques ſecondes, qui n'ont point de parallaxe ſenſible, & dont le mouvement propre ne ſe peut point appercevoir dans l'eſpace d'un jour.

Dans les Eclipſes des Planetes par la Lune, il faut avoir égard à leur mouvement propre, à leur diametre apparent, quelquefois à leur parallaxe lorſqu'elles ſont prés de la terre.

Ces diverſes circonſtances auſquelles il a fallu avoir égard pour emploïer les obſervations de ces Eclipſes à déterminer les longitudes, m'ont porté à en décrire la methode de la maniere qui m'a paru la plus aiſée à pratiquer, aprés avoir donné une idée generale de la theorie de ces Eclipſes.

L'on conſidere d'abord que les rayons qui viennent du centre de l'Etoile *E* (*vide* 1 *Fig.*) & qui vont terminer en cone à la circonference de la terre, paſſant par l'orbe de la Lune y occupent un eſpace circulaire *OB*, dont chaque point répond à quelque point de la terre *AC*, & y forment une projection de l'hemiſphere de la terre qui eſt expoſé directement à l'Etoile. Lorſque cette Etoile eſt fixe & qu'elle n'a par conſequent aucune parallaxe ſenſible, alors les rayons qui forment cette projection peuvent paſſer pour paralleles, & l'eſpace qu'ils occupent dans l'orbe de la Lune eſt cenſé égal à celui qui eſt compris par la circonference de la terre; de ſorte que le demi-diametre de la terre vû de la Lune que l'on ſçait être égal à la parallaxe horizontale de la Lune, eſt égal au demi-diametre de cette projection.

Si cette Etoile avoit quelque parallaxe ſenſible, comme il arrive à quelques Planetes, principalement lorſqu'elles ſont dans leur Perigée; alors le demi-diametre de cette projection ſeroit plus petit que le demi-diametre de la terre de la grandeur de cet angle, qu'il faudroit par conſequent retrancher de la parallaxe horizontale de la Lune.

Lorſque la Lune par ſon mouvement propre paſſe par l'endroit de ſon orbe où les rayons de l'Etoile ont formé cette projection de la terre, il eſt évident qu'elle interceptera les rayons de l'Etoile aux lieux de la terre qui répondent à chaque endroit de la projection par où elle paſſera, qui verront l'Eclipſe de l'Etoile dans cet inſtant; & comme ſon mouvement propre ſe fait de l'Occident vers l'Orient, ceux qui ſont à l'Occident l'appercevront ordinairement les premiers, & elle ſera vûë ſucceſſivement par les païs qui ſont à l'Orient.

Pour déterminer quels ſont les lieux qui doivent appercevoir cette Eclipſe, il eſt neceſſaire de repreſenter dans cette projection les lieux de la terre qui y répondent.

Soit donc *AB* le demi-diametre du diſque de la terre projetté dans l'orbe de la Lune, (*v. Fig.* 2.) l'Etoile en *A* dans le centre de cette projection, *CV* le cercle de declinaiſon qui paſſe par l'Etoile & par le pole du monde.

Si l'Etoile étoit ſur l'Equinoxial ſans aucune declinaiſon, alors le rayon qui part du centre de l'Etoile & paſſe par le centre de la projection rencontreroit ſur la ſurface de la terre quelque point de l'Equinoxial, & par conſequent l'Equinoxial ſeroit repreſenté dans la figure circulaire de la projection par un diametre comme *OB*, & les deux poles qui en ſont éloignez de 90 degrez ſeroient ſur la circonference, le pole Septentrional dans la partie ſuperieure en *C*, & le pole Meridional dans l'inferieure en *V*. Les paralleles de chaque lieu de la terre ſeroient auſſi repreſentés par des lignes droites paralleles à ce diametre.

Mais ſi l'Etoile a quelque declinaiſon de l'Equinoxial, alors le rayon qui va de l'Etoile au centre de la projection, termine à un point ſur la terre dont la latitude répond à la declinaiſon de l'Etoile, & qui par conſequent eſt éloigné de l'Equateur, lequel dans ce cas doit être repreſenté de même que les paralleles par des Ellipſes, plus ou moins ouvertes, ſelon que la declinaiſon eſt plus ou moins grande ; & les poles de la terre qui dans le premier cas étoient ſur la circonference du cercle, doivent être placez entre le centre & la circonference.

L'on détermine la ſituation du pole Septentrional, en prenant de côté & d'autre du point *C* des arcs *CD*, *CE*, égaux à la declinaiſon de l'Etoile, & tirant la ligne *DE* qui coupe de cercle de declinaiſon *CV* au point *P*.

Lorſque cette declinaiſon eſt Septentrionale, alors l'Equinoxial doit être placé dons la Figure au-deſſous du diametre vers le midy ; enſorte que le point *A* qui repreſente le lieu de l'Etoile ſoit à ſon égard au Septentrion, & par conſequent le pole Septentrional ſera en *P* dans l'hemiſ-

phere exposé à l'Etoile que j'appelle l'hemisphere superieur.

Au contraire lorsque la declinaison est Meridionale, alors l'Equinoxial doit être placé au-dessus du point *A*, & par consequent le pole Septentrional *P* sera de l'autre côté dans l'hemisphere inferieur.

Il faut maintenant considerer que pendant le tems de chaque Eclipse, le même lieu de la terre doit être representé à diverses heures à divers endroits de son parallele, à cause de la révolution journaliere, soit qu'on l'attribuë à l'Etoile & à l'orbe de la Lune dont le mouvement journalier est d'Orient en Occident, suivant l'hypothese des anciens, ou à la révolution du globe de la terre dans le même espace de tems d'Occident vers l'Orient, suivant l'hypothese moderne, qui represente le mouvement de chaque lieu de la terre suivant son parallele.

L'on trace les paralleles de chaque lieu en prenant de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*, les arcs *CQ*, *CT*, *DF*, *DI* & *EH*, *GE* égaux au complément de la latitude du lieu dont l'on veut décrire les paralleles, & tirant par les points *H*, *I*, *Q*, *T*, *F*, *G* les lignes *HI*, *QT*, *FG* qui sont paralleles à *AB*, & coupent le cercle de declinaison *CV* aux points *K*, *X*, *L*. Les deux extrêmes *K* & *L* terminent le petit diametre de l'Ellipse; ensorte que le point *L* est au-dessus de la figure dans l'hemisphere exposé à l'Etoile & le point *K* audessous dans l'hemisphere inferieur, lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale. Tout au contraire, lorsque la declinaison est Meridionale, le point *K* est dans l'hemisphere exposé à l'Etoile, & le point *L* dans l'hemisphere inferieur.

Divisant *KL* en deux, l'on a le centre de l'Ellipse en *Z*, par lequel si l'on tire la droite *MN* parallele à *QT*, & terminée en *M* & *N* par les perpendiculaires *QM* & *TN*, ensorte que *MN* soit égale à *QT*, la ligne *MN* est le grand diametre de l'Ellipse qui passe par les points *M*, *K*, *N*, *L*, & qui represente le parallele du lieu cherché.

Lorsque l'Etoile passe par le Meridien d'un lieu dont

l'an a décrit le parallele, alors le Meridien de ce lieu concourt avec le cercle de declinaison de l'Etoile qui est representé dans cette figure par le diametre *CV*, qui passe par le pole *P* & par l'Etoile en *A*. Et comme la situation de chaque lieu sur la terre se détermine par l'intersection de son Meridien avec son parallele, ce lieu doit être alors placé dans la figure, dans l'intersection de *CV* avec la partie de l'Ellipse exposée à l'Etoile qui est en *L*, lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale, & en *K* lorsqu'elle est Meridionale.

Supposant que le cercle de declinaison de l'Etoile soit fixe, quelque tems aprés le Meridien du lieu dont l'on a décrit le parallele decline vers l'Orient de ce cercle; de sorte qu'ayant marqué dans l'intersection du parallele avec le cercle de declinaison l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien, il faudra marquer l'heure suivante & les autres de suite d'Occident en Orient, qui representeront dans cette projection le lieu apparent de l'Etoile à ces heures differentes.

Pour marquer ces heures sur les Ellipses qui representent les paralleles, il faut décrire du centre *Z* à l'intervalle du grand diametre *ZM*, un cercle qu'on divisera en 24 parties, & tirer de ces divisions des perpendiculaires à ce diametre, qui diviseront l'Ellipse en autant de parties. L'intervalle entre ces divisions sera d'une heure moins 10 secondes dans les Eclipses des Etoiles fixes, a cause quelles font leur révolution 23 heures & 56 minutes. L'on peut dans la pratique negliger ces secondes, qui sont peu sensibles sur le parallele.

Le pole du monde & les paralleles divisez en heure étant representez dans cette projection, il faut décrire ensuite la trace du mouvement propre de la Lune. Cette trace est differente en divers mois. Elle est toûjours representée par une ligne qui ne differe pas sensiblement d'une ligne droite, mais qui passe dans les diverses conjonctions de la Lune avec la même Etoile à diverses distances du centre, & avec des inclinaisons differentes aux lignes droites

tes qui reprefentent les diametres de l'Equinoxial & des paralleles. Le mouvement horaire de la Lune par ces traces differentes, eft auffi different d'un mois à l'autre; ce qui arrive à caufe de fa diverfe diftance à l'Apogée & au Perigée de la Lune & du Soleil, de même qu'à fes conjonctions, oppofitions & quadratures avec le Soleil, qui font autant de termes d'inégalitez du mouvement propre de la Lune.

Pour décrire la trace de la Lune pour le temps propofé, l'on cherchera le parallaxe horizontale de la Lune, que l'on trouvera ou par les Tables, ou par l'obfervation du demi-diametre de la Lune dans le tems de l'obfervation, & l'on divifera le demi-diametre *AB* en autant de parties qu'il y a de minutes dans la parallaxe.

L'on cherchera auffi l'afcenfion droite & la declinaifon de l'Etoile pour le tems de la conjonction, de même que l'afcenfion droite & la declinaifon de la Lune pour ce tems, & pour quelques heures avant ou aprés. Il eft avantageux d'avoir l'afcenfion droite & de la declinaifon de l'Etoile par le moyen des obfervations immediates.

L'on prendra la difference entre l'afcenfion droite de la Lune & de l'Etoile à diverfes heures, & on la réduira en degrez & minutes d'un grand cercle que l'on prendra fur les divifions de la ligne *AB*, & on la portera de *A* vers *B*, fi l'afcenfion droite de la Lune eft plus petite, & de *A* vers *O*, fi elle eft plus grande. Ayant ainfi marqué divers points comme *b*, *d*, *e*, l'on élevera fur *AO* les perpendiculaires *br*, *ds*, *eh*, fur lefquels l'on prendra la difference entre la declinaifon de l'Etoile & celle de la Lune aux heures marquées, que l'on portera de *A* vers *C* lorfque la declinaifon de l'Etoile eft Septentrionale, & en même tems plus petite que celle de la Lune; car fi elle étoit plus grande, il faudroit la marquer de *A* vers *V*. Au contraire fi la declinaifon de l'Etoile & de la Lune eft Meridionale alors il faut marquer la difference de leur declinaifon de *A* vers *C* lorfque la declinaifon de l'Etoile eft plus grande que celle de la Lune, & de *A* vers *V* lorfqu'elle eft plus petite.

Il peut arriver auſſi que l'Etoile & la Lune étant fort prés de l'Equateur, la declinaiſon de la Lune & celle de l'Etoile ſoient l'une Meridionale & l'autre Septentrionale ; & alors il faut prendre leur ſomme, que l'on portera de *V* vers *C* lorſque la declinaiſon de la Lune eſt Septentrionale ; & de *A* vers *V* lorſqu'elle eſt Meridionale. La ſituation de la Lune à l'égard de l'Etoile étant ainſi déterminée à ces diverſes heures, l'on tirera la ligne *h s r*, qui repreſente la trace que le centre de la Lune a décrit en paſſant par la projection du diſque de la terre dans ſon orbe. L'on diviſera chaque intervalle horaire en 60 minutes, & l'on marquera ſur cette trace les heures auſquelles l'on a déterminé l'aſcenſion droite & la declinaiſon de l'Etoile. Ces heures ſeront diſpoſées ſuivant la ſuite des ſignes, & ſont celles que l'on compte pour le Meridien du lieu auquel l'on veut comparer les obſervations faites en divers autres endroits.

Le centre de la Lune faiſant ſon mouvement ſur cette trace d'Occident en Orient, ſon bord Oriental rencontrera ſucceſſivement divers points des paralleles qui ſe trouvent ſur ſa route, auſquels il interceptera les rayons de l'Etoile, & c'eſt à quoi l'on a égard pour déterminer les longitudes. Car chaque obſervateur comptant dans l'inſtant que le bord de la Lune lui intercepte les rayons de l'Etoile, c'eſt-à-dire, dans l'inſtant qu'il obſerve l'Eclipſe l'heure qui eſt marquée ſur ſon parallele, la difference qui eſt entre cette heure & celle qui eſt marquée ſur la trace de la Lune, laquelle eſt décrite pour un Meridien déterminé, eſt la difference entre le Meridien de ce lieu, & le Meridien fixe auquel l'on compare les autres obſervations. Il en eſt de même lorſqu'aprés que l'Etoile a été couverte pendant un certain tems, la Lune vient à la quitter par ſon bord Occidental.

Pour déterminer le tems de ces Phaſes, l'on prend ſur *A B* avec un compas les minutes du demi-diametre de la Lune & poſant une pointe ſur le parallele à l'heure que l'on a obſervé l'Immerſion de l'Etoile, l'on porte à cet

intervalle vers l'Orient l'autre pointe ſur l'orbite de la Lune.

L'on place auſſi ſur le même parallele une pointe du compas à l'heure que l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on porte l'autre vers l'Occident ſur la trace de la Lune.

Si l'on a déterminé exactement le lieu de la Lune, ou par des obſervations immediates, ou par des Tables, les pointes du compas marqueront ſur l'orbite de la Lune les mêmes heures que ſur le parallele, puiſque lorſque l'Etoile nous a paru entrer dans la Lune ou en ſortir, elle étoit éloignée du centre de la Lune de la grandeur de ſon demi-diametre : mais s'il y a quelque difference, comme il arrive ſouvent lorſque l'on ſe ſert des Tables, à cauſe que l'on ne peut pas déterminer le lieu de la Lune avec la préciſion avec laquelle l'on calcule les Eclipſes de la Lune & du Soleil, la Lune ayant deux équations hors de ſes conjonctions & oppoſitious avec le Soleil : Alors il faut corriger le lieu de la Lune en cette maniere.

L'on place une pointe du compas ſur l'heure à laquelle l'on a obſervé l'immerſion, & l'on décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle vers l'Occident.

L'on place enſuite une pointe du compas ſur l'heure du parallele à laquelle l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on décrit au même intervalle un arc de cercle vers l'Orient.

L'on prend enſuite ſur les diviſions horaires de la trace de la Lune, l'intervalle qui s'eſt écoulé entre les deux obſervations, qui eſt le tems de la durée de l'Eclipſe, & on le place en α & β, en ſorte que la ligne $\alpha\beta$ terminée par les deux arcs de cercle ſoit parallele à l'orbite de la Lune. L'on marque en α l'heure de l'Immerſion, & en β celle de l'Emerſion, & l'on diviſe cette intervalle en minutes, qui ſont de la même grandeur que celles qui étoient marquées ſur l'orbite *h*, *s*, *r*.

Suppoſant l'obſervation exacte, cette ligne $\alpha\beta$ repreſente la trace veritable de la Lune. Car la direction de l'orbite de la Lune, & ſon mouvement horaire tiré des

Tables dont l'on se sert dans cette correction, ne peuvent pas differer sensiblement de la direction de l'orbite & du mouvement horaire veritable.

L'orbite de la Lune étant ainsi corrigée, si l'on veut connoître les difference des Meridiens entre le lieu pour lequel on a déterminé la situation de la Lune, & un autre où l'on a observé la même Eclipse; il faut placer sur le parallele de ce lieu une pointe de compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, & décrire vers l'Occident à l'intervalle du demi-diametre de la Lune, un arc de cercle qui coupe la trace veritable du centre de la Lune $\alpha\beta$ prolongée, s'il est necessaire, de côté ou d'autre. La difference qui est entre l'heure marquée sur la trace de la Lune par cette intersection & l'heure de l'observation, est la difference des Meridiens entre le lieu de l'observation & celui au Meridien duquel l'on a déterminé le lieu de la Lune : car l'heure ou la pointe du compas est placée sur le parallele d'un lieu, & celle que l'observateur compte dans l'instant de l'observation; & l'heure où est placée l'autre pointe du compas sur la trace de la Lune, est celle que l'on compte au même instant dans le lieu au Meridien duquel l'on a déterminé la situation de la Lune. Or la difference entre l'heure que l'on compte en divers lieux dans le même instant, est la difference des Meridiens.

L'on détermine aussi la difference des Meridiens par l'observation de l'Emersion, en plaçant une pointe du compas sur le parallele à l'heure de l'observation, & portant l'autre pointe vers l'Orient. La difference entre les heures marquées par ces pointes, est la difference des Meridiens qui doit être la même que celle qui résulte de l'Immersion, supposé que la figure ait été décrite exactement, & que les observations aient été faites avec soin de part & d'autres.

Voicy diverses observations d'Eclipses des Etoiles fixes & des Planettes par la Lune qui ont été faites depuis quelques années, comparées à celles qui ont été faites en même tems par nos Correspondans en diverses Villes, à Mar-

ſeille par le P. Laval Jeſuite & par le Pere Feüillée Minime, & à Bologne par M[rs] Manfredi & Stancari. Quelques-unes de ces obſervations ont été inſerées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

La premiere eſt une Eclipſe de l'œil du Taureau Aldebaram par la lune, qui fût obſervée en même tems à Paris & à Bologne le 19 Août 1699.

$1^h\ 41'\ 30''$ du matin à Paris Immerſion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

$2^h\ 19'\ 20''$ Emerſion d'Aldebaram de la partie obſcure de la Lune.

$2^h\ 6'\ 39''$ du matin à Bologne Immerſion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

$3^h\ 5'\ 25''$ Emerſion de la partie obſcure.

Ayant dreſſé une figure de la maniere qui a été décrite cy-deſſus, où l'on a déterminé le pole Septentrional, les paralleles de Paris & de Bologne, & la trace que la Lune a décrite en paſſant par la projection de la terre dans ſon orbe, l'on a déterminé par l'Obſervation de l'Immerſion la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de $36'\ 53''$ d'heure, & par l'Emerſion de $36'\ 35''$.

La ſeconde obſervation eſt l'Eclipſe de la même Etoile par la Lune, qui a été faite en même tems à Bologne & à Marſeille le 2. Janvier 1700.

$6^h\ 31'\ 33''$ du ſoir à Marſeille Immerſion d'Aldebaram dans la partie obſcure de la Lune.

$7^h\ 42'\ 32''$ à Marſeille Emerſion de la partie claire.

$7^h\ 3'\ 42''$ à Bologne Immerſion dans la partie obſcure.

$8^h\ 16'\ 32''$ Emerſion.

Cette Eclipſe nayant point été obſervée à Paris, l'on a tracé dans la Figure qui repreſente la projection de la terre dans l'orbe de la Lune les paralleles de Marſeille & de Bologne, & l'on y a décrit la trace de la Lune pour le Meridien de Marſeille.

Par l'obſervation de l'Immerſion dans la partie obſcure, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre Bologne & Marſeille de $24'\ 22''$, & par celle de l'Emerſion de $24'\ 2''$.

Prenant le milieu entre ces differences, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre Paris & Marſeille, que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter de 12′ 30″, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 42″ peu differente de celle que l'on a trouvée par les obſervations précedentes.

Il faut remarquer icy qu'il y a une erreur dans l'obſervation d'Aldebaram faite à Bologne le 2 Janvier 1700, rapportée dans les Memoires de l'Academie 1701, où il faut lire 7^h 3′ 42″ à la place de 7^h 3′ 32″, & 8^h 16′ 32″ à la place de 8^h 12′ 23″.

La troiſiéme obſervation eſt auſſi une Eclipſe d'Aldebaram qui a été obſervé à Paris, à Perpignan, à Marſeille & à Bologne le 16 Fevrier 1701.

Nous étions alors à Perpignan occupez à prolonger la ligne Meridienne de l'Obſervatoire.

6^h 30′ 10″ du ſoir à Perpignan Immerſion d'Aldebaram dans la partie obſcure de la Lune.

7^h 44′ 10″ Emerſion d'Aldebarem de la partie claire.

6^h 43′ 8″ à Paris Immerſion d'Aldebaram à quelques ſecondes prés, à cauſe des nuages qui couvrirent enſuite le Ciel; deſorte qu'on ne pût obſerver l'Emerſion.

6_h 46′ 18″ à Marſeille Immerſion d'Aldebaram.

7_h 58′ 23″ Emerſion.

7^h 21′ 19″ à Bologne Immerſion d'Aldebaram.

8^h 30′ 13″ Emerſion.

Cette Eclipſe ayant été obſervée en quatre endroits differens, je l'ay choiſie pour donner un exemple de la methode qu'il faut pratiquer pour déterminer les longitudes par ces ſortes d'obſervations.

Ayant décrit le cercle *OCBV* qui repreſente la projection du diſque de la terre dans l'orbe de la Lune, jay tiré à angles droits les deux diametres *OB*, *CV*, dont l'un repreſente le cercle de declinaiſon, & l'autre le diametre de l'Equinoxial. L'on a diviſé *OB* en minutes, enſorte que *AB* ſoit égale à la parallaxe horizontale de la Lune qui

étoit alors de 58′ 5″. J'ay pris de côté & d'autre du point *C*, *CD*, *CE* égales à la declinaison Septentrionale d'Aldebaram qui étoit alors de 15^d 52′ 10″, & j'ay tiré la ligne *DE* qui coupe le cercle la declinaison au point *P*, qui represente le pole septentrional, lequel est dans ce cas dans l'hemisphere exposé à l'Etoile. J'ay pris de côté & d'autre des points *D*,*C*,*E*; *CQ*, *CT*, *DF*, *DT*, *EH*, *EG* égales à 41^d 9′ 50″ complément de la hauteur du pole de Paris, & j'ay tiré les lignes *HKI*, *QT*, *FG*. Ayant ensuite divisé *KL* en deux parties égales en *Z*, j'ay tiré par *Z* la ligne *MZN* parallele à *QT*, sur laquelle j'ay abaissé les deux perpendiculaires *QM* & *TN*, & j'ay tracé par les points *DMKN* une Ellipse qui represente le parallele de Paris. La hauteur du pole de Perpignan étant connuë de 42^d 41′, celle de Marseille de 43^d 17′ & celle de Bologne de 44^d 30′ j'ai décrit de la même maniere les Ellipses qui representent les paralleles de ces Villes, & j'ay placé dans les intersections *L*, *l*, de la partie superieure de ces Ellipses avec le cercle de declinaison *CV*, l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien qui est arrivé à Paris à 6^h 18′ 25″.

Le passage de la lune par le Meridien fut observé à Paris le 16 Fevrier à 6^h 17′ 20″, & la hauteur Meridienne de son bord superieur de 57^d 0′ 0″; ce qui donne son ascension droite de 64^d 29′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 16^d 5′ 26″. L'Ascension droite d'Aldebaram étoit alors de 64^d 44′ 0″, & sa declinaison Septentrionale de 15^d 52′ 10″. La difference entre l'ascension droite de l'Etoile & celle de la Lune étoit donc à 6^h 17′ 20″ à Paris de 14′ 40″, & la difference de declinaison de 13′ 15″.

Les minutes de la difference d'ascension droite étant sur un parallele, on les a réduites en minutes de degré d'un grand cercle, & l'on a eu 14′ 5″ que l'on a pris sur les divisions de *AB*, & que l'on a porté de *A* vers *B*, à cause que l'ascension droite de la Lune étoit plus petite que celle d'Aldebaram. L'on a réduit aussi en minutes d'un grand cercle le mouvement horaire de la Lune en ascension droite, calculé par les Tables, & corrigé par les observations,

qui étoit alors de 33′0″, & l'on a eu 31′ 42″ que l'on a porté de *b* en *d*, & de *d* en *e*. La declinaison Septentrionale de la Lune étant plus grande que celle d'Aldebaram, l'on a élevé des trois points déterminez par l'ascension droite des perpendiculaires de *A* vers *C*, sur lesquelles l'on a pris la difference entre la declinaison de l'Etoile & celle de la Lune qui convient à chaque heure, & qui étoit à 6^h 17′20″ de 13′15″, à 7^h 17′20″ de 19′15″, & à 8^h 17′20″ de 25′,15″, & l'on a tiré par ces trois points une ligne qui represente la trace que le centre de la Lune a décrite depuis 6^h 17′20″, jusqu'à 8^h 17′ 20″. Aprés avoir divisé chacune de ces heures en 60 minutes, l'on a pris sur les divisions de la ligne *AB* 15′ 33″, qui sont égales au demi-diametre horizontal de la Lune; & ayant placé une des pointes du compas à 6^h 30′ 18″, qui est le tems que l'on a observé l'Immersion d'Aldebaram à Perpignan, l'on a décrit vers l'Occident un arc de cercle qui a coupé l'orbite de la Lune à 6^h 29′ 0″. L'on a ensuite porté une des pointes du compas à 7^h 44′ 10″ heure de l'Emersion, & l'on a décrit vers l'Orient un autre arc de cercle qui a coupé l'orbite à 7^h 44′ 30″, ce qui donne le tems de la durée de l'Eclipse de 1^h 12′ 30″ plus petit d'une minute & 20 seconde que celui qu'on a trouvé par l'observation; ce qui marque que la trace de la Lune décrite cy-dessus n'est pas dans sa situation exacte, & qu'il est necessaire d'y faire quelque correction. Supposant donc l'inclinaison de l'orbite & son mouvement horaire déterminez exactement, l'on a pris sur l'orbite de la Lune 1^h 13′ 50″ durée de l'Eclipse, & on les a placez entre les deux arcs de cercle qui ont été décrits cy-dessus, ensorte que la ligne terminé par ces arcs fût parallele à la premiere trace de la Lune. Cette ligne represente l'orbite veritable de la Lune que l'on a plongé de côté & d'autre, & sur laquelle l'on a marqué les heures qui répondent au Meridien de Perpignan.

Pour déterminer presentement la difference des Meridiens entre Perpignan & Paris, l'on a placé une pointe du compas sur la parallele de Paris à 6^h 43′ 8″ heure de l'immersion,

mersion, & l'on a porté à l'intervalle du demi-diametre de la Lune l'autre pointe sur l'orbite, où elle a marqué 6^h 45′ 50″ : la difference entre ces heures qui est de 2′ 42″, est la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan, dont Perpignan est plus à l'Orient, à cause que l'heure marquée sur la trace de la Lune est plus grande que sur le parallele de Paris.

L'on a determiné de la même maniere la difference des Meridiens entre Perpignan & Marseille par l'Immersion de 10′ 28″ & par l'Emersion de 10′ 18″, & entre Perpignan & Bologne par l'Immersion de 33′ 39″ & par l'Emersion de 34′ 23″.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent des observations de Marseille & de Bologne, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne de 2′ 12″, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Marseille de 12′ 35″, & entre Paris & Bologne de 36′ 13″, ce qui s'accorde à celles que l'on a trouvé par plusieurs observations des Satellites de Jupiter.

La quatriéme observation est une Eclipse de Jupiter par la Lune, qui fut observée en plein jour à Paris & à Bologne le 27 Juillet 1704.

1^h 22′ 57″ aprés midy à Paris le bord précedent de Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.
1^h 24′ 20″ Jupiter est entré entierement.
2^h 7′ 29″ Jupiter est entierement sorti.
2^h 6′ 18″ à Bologne Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.
2^h 7′ 48″ Jupiter est entré entierement.
2^h 51′ 38″ Jupiter est entierement sorti.

Le diametre de Jupiter qui étoit d'environ 45 secondes étant sensible, l'on y a eu égard dans la comparaison de cette observation. L'on a eu aussi égard à son mouvement en ascension droite & en declinaison ; mais on a negligé la parallaxe, qui n'étant que de deux secondes, ne peut pas diminuer sensiblement la projection de la terre dans l'orbe de la Lune.

Par la premiere obſervation faite de part & d'autre lorſque Jupiter touchoit la Lune, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 18″ d'heure, par la ſeconde de 36′ 18″ préciſement de même que par la précedente, & par la troiſiéme de 35′ 48″.

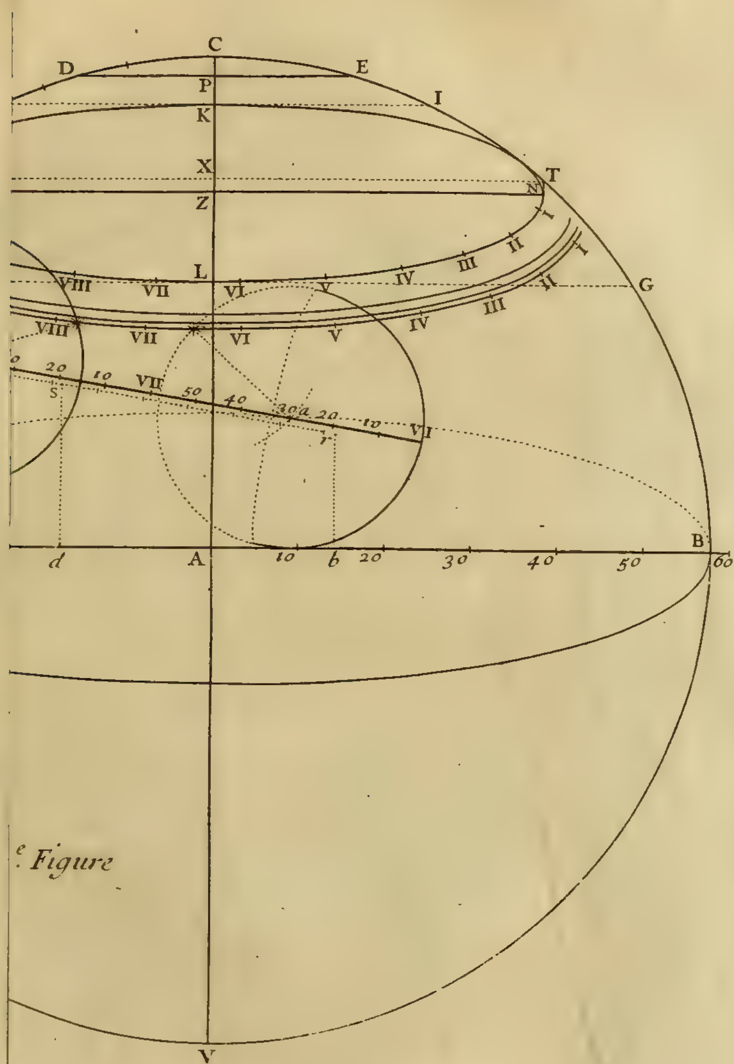
Toutes les obſervations que je viens de rapporter s'accordent à déterminer les differences des Meridiens à quelques ſecondes prés de celles qui réſultent des obſervations des Satellites de Jupiter, que l'on a jugé juſqu'à preſent les plus propres à cet uſage ; ce qui fait voir l'utilité que l'on peut tirer de ces ſortes d'obſervations.

L'on peut ſe ſervir non-ſeulement des Etoiles principales qui ſont à 5 ou 6 degrez de côté & d'autre de l'Ecliptique, & qui ſe voient avec la Lune par de petites Lunettes, même des Etoiles moins conſiderables qui ſont à cette diſtance de l'Ecliptique en emploïant de plus grandes Lunettes, & ſe préparant de concert pour obſerver le tems de leur conjonction avec la Lune.

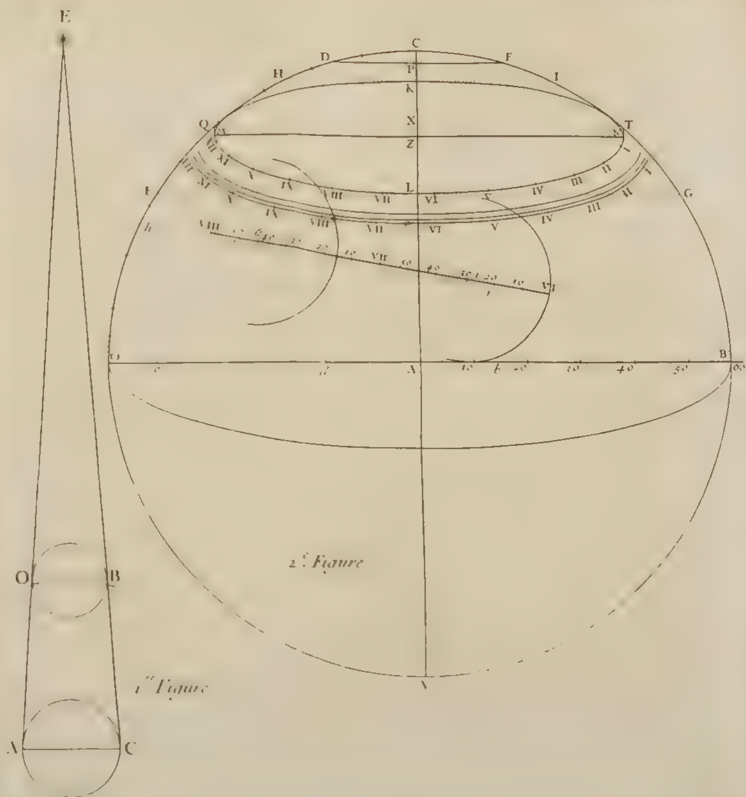
Dans les obſervations des Eclipſes des Etoiles fixes, il faut toûjours préferer la difference qui réſulte de l'obſervation faite dans la partie obſcure de la Lune ; car alors divers Obſervateurs dans un même lieu l'apperçoivent dans le même inſtant, quoyqu'avec des Lunettes d'une grandeur fort differente, comme nous l'avons experimenté pluſieurs fois.

Il y a même apparence que la differente ſerenité de l'air dans les divers lieux où l'on fait les obſervations, ne peut pas faire d'erreur conſiderable dans la détermination des longitudes par cette methode ; puiſque pour l'ordinaire les Etoiles fixes paroiſſent ou diſparoiſſent dans un même inſtant, ſans augmenter ou diminuer de grandeur, comme font les Satellites de Jupiter, qui demandent pour l'ordinaire de plus longues Lunettes, avec une réduction quand elles ſont de differente longueur, des Obſervateurs plus exercés, & une même diſpoſition d'air de part & d'autre.

L'exactitude que l'on a trouvé dans la détermination des



ᵉ. Figure



2e Figure

1re Figure

longitudes par cette methode, pourra engager les Astronomes à observer avec assiduité les Eclipses des Etoiles par la Lune, & à se les communiquer les uns aux autres pour en tirer cet usage, qui contribuëra à la perfection de la Geographie & de la Navigation.

EXPERIENCES PHYSIQUES

Sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau, & sur la résistance de ce fluide.

PAR M. CARRÉ.

COmme il y a plusieurs personnes qui doutent si les balles de mousquet souffrent refraction, c'est à dire quelque changement dans la détermination de leur mouvement lorsqu'elles sont tirées obliquement dans l'eau, & que j'ay avancé ce fait comme certain dans un de mes Ecrits*, aprés quelques Auteurs; j'ay prié un de mes amis qui est depuis quelque tems à sa maison de campagne de tâcher de l'éclaircir & de le verifier, & voici les experiences qu'il en a faites, que j'ay extraites de differentes Lettres qu'il m'a écrites.

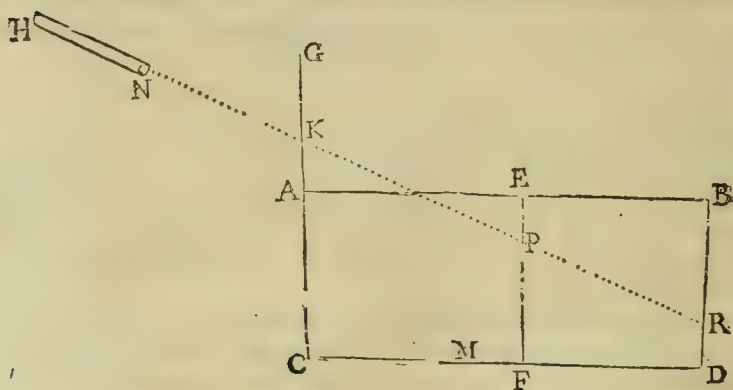
1705 11. Juillet.

* *Voyez l'Histoire de l'Academie de 1702.*

« 1°. J'ay tiré avec un fusil chargé à balle, deux coups dans « un bassin de pierre plein d'eau, de deux pieds & demi de « diametre, & profond de 16 pouces, sous un angle de 20 « degrés, & sous celui de 80; mais je n'ay pû m'appercevoir « si les balles souffrent quelque changement dans la déter- « mination de leur mouvement, parceque le grand effort de « l'eau contre les parois du bassin où j'avois mis des ais, les « a toûjours dérangez. Cet effort est si grand qu'ayant tiré « trois coups de fusil dans des bennes pleines d'eau, elles ont « été incontinent brisées, & c'étoit les cerceaux d'embas que « l'eau faisoit casser. Pour m'assurer davantage si c'étoit le

„ grand mouvement & l'effort de l'eau qui faisoient briser
„ ces vaisseaux, & non-pas la balle en passant au travers ; j'ay
„ fait faire une caisse quarrée d'un pied de haut, & de six
„ pouces d'épaisseur, dont les quatre ais qui faisoient la lon-
„ gueur, avoient chacun un pouce d'épaisseur, & les deux
„ du bout en avoient chacun deux, afin d'y bien attacher
„ les autres avec force clous ; je l'ay remplie d'eau par un pe-
„ tit trou, ensuite j'ay tiré mon coup qui a percé les ais fort
„ exactement sans les briser, mais l'eau s'est tourmentée de
„ telle maniere qu'elle a fait écarter ces ais les uns des au-
„ tres & a brisé la caisse.

„ 2°. Pour faire une experience plus exacte sur la Refra-
„ ction d'une balle dans l'eau, n'ayant pas été satisfait de la pre-
„ miere ; j'ay fait remplir d'eau un bassin de pierre, dont la lon-
„ gueur interieure est de trois pieds trois pouces, sa largeur
„ un pied huit pouces, & sa profondeur un pied un pouce,



„ semblable à *ABCD*. J'ay fait attacher à son côté *BD* un
„ ais pour recevoir les balles, un autre ais *EF* précisément
„ au milieu, & sur le fond *CD* encore un qui le couvroit
„ entierement : tous ces ais étoient bien attachez, afin que
„ les coups ne les ébranlassent point. J'ay élevé au-dessus du
„ côté *CA* un carton *GA* perpendiculaire à l'horizon : l'ar-
„ quebuse *HN* étoit arrêtée fixe à huit pieds du bassin ; l'a-

yant tirée, la balle a percé le carton en *K*, & je l'ay trou- "
vée applatie à peu prés comme une piece de dix sols vers "
M. J'ay tiré un second coup, & j'ay trouvé la balle divisée "
en trois morceaux aussi applatis, sans avoir reconnu qu'ils "
aient frappé l'ais *EF.* J'ay tiré deux autres coups avec une "
plus forte charge de poudre, & je n'ay point trouvé de "
balles dans le fond du bassin, ni contre les ais : ces balles "
avoient prés de quatre lignes de diametre, elles sont "
faites exprés pour l'arquebuse, & ne peuvent entrer dans "
le canon qu'en les poussant avec une baguette de fer, par- "
cequ'elles sont fort justes. "

3°. Avant de tenter de nouveau l'experience de la re- "
fraction, j'ay crû que j'en devois faire quelqu'autres pour "
m'éclaircir sur cet applatissement des balles. Pour cet effet "
j'ay fait metttre dans un réservoir de dix pieds en quarré "
deux ais paralleles entr'eux & à l'horizon, & à un pied de "
distance l'un de l'autre, celui de dessus ne faisant qu'un mê- "
me plan avec la surface de l'eau. J'ay tiré deux coups sur "
cet ais sous un angle de 30 degrés avec une égale charge de "
poudre : le premier avec l'arquebuse dont je me suis déja "
servi, & dont le canon a 3 pieds 2 pouces 6 lignes de long, "
& la balle a trois lignes $\frac{1}{4}$ de diametre : le second avec un "
fusil dont le canon a 3 pieds 10 pouces 3 lignes, & la balle "
7 lignes de diametre. La grosse balle a percé les deux ais, "
& par consequent a traversé toute l'étenduë de l'eau qui "
étoit entre deux, au lieu que la petite n'a percé que l'ais "
superieur, & je l'ay trouvée applatie sur l'ais inferieur ; ce "
qui m'a fait juger que le fusil est plus propre pour faire "
l'experience de la refraction que l'arquebuse. "

4°. Voici ce que j'ay fait pour m'assurer s'il y a une Re- "
fraction : Je me suis servi du bassin de pierre qui est décrit "
ci-dessus, & préparé de la même maniere ; j'ay attaché "
mon fusil sur deux appuis fixes, dont l'un étoit à cinq & "
l'autre à sept pieds de distance du bassin ; je l'ay rendu fixe "
& immobile avec des cloux mis à côté, afin qu'il ne variât "
point, & qu'il pût demeurer dans sa même situation aprés "
le coup. Il faisoit avec l'horison ou avec la surface de l'eau "

„ du baſſin un angle de 20 degrés,& il étoit chargé du poids
„ de 3 deniers 20 grains de poudre, avec une balle de 7 lignes
„ de diametre qui peſoit 17 deniers 6 grains. L'ayant tiré, la
„ balle aprés avoir percé le carton en *K*, l'ais *EF* en *P* a don-
„ né au point *R* où je l'ay trouvé arrêtée. Ayant vuidé l'eau
„ du baſſin, j'ay fait mettre un fil ſur le milieu de cette balle
„ en *R*, que j'ay fait paſſer par le trou *P* & par le trou *K* en le
„ conduiſant juſqu'au centre de la bouche du canon du fuſil,
„ & il m'a parû que ce fil ſe ttouvoit aſſez exactement au
„ centre de ces trous.

„ J'ay réïteré la même experience en retirant le fuſil un
„ peu à côté, afin que la balle ne donnât pas dans le même
„ endroit. La balle a percé le carton à un demi pouce de
„ *K*, l'ais *EF* à un demi pouce de *P*, & s'eſt auſſi arrêtée à
„ un demi pouce de *R*, enſorte qu'il n'y avoit pas une ligne
„ à dire que les centres de ces deux balles ne fuſſent dans
„ une même ligne parallele à l'horiſon. L'on peut conclure
„ de cette experience que s'il y a une refraction elle n'eſt
„ pas ſenſible.

„ J'ay voulu encore eſſayer ſi la balle de 7 lignes de dia-
„ metre s'applatiroit en augmentant la charge du fuſil ; j'y
„ ay donc mis 7 deniers 6 grains de poudre, & j'ay trouvé
„ la balle vers *M* applatie d'un côté : elle a un peu frappé l'ais
„ *EF*, mais ce n'eſt point ce qui lui a cauſé ſon applatiſſe-
„ ment, puiſque les balles percent trois ou quatre ais ſans
„ perdre beaucoup de leur ſphericité.

„ J'ay mis la même charge de poudre dans l'arquebuſe,
„ & j'ay trouvé la balle vers *M* diviſée en deux parties, cha-
„ cune inégalement applatie ſans avoir touché l'ais *EF*. J'ay
„ tiré un ſecond coup n'ayant mis que la moitié de la char-
„ ge de poudre, la balle n'a point atteint l'ais *EF*, & n'a per-
„ du que peu de ſa ſphericité.

„ 5°. Pour vous ſatisfaire entierement ſur l'applatiſſement
„ des balles, j'ay étendu un linge dans l'eau parallelement à
„ l'horizon à deux pieds de profondeur, dans un baſſin ou ré-
„ ſervoir de 40 pieds de diametre profond de ſix pieds, afin
„ d'y recevoir les balles. Ayant mis dans mon fuſil une plus

forte charge de poudre avec une balle de 7 lignes de diametre, je l'ay tirée contre ce linge, & elle y eſt reſtée applatie, mais tres-inégalement & d'une figure fort irreguliere; & ayant chargé de nouveau le fuſil d'un tiers de poudre de plus, la balle s'eſt diviſée en pluſieurs petits morceaux, dont j'en ay trouvé cinq ſur le linge la plûpart de la groſſeur d'une lentille, mais differemment figurez.

J'ay encore tiré une balle perpendiculairement à la ſurface de l'eau, elle s'eſt applatie aſſez regulierement, enſorte qu'elle étoit preſqu'auſſi ronde & auſſi plate qu'un quart-d'écu, au lieu que toutes celles qu'on tire avec inclinaiſon s'applatiſſent irregulierement.

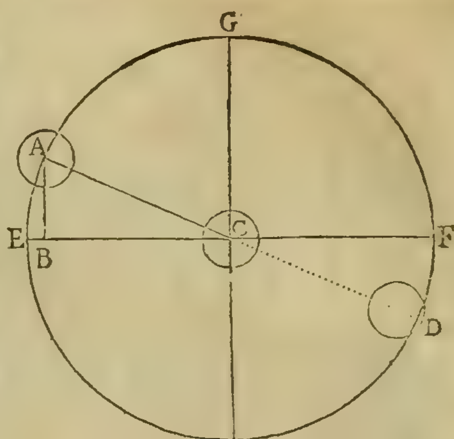
Il eſt bon que je vous faſſe remarquer qu'en tirant une balle dans l'eau, il s'en éleve une certaine quantité plus ou moins grande, & plus ou moins haut ſuivant la charge de poudre, c'eſt à dire que plus la charge eſt forte, plus il s'éleve d'eau au-deſſus de ſa ſuperficie, & je l'ay vûë s'élever juſqu'à 20 pieds de haut.

Il vous ſera facile à preſent de juger de la cauſe de tous ces differens effets par ces diverſes experiences. Surquoy il faut remarquer que 4 deniers de poudre ou environ pouſſent la balle de 7. lignes aſſez avant dans l'eau, ſans qu'elle perde rien de ſa ſphericité; qu'avec 8 deniers elle en perd la moitié, avec 12 elle la perd entierement, & avec 16 elle ſe diviſe en pluſieurs parties.

Reflexions ſur ces Experiences.

Il y deux choſes à conſiderer dans ces experiences qui ont été faites avec beaucoup de ſoin & d'exactitude. La premiere eſt que les balles tirées ſous un angle de 20 degrés, n'ont pas changé en paſſant dans l'eau la détermination de leur mouvement au moins d'une maniere ſenſible. La ſeconde que ces balles étant pouſſées par une forte charge de poudre, ſe ſont applaties en entrant dans l'eau.

1°. Il ſemble d'abord ſuivant l'idée qu'on a de la réſiſ-



tance des fluides, qu'une balle tirée dans l'eau ſous un angle de 20 degrés, & même ſous un beaucoup plus grand, devroit non-ſeulement changer de détermination, mais même qu'elle devroit réjaillir : car comme la quantité de matiere dans tous les corps eſt toûjours proportionnnelle à leur poids, que les réſiſtances des fluides ſont en même raiſon que leurs denſitez, & que la denſité ou la peſanteur de l'eau eſt à celle de l'air comme 800 ou 850 eſt à 1, ſuivant quelques experiences, ou comme 1175 à 1, ſuivant celles qui ont été faites à l'Academie de Florence ; donc l'eau doit faire plus de 800 fois plus de réſiſtance que l'air, & par conſequent diminuer la vîteſſe de la balle de la même quantité. Or il eſt aiſé de faire voir, en ſuivant le raiſonnement de M. Deſcartes & de pluſieurs autres aprés lui, que ſi la balle à la rencontre de l'eau perdoit ſeulement la moitié de ſa vîteſſe, elle devroit réjaillir. Car ſoit décrit le cercle *EGD*, dont le diametre *EF* repreſente la ſéparation des ſurfaces de l'air & de l'eau : ſoit pris l'angle *ACE* de 20 degrés, & dont le ſinus ſera *AB*, donc *CB* ſera le ſinus de ſon complément. Ainſi la balle étant pouſſée de *A* en *C*, on regardera ſon mouvement composé du vertical *AB* & de l'horizontal *BC*. Or comme *CB* eſt beaucoup plus grande que la moitié de *CE*, donc ſi la balle perdoit la moitié de ſa vîteſſe à la rencontre de l'eau, elle devroit réjaillir. Mais l'experience y eſt contraire. Il faut donc faire voir qu'elle perd

ſi

ſi peu de ſon mouvement vertical, que non-ſeulement elle ne doit pas réjaillir, elle ne doit pas même changer de détermination d'une maniere ſenſible. Pour cela il faut prendre garde que c'eſt en entrant dans l'eau que la balle doit changer ſa détermination, que ſon mouvement ſuivant *AC* étant composé du mouvement horizontal égal à *BC*, & du mouvement perpendiculaire *AB*, on ne doit faire attention qu'à ce mouvement vertical, puiſque l'horizontal n'y eſt point opposé. 2°. Que cette balle ne trouve de la réſiſtance plus d'un côté que d'un autre, que juſqu'à ce qu'elle ſoit enfoncée dans l'eau de la moitié de ſon volume : c'eſt-pourquoi ſi le volume d'eau dont elle occupe la place étoit égal en peſanteur à la moitié de cette balle, comme ſi c'étoit du plomb fondu, par exemple, dans lequel elle entrât, il eſt clair que cette balle perdroit à peu prés la moitié de ſa vîteſſe : mais parceque c'eſt de l'eau qui s'oppoſe à ſon mouvement, & que la peſanteur du plomb eſt à celle de l'eau environ comme 12 eſt à 1 : donc ſi elle rencontroit un volume d'eau égal au ſien, elle perdroit une douziéme partie de ſon mouvement, puiſque, comme on vient de le dire, les réſiſtances que font les corps fluides à être ſeparés ſuivent les raiſons de leurs denſitez ou peſanteurs ; mais comme il n'en faut conſiderer que la moitié, donc cette balle ne doit perdre qu'une vingt-quatriéme partie de ſon mouvement vertical, c'eſt à dire la vingt-quatriéme partie de *AB*, ce qui eſt peu de choſe, donc ce changement de détermination ne doit pas être ſenſible. Que ſi l'on prétend que cette vingt-quatriéme partie eſt aſſez grande pour qu'on s'en apperçoive, l'on en rejettera la cauſe ſur ce que la balle perce deux ais & un carton, ce qui peut cauſer quelque petit changement dans ſon mouvement. On pourroit peut-être encore conſiderer le mouvement de peſanteur de la balle qui tend à la mouvoir verticalement de haut en bas, & par conſequent empêcher que ſon changement de détermination ne ſoit ſenſible : mais la grande vîteſſe de cette balle & le peu d'eſpace qu'elle parcourt doivent le faire regarder comme nul. Il n'en eſt

pas de même des rayons lumineux, parceque dans leur passage de l'air dans l'eau ou dans les autres milieux transparens, il n'y a point de mouvement local, mais seulement des inégalitez de pression ou de résistance dans ces differens milieux, comme on l'a expliqué ailleurs. Ainsi cela n'empêche pas qu'on ne doive toûjours conclure que les rayons de lumiere passent plus facilement dans les milieux les plus denses, & que c'est par cette raison qu'ils approchent de la perpendiculaire.

Il faut remarquer neanmoins que si on tire une balle fort obliquement, ensorte que l'angle d'incidence ne soit que de quelques degrez ; comme son mouvement horizontal est fort grand par rapport au vertical, elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, qu'elles l'empêcheront d'entrer dedans, & l'obligeront par consequent de rejaillir. C'est ce qui arrive quand on fait ce que l'on appelle des ricochets.

La seconde chose qu'il faut considerer dans ces experiences, c'est l'applatissement des balles à la rencontre de l'eau, & il paroît d'abord surprenant qu'un corps fluide tel que l'eau qui cede assez facilement à sa division, puisse neanmoins faire la résistance d'un corps solide. Mais si l'on fait reflexion à la grande vîtesse de la balle, on verra qu'elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, que leur résistance sera équivalente à celle d'un corps dur, & causera son applatissement. Quand on passe la main dans l'eau avec quelque vîtesse, on trouve une certaine résistance ; que si on l'y passe deux fois plus vîte, on trouvera une résistance quadruple, parcequ'on rencontre deux fois plus de parties d'eau à mouvoir en même tems avec une vîtesse double ; que si on l'y passe trois fois plus vîte, on trouvera une résistance neuf fois plus grande, ensorte que les résistances croissent en raison des quarrés des vîtesses ; donc la vîtesse de la main pourroit être si grande, que la quantité de parties d'eau qu'elle rencontreroit dans un petit espace de tems, lui feroit une résistance égale à celle d'un corps dur. En effet, si on étend la

main parallelement à la surface de l'eau, & qu'on frappe avec force sur cette surface, on sent de la douleur; & je me souviens qu'un jour frappant fortement l'eau avec un bâton, il se cassa. Il est donc facile de connoître par ce raisonnement la cause de l'applatissement des balles de mousquet tirées dans l'eau; & ce qui le confirme, c'est que plus la charge du fusil est grande, plus ces balles s'applatissent; parce qu'ayant plus de vîtesse, elles rencontrent une plus grande quantité de parties d'eau en même tems. C'est de cette maniere que l'on peut expliquer comment un bout de chandelle dont on aura chargé un fusil, peut percer une planche assez épaisse.

COMPARAISON

Des observations du Barometre faites par le R. P. Sebastien Truchet avec les nôtres.

PAR M. MARALDI.

PArmi les observations du Barometre que le R. P. Sebastien rapporta dernierement à l'Academie, nous avons principalement consideré celles qu'il a faites à Clermont & sur le sommet du Mont-dor la plus élevée des montagnes d'Auvergne, dont nous avons déterminé la hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer par les angles de la meridienne, & sur laquelle nous ne pûmes pas faire l'experience du Barometre, parcequ'elle étoit alors couverte de neiges. 1705. 5. Juillet.

Cette année 1705. le 8. Juin à 4. heures aprés midy le P. Sebastien observa sur le sommet du Mont-dor que le vif argent se tenoit suspendu dans le Barometre à la hauteur de 22 pouces 2. lignes. Le même jour à midy nous trouvâmes à l'Observatoire la hauteur du mercure de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & à $7^h\ 24'$ du soir il étoit à 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, n'ayant augmenté que d'un quart de ligne depuis midy.

Entre la hauteur du mercure obſervée au Mont-dor de 22 pouces 2 lignes, & celle de 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ obſervée à Paris, il y a une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{3}{4}$, dont le mercure à l'Obſervatoire s'eſt tenu plus élevé que ſur le haut du Mont-dor. Nous avons tiré de nos experiences que le mercure au bord de la mer ſe tient ordinairement plus élevé qu'à l'Obſervatoire de 4 lignes & $\frac{1}{6}$. Donc ſur la montagne le mercure étoit plus bas de 5. pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ qu'il n'auroit été en même tems au bord de la mer.

Dans les Memoires de l'Academie de 1703, nous avons dit que la hauteur perpendiculaire du Mont-dor ſur la ſurface de la mer étoit de 1030 toiſes : mais M. Caſſini le fils par un calcul plus exact l'a trouvée depuis 14 toiſes plus haute ; de ſorte que ſa hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer ſera de 1047 toiſes, auſquelles nous avons trouvé cy-deſſus qu'il répond une variation de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ dans la hauteur du mercure.

Par la progreſſion fondée ſur les experiences rapportées dans les Memoires de l'Academie de l'an 1703 à cette hauteur du Mont-dor, il devoit y avoir un abaiſſement de mercure de 5 pouces 7 lignes qui ſont 4 lignes de moins que par l'obſervation.

M. de la Hire nous a communiqué les obſervations du Barometre qu'il a faites les mêmes jours ; & quoyque ſon Barometre & le nôtre ſoient dans le même plan de l'Obſervatoire, ces obſervations ſont quelquefois un peu differentes entr'elles, ſoit que cela vienne de ce qu'elles ont été faites à differentes heures du jour, ou de quelqu'autre cauſe.

Par l'obſervation de M. de la Hire faite le 8 Juin à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, la hauteur du Barometre fut de 27 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$. Si on compare cette obſervation à celle du P. Sebaſtien de la même maniere que nous avons fait la nôtre, on trouvera par cette comparaiſon entre le niveau de la mer & le Mont-dor une variation de 5 pouces 10 lignes $\frac{1}{3}$ dans la hauteur du Barometre, ce qui s'accorde à 3

lignes prés à ce que donne la progression.

Le P. Sebastien a fait une autre observation du Barometre à Clermont prés du Convent des Minimes, qui est l'endroit de la Ville où M. Perier fit l'an 1641 son experience du Barométre, le même jour qu'il le transporta sur le Puy de Domme pour trouver la variation du Barometre qui répond à ces deux hauteurs

Le 10 Juin à 6h du soir le P. Sebastien trouva à Clermont la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes.

A Paris par les observations faites avant & aprés il étoit à la hauteur de 27 pouces 10 lignes.

Donc la difference du mercure entre Clermont & Paris étoit de 1 pouce 4 lignes.

Nous avons dit cy-dessus qu'entre Paris & le niveau de la mer, il y a dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces $\frac{1}{6}$.

Donc entre Clermont & la surface de la mer, il y aura eu alors 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{6}$.

Par les observations de M. Perier faites l'an 1641 entre le Convent des Minimes & le haut du Puy de Domme, il y eût dans la hauteur du mercure une variation de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{6}$.

Donc du niveau de la mer jusqu'au sommet du Puy de Domme, il y auroit eu par ces differentes observations dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$, qui répond à 810 toises de hauteur perpendiculaire du sommet du Puy de Domme jusqu'au niveau de la mer. Par la progression établie dans les Memoires il conviendroit à cette hauteur 55 lignes $\frac{1}{4}$ de variation du mercure, ce qui est different de 2 lignes seulement de l'observation.

Mais par l'observation de M. de la Hire faite le même jour 10 Juin, le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 8 lignes; & faisant les mêmes réductions & comparaisons que dans l'observation précedente, il y aura entre le bord de la mer & le sommet du Puy de Domme une variation de 55 $\frac{1}{3}$ dans la hauteur du mercure, comme on le tire de la progression établie dans les Memoires.

OBSERVATIONS
SUR LES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

1705. 5. Aoust. C'Est un préjugé de plusieurs Geometres, que la Tangente d'une Courbe est toûjours perpendiculaire à un des deux axes generateurs lorsque la soutangente est égale à θ. Il est vrai qu'en cela ils ont tacitement supposé que les appliquées font toûjours des angles droits avec leur axe, & qu'ils ne reconnoissent point d'autres Tangentes que celles que j'ay nommées *Tangentes absoluës* dans le Journal du 13 Avril 1702. Mais avec ces conditions il ne seroit pas encore toûjours vrai de dire que la soûtangente étant θ, la Tangente soit perpendiculaire à l'axe. J'en ay donné des preuves pour les points les plus ordinaires des Courbes dans les Memoires de l'Academie de l'année 1703 page 137. Voici d'autres observations sur des points extraordinaires, où l'on verra que pour un exemple dans lequel l'axe & la Tangente font un angle droit, il y en a une infinité où cela n'arrive point.

Pour cela, soient proposées les Courbes que fournit l'égalité marquée *CC*.

$$CC \ldots\ y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}$$

Et que l'on veüille trouver les Tangentes de ces Courbes au point que déterminent $y = \theta$ & $x = \theta$. Alors il faudra faire évanoüir les signes radicaux suivant la methode dont je me sers, & ces signes ayant disparu, on aura la proposée sous la forme que l'on voit icy en *A*.

$$A \ldots\ aaxx - 2ayyx + y^4 = \theta.$$
$$- 2abyx - 2by^3$$
$$+ bbyy.$$

Et faisant $x = z - c$ pour avoir la situation de la Tangente, on trouve la résultante *B*.

$$
\begin{aligned}
B \ldots\ldots aazz - 2ayyz &+ y^4 = 0. \\
- 2abyz &- 2by^3 \\
- 2aacz &+ bbyy \\
&+ 2acyy \\
&+ 2abcy \\
&+ aacc.
\end{aligned}
$$

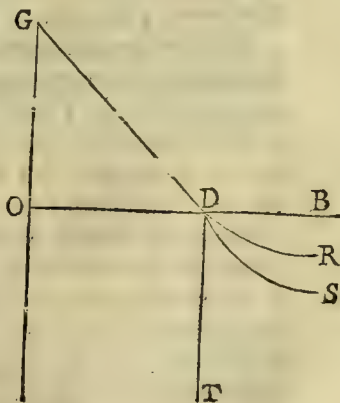
Cela posé, si l'on prend s pour la soûtangente des y, & t pour la soûtangente des z, & que l'on cherche leurs valeurs dans l'égalité B par le moyen des Regles que j'ay données dans le Journal du 13 Avril 1702, on trouvera les formules qui sont marquées icy en M & en P.

$$M \ldots\ldots s = \frac{az}{b}. \text{ ou } b : a :: z : s.$$

$$P \ldots\ldots t = \frac{by}{a}. \text{ ou } b : a :: t : y.$$

Mais l'on a $y = 0$ pour le point où il faut mener la Tangente, & substituant cette valeur de y dans $\frac{b}{a}$, qui est la valeur d'une soûtangente, on trouve que cette soûtangente est 0. Ainsi il faudroit conclure, selon les préjugez, que la Tangente est perpendiculaire à l'axe. Ce qui est vrai lorsque $b = 0$, mais cela ne se trouve point veritable dans tous les autres cas.

Lorsque $b = 0$, la Courbe DS ou DR n'est que la parabole ordinaire, & dans ce cas la Tangente au point D, est DT perpendiculaire à l'axe DB.



Mais si b est réel, le rapport de l'appliquée à la soûtangente change toûjours à mesure que l'on fait varier le rapport de b à a. Cela est évident en M & en P, & il est évident aussi que cette varieté fournit une infinité de cas, où la Tangente au point D n'est ni parallele ni perpendiculaire aux axes. Ainsi pour un exemple qui

favoriſe les préjugez, il y a une infinité d'exemples qui les combatent.

Lorſque $a = b$, la ſoûtangente s ou GO eſt égale à l'appliquée OD, quelque varieté que l'on veüille ſuppoſer dans b réel, ou bien dans a; ce qui eſt manifeſte dans la formule M. D'où il ſuit que dans tous ces changemens la Tangente fera toûjours un angle de 45 degrez avec chacun des axes, loin de leur être perpendiculaire ou parallele.

Je ne parle point de $a = \theta$, parceque dans ce cas l'égalité propoſée n'exprime aucune Courbe, ni des autres cas où a, b, x, y ſont negatifs, parceque tous ces derniers cas rentrent dans les premiers.

Mais il eſt peut être bon de faire icy une petite remarque dans l'Analogie qui eſt en P. C'eſt que y étant égal à θ, cette Analogie deviendroit $b : a :: t : \theta$. Ainſi il ſembleroit que le rapport de t à θ ſeroit infini. D'où il faudroit conclure que la Tangente eſt parallele à un des axes, & par conſequent perpendiculaire à l'autre axe. Mais il eſt facile de voir, 1°. Que t devient égal à θ lorſque $y = \theta$, & que les deux derniers termes de l'Analogie n'étant que des θ, leur rapport par cela ſeul ne ſeroit qu'un rapport indéterminé, comme je l'ay prouvé dans la Methode des Queſtions indéterminées que je donnay au public en l'année 1699, page 62.

2°. Ce rapport reçoit toute ſa détermination quand on le compare au rapport de a & b, qui ſont les deux premiers termes de l'Analogie; & comme leur rapport eſt toûjours fini dans tous les cas où b eſt réel, il faut conclure que le rapport de t à y eſt auſſi toûjours fini lorſque b eſt réel, quoyque y ſoit anéanti.

On peut encore obſerver icy que cet exemple CC eſt celui que j'ay donné dans le Journal du 30 Juillet dernier; & comme je me ſuis ſervi dans ce Journal de la tranſpoſition generale des axes, on ne peut point mettre en doute la ſituation des Tangentes ni les conſequences qui s'en déduiſent pour la methode de *Maximis* & *Minimis*.

Dans

Dans ce Journal les axes proposez font un angle de 45 degrez avec les nouveaux axes, & prenant z pour exprimer les abscisses d'un de ces nouveaux axes, on trouvera en y appliquant ce que j'ay dit dans le Journal du 13 Avril 1702, que la soûtangente est $\frac{az+bz}{b-a}$; de maniere que si l'on prend l pour l'expression de cette soûtangente, on aura l'Analogie marquée icy en *V*.

$V \ldots b-a : b+a :: z : l.$

D'où il est aisé de voir comment j'ay formé la Regle que j'ay donnée dans ce Journal pour l'effection geometrique de la Tangente.

Delà encore se peuvent confirmer les observations que j'ay données icy sur ce Problême. Par exemple, dans le cas où $b=a$, on trouve $l=\frac{2az}{0}$: ce qui montre que la Tangente est parallele à un des nouveaux axes, & par consequent perpendiculaire à l'autre. Et délà on peut voir aussi que dans ce même cas la Tangente fait un angle de 45 degrez avec chacun des premiers axes, ou des axes proposez, & dont la position est déterminée à l'égard de la Courbe dans l'égalité proposée *CC*.

On trouve aussi en prenant $b=0$ que $l=-z$. Ce qui fait voir que dans le cas où l'égalité generatrice ne fournit qu'une Parabole, la Tangente est perpendiculaire à un des axes proposez, & qu'elle se confond avec l'axe réciproque. Mais que dans tous les autres cas la Tangente n'est ni perpendiculaire ni parallele aux axes proposez, c'est à dire aux axes déterminez par l'égalité proposée $y=\sqrt{ax}+\sqrt{by}$ marquée *CC*.



REMARQUES

Sur quelques Experiences faites avec plusieurs Barometres, & sur la Lumiere que fait un de ceux dont on s'est servi en l'agitant verticalement.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 22. Juillet. NOus avons deux Barometres à l'Observatoire, dont l'un a le tuyau de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre interieur, & il a 36 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur ; & par consequent lorsque le mercure est à 28 pouces, il reste 8 pouces $\frac{1}{2}$ de vuide. C'est celui dont nous nous servons ordinairement. L'autre a 2 lignes de diametre interieur, & de hauteur 32 pouces $\frac{1}{4}$, & par consequent il ne reste que 4 pouces $\frac{1}{4}$ au-dessus des 28 pouces. Ce Barometre est celui dont M. Picard se servoit, & qui a été le premier où l'on ait remarqué de la lumiere en l'agitant verticalement. Il en fait encore une tres-grande à son ordinaire : l'autre n'en faisoit point, quoyqu'il eût été rempli avec le même mercure que celui qui en fait ; ce qui est tres-certain, car on y avoit regardé fort souvent. Cependant depuis quelques jours, l'ayant agité, nous avons vû qu'il en faisoit presqu'autant que l'autre.

Ce Barometre de M. Picard a été vuidé & rempli plusieurs fois sans aucunes précautions, pour nettoyer le mercure & le tuyau ; cependant il fait toûjours la même lumiere qu'il faisoit d'abord. Mais nous avons observé que quoyque cette lumiere fût tres-vive, puisqu'on la voyoit le soir à la chandelle & au clair de la Lune, le tuyau y étant exposé : si pendant le jour on fermoit exactement une chambre, ensorte qu'il n'y fît point clair, & qu'un peu de tems aprés on y agitât le Barometre on ne lui voyoit point faire de lumiere, ce qui nous avoit d'abord fait croire qu'il ne faisoit point de lumiere pendant le jour :

mais voulant nous aſſurer davantage de cette experience, nous reſtâmes dans la chambre où il ne faiſoit point clair pendant plus d'un quart-d'heure ; & alors agitant le Barometre que nous avions mis pendant ce tems-là au Soleil, nous y vîmes la lumiere auſſi grande qu'on la voit la nuit. Cette derniere experience détruiſit la penſée que nous avions euë, & nous fit connoître qu'il falloit un tems conſiderable à la retine pour perdre l'ébranlement que lui cauſe la lumiere du Soleil.

La hauteur du mercure dans ces deux Barometres eſt toûjours differente de 3 lignes $\frac{1}{2}$, dont celui de M. Picard eſt plus haut. Nous en avons fait un autre depuis peu. Le mercure a été paſſé par un linge fin & bien net, & le tuyau qui a 3 lignes de diametre & 35 pouces de long a été bien nettoyé avec de l'eſprit de vin, & enſuite bien ſeché avec des linges bien ſecs qu'on a paſſé dedans ; & aprés l'avoir rempli avec bien du ſoin pour n'y point laiſſer de bulles d'air ſenſibles, nous avons remarqué que le mercure s'y tenoit à 1 ligne $\frac{3}{4}$ plus bas que dans le Barometre de M. Picard, & plus haut que dans l'autre de la même quantité à tres-peu prés.

Mais en mettant ce Barometre en experience, nous avons remarqué qu'aprés avoir rempli le tuyau avec le mercure & en avoir fait ſortir tout l'air, & avoir plongé dans le mercure le bout ouvert qu'on bouchoit avec le doigt, le tuyau étant d'abord fort incliné ; quand on l'élevoit & que le vuide commençoit à paroître au haut, on voyoit de petites bulles d'air preſqu'imperceptibles, qui devenoient tout d'un coup groſſes comme de petits poids, & qui entroient dans le vuide : les unes étant engagées entre le mercure & le tuyau, & les autres paroiſſant ſortir du mercure, & faiſant le même effet que s'il eût été boüillant. Nous remarquâmes auſſi que ces bulles qui ſortoient du mercure en élevant le tuyau lorſqu'elles étoient devenuës un peu groſſes, en le baiſſant elles diſparoiſſoient & ſembloient rentrer dans le corps du mercure, car à l'endroit où elles diſparoiſſoient on ne voyoit rien contre le

tuyau. Ce Barometre n'a point fait de lumiere en l'agitant.

Il ne faut pas douter que toutes ces bulles, tant celles qui ſont engagées entre le mercure & le tuyau, que celles qui paroiſſent ſortir du mercure, ne ſoient de petites particules d'air qui y ſont renfermées & engagées, & qui étant alors déchargées de toute la peſanteur de l'atmoſphere & de la hauteur du mercure qui les comprimoit dans le tuyau lorſque le bout ouvert étoit en haut, n'occupent un volume tres-grand par rapport à celui qu'elles occupoient auparavant ; & il eſt certain que plus le tuyau ſera long pardeſſus 28 pouces & menu, & plus il y aura de ces bulles qui s'échaperont dans l'eſpace que le mercure quitte, puiſque tout le mercure qui occupoit cette place s'y eſt purgé d'air. C'eſt-pourquoy il paroîtroit qu'il faudroit prendre des tuyaux d'une longueur proportionnée aux endroits où l'on voudroit mettre les Barometres, & ne leur laiſſer qu'un pouce au-deſſus de la plus grande hauteur du mercure dans l'endroit où ils ſeroient, & qu'ils euſſent environ 3 lignes de diametre plutôt plus que moins & que le mercure fût bien purgé d'air. Avec ces précautions je crois qu'on pourroit faire des Barometres juſtes autant qu'on les peut faire.

Nous ne doutons plus à preſent que le Barometre dont nous nous ſervons ordinairement, & dont le tuyau eſt menu & trop long au-deſſus de 28 pouces, n'ait eu beaucoup de ces particules d'air engagées dans le mercure, & entre le mercure & le verre, qui s'étant dégagées en le mettant en experience, n'ayent occupé une place conſiderable dans le haut du tuyau, & que c'eſt la veritable cauſe pourquoy le mercure y eſt plus bas que dans ceux qui ſont plus larges & plus courts, où ces mêmes bulles dilatées ne font pas un effet ſi ſenſible, par les raiſons qu'on vient de rapporter.

On doit remarquer que les circonſtances que l'on a crû neceſſaires pour rendre un Barometre lumineux, paroiſſent détruites par ce que nous venons de dire.

DE LA HAUTEUR DU MERCURE DANS LES BAROMETRES.

PAR M. AMONTONS.

VOici une experience tres-considerable, en ce qu'elle nous met dans la necessité de faire repasser par l'examen toutes les observations du Barometre qui ont été faites jusqu'à ce jour. 1705. 19. Aoust.

On a crû jusqu'ici que la hauteur du mercure dans les Barometres étoit toûjours sensiblement la même dans un même lieu, & on a été bien éloigné de croire qu'avec des verres à peu prés semblables, emplis avec le même soin du même mercure, les hauteurs de ce mercure pussent differer entr'elles, dans le même endroit & dans le même tems, de dix-huit lignes ou environ. C'est cependant ce que la Compagnie va voir, aprés que j'aurai remarqué qu'une des principales raisons qui peut avoir empêché qu'on ne se soit encore apperçû de ce phénomene, vient de ce que la plûpart de ceux qui ont construit les Barometres, ont negligé mal à propos d'y mettre des graduations qui expriment veritablement les hauteurs du mercure, & qu'ils ont presque toûjours substitué à ces graduations veritables des graduations arbitraires, qui n'ont nul rapport aux hauteurs du mercure : ce qu'ils ont fait sans doute parcequ'ils ont bien senti la difficulté qu'il y a de rendre ces sortes d'instrumens uniformes, & que cela en augmenteroit le prix & en diminuëroit le debit. C'est ainsi que l'interêt est souvent un obstacle à la découverte de la verité.

On peut donc voir que ce n'est pas sans grande raison que j'ai rejetté de mes Barometres ces sortes de gradua-

tions arbitraires, parceque je ſuis bien perſuadé qu'on ne peut ſe ſervir utilement des Barometres pour faire des obſervations exactes, s'ils ne ſont gradués en parties qui expriment les pouces & les lignes des hauteurs du mercure dont ils ſont chargés, & ſi d'ailleurs ils ne ſont reglés ſur un même Barometre qui en ſoit comme l'étalon & la regle, ſans quoi il n'y a rien que d'incertain & qui ne conduiſe à l'erreur.

En cherchant la raiſon du phénomene que je rapporte, il eſt difficile de ne pas l'attribuer à l'inégalité des pores des differens verres, qui donnent paſſage plus ou moins aux petites parties de l'air, ſuivant qu'ils ſont plus ou moins ouverts : ce qui me paroît d'autant plus vrai-ſemblable, que je ſuis aſſuré que les verres des deux tubes avec leſquels je vais faire cette experience ſont differens en qualité.

Nous ſommes redevables de cette découverte à Monſeigneur le Chancelier. Il a un Barometre ſimple monté à la maniere d'Angleterre, c'eſt à dire, de ceux qui ont deux petites platines de cuivre ſur leſquelles ſont marquées les differentes diſpoſitions qui peuvent arriver dans l'air, comme beau tems, changeant, pluïe, &c.

Monſeigneur le Chancelier avoit pendant un tems conſiderable experimenté avec ſatisfaction ce que ſon Barometre lui indiquoit : mais enfin ce Barometre s'étant détraqué, il eut recours à M. Homberg qui le lui remit en état. Depuis ce tems les variations de ce Barometre ſe ſont toûjours faites dans les parties baſſes des platines, c'eſt à dire aux endroits où elles n'indiquent que de la pluïe, des vents & de l'orage. Monſeigneur le Chancelier ne remarquant rien de ſemblable dans la diſpoſition de l'air, m'envoïa querir pour examiner ſon Barometre. La premiere choſe que je fis, fut de voir, en l'inclinant, ſi le vuide étoit bien fait ; & aïant trouvé qu'il l'étoit autant bien qu'il le pouvoit être, & que d'ailleurs le mercure avoit toute la liberté du mouvement qu'on pouvoit demander, je répondis à Monſeigneur le Chancelier que je n'y voïois

rien qui pût empêcher qu'il ne fît ſon effet. Il prit alors la peine de m'expliquer ce qu'il avoit remarqué, de la maniere que je viens de le dire ; & je lui demandai la permiſſion de faire emporter chez moi ſon Barometre pour l'examiner plus à loiſir ; ce qu'il m'accorda. Je meſurai auſſi-tôt que je le pûs la hauteur du mercure ; & ne l'aïant trouvé que de 26 pouces 6 lignes, tandis que trois autres verres qui étoient en experience, & dans leſquels le vuide n'étoit pas même ſi parfait, la donnoient de 28 pouces, je crus d'abord que cela pouvoit provenir du mercure, qui peut-être avoit une peſanteur extraordinaire : ce qui fit que je démontai ſur le champ ce Barometre, & aïant avec ſon mercure même chargé un de mes tubes, il s'y arrêta à 28 pouces, comme dans les trois autres qui étoient en experience. Je chargeai aprés cela avec d'autre mercure le verre du Barometre, mais le mercure ne s'y arrêta toûjours qu'à 26 pouces 6 lignes ; ce qui ne me laiſſa plus aucun lieu de douter, & je connus que cet effet n'étoit uniquement cauſé que par le verre. Je pris donc le parti de changer ce verre, & de remonter le Barometre avec un autre : ce qu'aïant fait, le mercure ſe soûtint dans ce nouveau verre 18 lignes plus haut que dans celui que j'en ôtois ; de ſorte que le jeu du Barometre qui ſe faiſoit avant cela dans les parties baſſes des platines, ſe ſeroit fait au contraire dans les parties hautes, ſi je n'euſſe rehauſſé les platines d'environ 4 à 5 lignes ; encore Monſeigneur le Chancelier juge-t-il qu'elles le doivent être davantage : ce qui fait conjecturer que le verre que j'en ai ôté, n'eſt pas celui qui y étoit en premier lieu, dans lequel le vuide ſe faiſoit apparemment à une hauteur moïenne de celle qu'on remarque dans ceux-ci.

Au reſte ces remarques m'ont paru aſſez importantes pour en faire part à la Compagnie, afin que chacun puiſſe y avoir tel égard qu'il jugera à propos, & donner une autre explication de ce phenomene, ſi celle que j'ai rapportée n'eſt pas la veritable.

SUITE DES REMARQUES
Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

1705. 19. Aoust. PAr l'inſpection du verre du Barometre de Monſeigneur le Chancelier, aïant jugé qu'il avoit été fourni par le ſieur Deville Emailleur, je le fus trouver au ſortir de l'Academie ; & le lui ayant demandé, il me dit que cela étoit vrai. Je lui en fis faire auſſi-tôt quatre autres ; ſçavoir, deux du même verre, & deux autres d'une autre ſorte de verre ; & lorſque j'eus chargé les uns & les autres de mercure conjointement avec les deux dont je m'étois ſervi pour faire l'experience à l'Academie, le mercure s'arrêta dans tous à des hauteurs differentes.

La plus grande hauteur étoit de 28 pouces.

La ſeconde, d'une demi-ligne moins. C'étoit le verre de l'Academie où le mercure étoit reſté le plus haut.

La troiſiéme, d'une ligne $\frac{1}{2}$ moins.

La quatriéme, de 7. lignes moins.

La cinquiéme, de 7 lignes $\frac{1}{2}$ moins.

La ſixiéme, de 10 lignes moins. C'étoit le verre où le mercure à l'Academie s'étoit arrêté le plus bas.

Si bien que la difference de la ſeconde hauteur que j'avois trouvée le matin de 18. lignes, & l'aprés-midi à l'Academie de 19 lignes & plus, ne ſe trouva à 8 heures & demie du ſoir, que de 9 lignes.

Je laiſſai tous ces verres en experience ; & le lendemain je trouvai encore ces mêmes hauteurs. Mais cette grande difference de 18. lignes, que je ne trouvois plus que de 9. lignes, m'embarraſſoit. Je jugeai que n'étant point arrivé autre choſe, que je ſçache, au mercure, que d'avoir été bien manié, peut-être que la craſſe & l'humidité des mains auroient rebouché en partie les pores de ce verre. Je le déchargeai donc de mercure pour le bien laver par dehors,

dehors & le dégraisser, autant que je le pourrois, avec de l'esprit de vin : mais aprés l'avoir fait & avoir rechargé ce verre de son mercure, je trouvai cette difference encore diminué d'une ligne & demie, ce qui me fit résoudre de n'y plus toucher. Je l'ai laissé en experience jusqu'au jourd'hui, & il n'a varié que comme tous les autres, c'est à dire qu'il est baissé d'environ deux ou trois lignes.

Comme tout ceci est fort bizarre; pour tâcher d'apporter quelque lumiere dans une chose où il y en a si peu, sauf l'avis de la Compagnie, le mien seroit de choisir dans une multitude de verres, ceux qui chargez de mercure donneroient des hauteurs sensiblement differentes les unes des autres, & de les appliquer tous sur une même graduation ou, ce qui est la même chose, sur un même plan vertical, au bas duquel il y auroit une espece d'auge commune pleine de mercure, dans lequel ils tremperoient tous. Au dessus de cette auge, à commencer de la surface du mercure, il y auroit des lignes paralleles tracées de pouce en pouce jusqu'à 29 ou 30 : les 4 ou 5 derniers seroient subdivisés de ligne en ligne par d'autres paralleles.

Il conviendroit encore ajoûter à tous ces verres un autre verre de pareille longueur, mais uniforme d'un bout à l'autre scellé hermetiquement par ses deux extrémités, & dans lequel il y auroit environ 28 pouces de mercure; le surplus vuide d'air grossier.

Ce tube serviroit à faire connoître l'effet de la chaleur sur le mercure, & toutes les fois que le mercure dans les autres verres n'auroit eu qu'un mouvement égal à celui-ci, on n'y auroit point d'égard, comme n'étant pas un effet du poids de l'atmosphere. Un semblable tube, pour bien faire, devroit desormais accompagner tous les Barometre simples dont on voudra se servir.

Toute cette machine construite, comme je viens de dire, devroit être observé exactement pendant un tems considerable; & on pourroit s'assurer par-la,

1°. Si les variations arrivent dans tous les verres dans le même têms.

2°. Si elles ſont égales dans tous, ou ſi elles ne ſont pas plutôt proportionnelles aux hauteurs du mercure dont chaque verre eſt chargé; à quoi il y a beaucoup de vrai-ſemblance, s'il eſt vrai que les pores du verre donnent paſſage aux parties d'air qui ſont aſſez petites pour cela.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

1705. 22. Août. MOnſieur Homberg nous aïant appris qu'il avoit lavé avec de l'eſprit de vin le tube du Barometre de Monſeigneur le Chancelier, cela fit ſoupçonner à quelques-uns que peut-être c'étoit ce qui étoit cauſe que dans ce tube le mercure s'y étoit ſoûtenu plus bas que dans les autres : ce que je jugeai d'autant plus vrai-ſemblable, qu'il me ſouvient que lorſque j'examinai pour la premiere fois ce Barometre, le petit reflet de lumiere que la courbure du haut du mercure a coûtume de faire, me parut plus obſcure qu'à l'ordinaire; cela étant cauſé, comme je le juge preſentement, par quelque peu deſprit de vin reſté dans ce tube.

Ce qui m'enpêcha de m'en appercevoir alors, ce fût,

1° Que le mercure me parût fort net tout le long du verre, ſans petites bulles d'air, telles qu'elles ont coûtume de ſe former lorſque le tube n'eſt pas bien ſec.

2°. Parce qu'aïant incliné, comme je l'ai déja dit, ce Barometre; je trouvai le vuide autant bien fait qu'il a accoûtumé de l'être dans les verres les mieux chargés.

De plus cette grande difference que j'avois d'abord trouvé dans la hauteur du mercure de ce Barometre, d'avec celle de mes autres verres, & qui diminuoit toûjours à meſure que je déchargeois & rechargeois ce tube, me ſembloit une confirmation du fait, en ce que cet effet

pouvoit n'être qu'une ſuite de la diſſipation de ce peu d'eſprit de vin.

Enfin pour m'éclaircir & pour ſatisfaire à ce qui avoit été réſolu, je lavai avec de l'eſprit de vin ce tube par dedans, en le frotant aſſez fort avec un peu de coton attaché au bout d'un fil de leton : puis l'aïant mis en égoût pendant une nuit entierre (ce qui me parut ſuffiſant, vû la grande facilité avec laquelle on ſçait que l'eſprit de vin s'évapore) je le chargeai de mercure conjointement avec l'autre tube dans lequel le mercure s'étoit toûjours tenu fort haut, que je ne nettoïai point, quoiqu'il parût fort ſale. Aprés cela je trouvai effectivement entre les hauteurs de mercure de ces deux verres les 19 lignes de difference que j'avois trouvées à l'Academie, & le petit rebord de mercure obſcurci.

Quoique par-là le fait paroiſſe ſuffiſamment éclairci : la difficulté d'en expliquer la cauſe ſubſiſte neanmoins toûjours toute entiere. Car enfin il ne paroît aucunement que cet eſprit de vin ſe réduiſe en air, comme on le pourroit croire ; puiſque cet air devroit avoir une force de reſſort égale à 19 lignes de mercure, & que le verre étant mis dans une ſituation orizontale, cet air y occuperoit encore prés de cinq lignes, au lieu qu'on n'y apperçoit déja plus rien, & que le tube fait encore avec l'orizon un angle de 45 degrés ou environ.

D'ailleurs les tubes neufs où le mercure s'étoit tenu 6 à 7 lignes plus bas dans les uns que dans les autres, & dont la difference diminuë pareillement à meſure que je les décharge & recharge de mercure, ſans qu'on y puiſſe ſoupçonner d'y avoir jamais eu deſprit de vin, donne lieu de croire que leſprit de vin n'occaſionne une moindre hauteur de mercure, qu'en ce qu'il rend le verre plus net & empêche que le mercure ne faſſe une craſſe dans l'interieur du tube, qui peut-être bouche en partie les pores du verre. Mais pourquoi cette craſſe dans les Barometres qu'il y a long-tems qui ſont montez, ne continuë-t-elle pas de boucher tout à fait ces pores ? Ce dequoi il n'eſt pas aiſé de rendre raiſon.

Il eſt vrai que cette obſtruction des pores du verre ne paroît ſe faire qu'à meſure qu'on décharge & recharge les verres de leur mercure : & peut-être n'a-t-on point encore déchargé & rechargé de la ſorte un même verre aſſez de fois pour s'en être apperçû.

Quoiqu'il en ſoit, il paroît toûjours difficile d'expliquer le phénomene en queſtion, qu'en ſuppoſant qu'il paſſe une plus grande quantité des plus petites parties de l'air à travers les verres dont les pores ſont plus ouverts & moins embarraſſés, comme je l'ai déja dit dans mes premieres remarques, & qu'on trouveroit peut-être des differences beaucoup plus conſiderables, ſi l'on ſe ſervoit de tubes faits d'autre matiere que de verre.

Aureſte ce n'eſt que du tems & de l'experience que nous devons attendre un plus grand éclairciſſement làdeſſus.

ETABLISSEMENT

DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

1705. 22. Août.

TOut le monde convient que rien n'a plus contribué à la perfection de la Botanique, que l'établiſſement exact des genres des Plantes, ſous leſquels on a rangé les eſpeces qui ſont de même caractere. Dans cette vûë je ſuis perſuadé qu'on ne ſçauroit mieux faire que de profiter des occaſions qui ſe preſentent pour obſerver la ſtructure des parties eſſentielles des Plantes dont le genre n'eſt pas encore connu. C'eſt par ce ſeul moyen que l'on peut achever de débroüiller une ſcience qui étoit reſté dans une étrange confuſion faute d'un ſecours ſi neceſſaires. Voici quelques genres nouveaux dont les Auteurs de Botanique n'ont pas encore déterminé le caractere.

MORSUS RANÆ.

C'est un genre de Plante qui produit deux sortes de fleurs : Des noüées *A*, & d'autres qui ne sont pas noüées *B*. Les unes & les autres sont en rose composées ordinairement de trois feüilles disposées autour du même centre. Le calice *C* des Fleurs noüées devient un fruit *D* oblong, partagé le plus souvent en six loges *E* remplis de semences assez menües *F*.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Morsus ranæ foliis circinatis, floribus albis. *Nymphæa minor sive Morsus Ranæ J B. 3. 773. Nymphæa alba, minima C B Pin. 193.*

MENISPERMUM.

C'est un genre de Plante à fleur en rose *A*, composée de plusieurs feüilles *B*, *C* disposée autour du même centre. Le pistile *D* est à trois pieces, dont chacune *E* devient une baye *F*, qui renferme ordinairement une semence plate *G* échancrée en croissant.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Menispermum Canadense, scandens umbelicato folio. *Clematitis hederacea perennis, Virginiana umbilicato folio, papposo flore H R Par. Clematis Hederæ folio H R Blef. Mor.*

CHRYSANTHEMOIDES.

C'est un genre de Plante à fleur radicee *A B*, dont le disque *C* est composé de plusieurs fleurons *D*. La couronne *E* est à demie fleurons, *F*, qui porte chacun sur un embryon *G* de graine. Le calice *H* est ordinairement simple & fendu jusqu'à sa base. Lorsque la fleur est passé, les embryons deviennent autant de coques *I*, qui ont toute l'apparence d'une baye ; mais elles se durcissent dans la suite, & renferment un noyau *K*.

Les especes de ce genre sont.

Chrysanthemoides Osteospermum, Africanum, odora-

tum, ſpinoſum & viſcoſum Hort. Amſtel. tom 1. 85. *Chryſanthemum Africanum, fruteſcens, ſpinoſum Flor. Noriberg. 105.*

Chryſanthemoides Africanum, Populi albæ foliis. *Chryſanthemum arboraſcens, Æthiopicum, foliis Populi albæ Breyn. Cent.* 1. *155.*

CHAMÆBUXUS.

C'eſt un genre de Plante à fleur irreguliere *AB*, qui a toute l'apparence d'une fleur legumineuſe : cependant elle n'eſt composé que de trois feüilles, dont les deux ſuperieures *C D* ſont relevées & repreſentent l'étendart. L'inferieure *E* eſt creuſée en goutiere terminée par une eſpece de cuillieron *F.* Le piſtile *G* qui eſt renfermé dans cette goutiere devient un fruit *H* plat, aſſez rond, tout ſemblable à celui de la *Polygala*: car il eſt partagé en deux loges dans ſa longueur, leſquelles s'ouvrent ſur les bords *I K*, & renferment des graines oblongues *L.*

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Chamæbuxus flore Coluteæ flaveſcente C B. Pin. 471 *Anonymos flore Coluteæ Cluſ. Hiſt. 150.*

Chamæbuxus flore Coluteæ ex purpura rubeſcente CB Pin. 471. *Varieté de la précédente.*

CAMPHORATA.

C'eſt un genre de Plante à fleurs à étamines *A*, qui ſortent du fond d'un calice *B.* ou tuyau évaſé, & découpé quelquefois en trois parties *B*, quelquefois en cinq *C.* Le piſtile *D* devient une graine *E* envelopée dans une eſpece de capſule *F*, qui n'eſt autre choſe que le calice dont les pointes ſe ſont réünies *G H*, & laiſſent voir une petite échancrure.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Champhorata hirſuta C B. Pin. 486.

FICOIDES.

C'eſt un Genre de Plante dont les fleurs *A B* ſont des

cloches évasées, découpées ordinairement fort menu, & percées dans le fond *C* par où elles s'articulent avec le pistile *D*. Lorsque les fleurs sont passées, le pistile & le calice *E* deviennent tous les deux ensemble un fruit *FG* divisé en plusieurs loges *HI* remplies des semences *K*.

Les Especes de ce genre sont :

1. Ficoides Africana, folio Plantaginis undulato, micis argenteis asperso.
2. Ficoides Africana, acaulos, latissimis, crassis & lucidis, foliis conjugatis flore aureo amplissimo.
3. Ficoides Africana erecta, Ocimastri folio, micis argenteis asperso, flore roseo magno.
4. Ficoides Africana, erecta, ramosa, Tripolii folio, flore aureo magno. *Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, major, flore flavo, folio plano, latiori. H.L. Bat. Chrysanthemum aizooides Africanum primum seu latifolium Breyn. Cent. 1. 160.*
5. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio angustiori *H. L.* Bat.
6. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, multicaulis, flore intus rubente extus incarnato *H. L* Bat.
7. Ficoides Africana, folio ensiformi, dilute virenti, flore aureo, brevi pediculo insidente. *Ficoides seu Ficus humilis, folio triangulari lucido, obtuso, flore aureo, magno Flor. Noriberg*
8. Ficoides Africana, folio ensiformi, obscure virenti, flore longo pediculo insidente.
9. Ficoides Africana, folio ensiformi varie inciso, aureo flore pediculo insidente.
10. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, procumbens, folio triangulari ensiformi *H. L* Bat.
11. Ficoides seu Ficus aizoides Africana, triangulari folio longissimo, fructu multicapsulari, flore luteo major *H. L.* Bat. *Chrysanthemum aizooides Africanum secundum seu teretifolium Breyn. Cent. 1. 161.*
12. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore aureo. *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari*

Folio, flore aureo Breyn. Cent. 1. 130.

13. Ficoides Africana, folio triangulari longissimo, flore purpureo *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore purpureo Breyn Cent. 1. 164.*

14. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore carneo. *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore carneo Breyn. Cent. 1. 164.*

15. Ficoides seu Ficus aizooides, Africana, major, procumbens, triangulari, folio fructu maximo eduli *HL* Bat.

16. Ficoides Africana, folio longo, triangulari, incurvo, caule purpureo.

17. Ficoides Africana, folio triangulari, recurvo, floribus umbellatis, obsoleti coloris, externè purpureis.

18. Ficoides Africana, folio triangulari, flore flavescente.

19. Ficoides Africana, folio triangulari, lanceolato & acculeato.

20. Ficoides Africana, folio triangulari, incurvo & dertato.

21. Ficoides Africana, folio triangulari, obtuso, in geminos aculeos abeunte, flore aureo.

22. Ficoides Africana, folio triangulari, apice rubro, caule purpurascente.

23. Ficoides seu Ficus aizoides Africana, minor erecta, triangulari folio viridi, flore intus aureo, foris purpureo *H L* Bat.

24. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, erecta, folio triangulari, glauco, flore luteo *HL* Bat.

25. Ficoides Africana, frutescens, perfoliata, folio triangulari, glauco punctato, cortice lignoso, tenui, candido.

26. Ficoides Africana, erecta folio triangulari, gloco, punctis obscurioribus notato.

27. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco bullato, flore luteo.

28. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, dorso aculeato, flore luteo.

29. Ficoides Africana, erecta, ramosa, folio triangulari glauco & brevi, flore carneo.

30 Ficoides

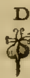
Morsus Ranæ.







Menispermum.









Chrysanthemoides.

















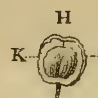


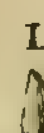
Chamæbuxus.







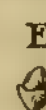


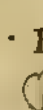




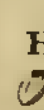
Camphorata.





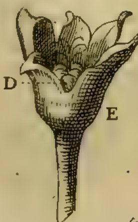


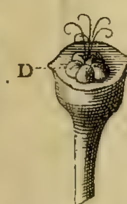




Ficoides.

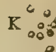












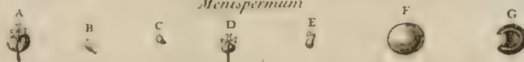




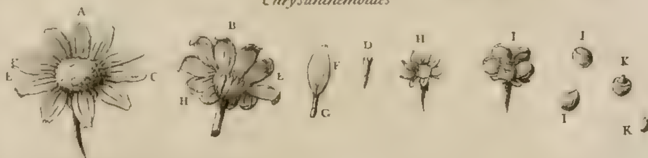
Morsus Ranæ



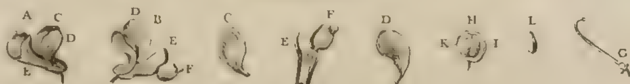
Menispermum



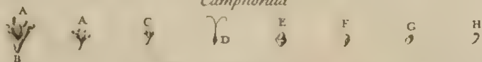
Chrysanthemoides



Chamæbuxus



Camphorata



Ficoides



30. Ficoides Africana, humifusa, folio triangulari, longiori, glauco, flore flavescente.
31. Ficoides nostras, Kali folio, flore albo. *Kali Crassulæ minoris foliis CB. Pin.* 289. *Kali floridum, repens, aizooides, Neapolitanum Col. part.* 72.
32. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore purpureo *HL* Bat.
33. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore coccineo *HL* Bat.
34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos radiatos abeunte. *Ficoides Africana, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, summitatibus foliorum spinosis, spinulis in stellam dispositis Flor. Noriberg.*
35. Ficoides Africana, aculeis longissimis & foliatis, nascentibus ex foliorum alis.
36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

EXPERIENCES

SUR LES

TUYAUX CAPILLAIRES.

PAR M. CARRÉ.

LA plûpart des Auteurs modernes qui ont parlé de la pesanteur & du reslort de l'air, n'ont pas manqué d'examiner les experiences qui se font par le moyen des tuyaux Capillaires, & de chercher à rendre raison pourquoy l'eau y monte fort au-dessus de son niveau, & cela à proportion que le diametre du tuyau Capillaire est petit. Les sentimens sont partagez là-dessus. Les uns veulent que l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air sur l'eau environnante & dans le tuyau : Les autres, parceque l'air enfermé dans le tuyau n'a pas la liberté de se mouvoir & d'agir par toute la force de son ressort sur 1705. 22. Aoust.

l'eau qui monte dedans : Les autres enfin disent que cela arrive, parceque l'eau moüillant les parois interieures du tuyau ; elle y adhere & y est en partie soûtenuë (sans neanmoins expliquer la cause de cette adherence) de sorte que les colomnes laterales de l'eau qui environe le tuyau ayant plus de force ou de pesanteur relative, obligent celles-ci de monter. Comme en matiere de Physique c'est à l'experience à regler la justesse des raisonnemens, j'ay crû que cela meritoit bien d'être examiné, sur tout à cause du grand nombre d'Auteurs celebres qui en ont parlé, & voici les experiences que j'ay faites, la plûpart avec M. Geoffroy.

1. Nous avons pris trois tuyaux Capillaires, dont le plus gros avoit $\frac{1}{3}$ de ligne de diametre, le second avoit $\frac{1}{6}$ de ligne, & le plus petit en avoit $\frac{1}{10}$. On les a plongez dans l'eau afin de les bien moüiller en l'y faisant passer tout au travers ; puis les mettant dans une situation verticale, l'eau a monté par dessus son niveau de dix lignes dans le premier, d'un pouce & demi dans le second, & de deux pouces & demi dans le plus petit.

L'on a pris ensuite ces trois tuyaux, on a bouché un de leurs bouts avec un petit morceau de cire, & les ayant attachez l'un aprés l'autre à un des bassins de balances tres-justes, laissant tremper le bout ouvert dans l'eau d'un vaisseau qui étoit au-dessous, étant ainsi disposez on les a mis dans un parfait équilibre. Ce morceau de cire qui bouchoit l'ouverture superieure de ces tuyaux, étoit mis afin d'empêcher que l'eau n'entrât dans ces tuyaux. L'on a ôté ce petit morceau de cire, que l'on a mis dans le bassin de la balance où le tuyau étoit suspendu, afin de ne rien changer à l'équilibre, & aussi-tôt l'eau a monté dans ces tuyaux à la hauteur que l'on vient de marquer. Le raisonnement que j'avois fait avant l'experience, est que si l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air, l'équilibre doit demeurer le même ; mais si c'est parceque l'eau moüille & adhere aux parois des tuyaux, alors c'est un petit poids qui est ajoûté au tuyau, & ainsi l'équilibre doit se

rompre. Voici ce qui eſt arrivé. L'eau en montant dans le petit tuyau, n'a rien changé à l'équilibre, mais il s'eſt rompu en montant dans le moyen, & encore plus ſenſiblement dans le gros tuyau, de ſorte que la balance a penché du côté du tuyau. Il ſemble d'abord aprés le raiſonnement qu'on avoit fait, que la cauſe de l'élevation de l'eau dans les tuyaux, venoit de ſon adheſion aux parois interieures, & que la queſtion étoit décidée : mais faiſant reflexion que lorſqu'un des bouts eſt bouché avec de la cire, on doit regarder le tuyau & l'air qui eſt dedans comme un ſeul corps, dont le volume eſt plus leger que celui de l'eau dont il occupe la place, & qu'ainſi il doit demeurer dans un certain équilibre ; mais que venant à déboucher ce tuyau, l'air ayant la liberté d'en ſortir, & l'eau d'y entrer, on ne doit plus conſiderer que la propre matiere du tuyau, dont le volume eſt plus peſant qu'un égal volume d'eau, & ainſi cette ſeule cauſe doit rompre l'équilibre. Ces experiences ne peuvent donc rien apprendre de la veritable raiſon pourquoy l'eau monte dans ces tuyaux.

2. L'on a pris le plus gros tuyau, c'eſt à dire celui qui a $\frac{2}{3}$ de ligne de diametre : on l'a plongé d'abord dans de l'eſprit de vin, la liqueur y a monté de trois lignes & demie au-deſſus de ſon niveau ; & l'y ayant plongé une ſeconde fois, elle a monté de quatre lignes.

Ayant plongé ce même tuyau dans l'eau commune, elle a monté de 5. lignes $\frac{1}{4}$: la ſeconde fois elle a monté de 7 lignes $\frac{1}{4}$; & l'ayant plongé une troiſiéme fois, l'eau y a monté de 10 lignes,

L'on a plongé ce tuyau dans de l'eſprit de therebentine : cette liqueur a monté de 4 lignes au-deſſus de ſon niveau.

L'on a plongé ce même tuyau abreuvé de l'eſprit de therebentine, aprés même avoir fait paſſer de l'eſprit de vin au travers afin de la nettoyer, dans de l'eſprit de vin: cette liqueur n'a pas monté juſqu'au niveau de celle du vaiſſeau ; mais on s'eſt apperçû que cela venoit de ce qu'il étoit reſté une petite goutte de liqueur adherente aux parois du tuyau. Hh ij

L'on a plongé ce tuyau dans de l'huile de tartre par défaillance, elle y a monté à la hauteur de 5 lignes & un peu plus : On l'y a plongé une seconde fois, elle a monté de *6*. lignes.

On l'a plongé dans de l'esprit de nitre, qui a monté de 4. lignes.

On l'a plongé dans l'huile d'olive, elle a monté de 5 lignes. Ce tuyau avoit 12 pouces & demi de long.

L'on en a pris un autre de même diametre & de 9 pouces ½ de long; l'ayant plongé dans l'eau commune, elle a monté comme dans l'autre de 10 lignes au-dessus de son niveau. Et l'ayant plongé dans l'esprit de vin, il a monté de 4 lignes. D'où l'on peut voir que la longueur differente des tuyaux ne change rien dans l'élevation des liqueurs.

L'on a plongé ce tuyau dans le mercure, & il n'y a pas monté jusqu'au niveau. En ayant plongé un de plus petit diametre, le mercure n'y a point monté du tout.

L'on a encore pris un tuyau de 15 pouces de long & de ½ ligne de diametre; on l'a plongé dans l'esprit de vin, qui a monté dedans prés de 12 lignes.

On l'a plongé dans l'eau commune, elle a monté de deux pouces 5 lignes.

L'on a pris un autre tuyau de 5. pouces de long & de même diametre; étant plongé dans l'esprit de vin, la liqueur a aussi monté prés de 12 lignes, & étant plongé dans l'eau commune, elle a monté de 2 pouces 3 lignes & demie.

L'on a pris un petit bout de tuyau Capillaire que l'on a plongé dans l'eau, elle a monté jusqu'au haut & s'y est arrêtée.

L'on voit que dans toutes ces experiences, c'est toûjours l'eau commune qui a monté plus haut. Mais il ne paroît pas qu'on en puisse tirer aucun éclaircissement pour la raison que l'on cherche : car comme les liqueurs spiritueuses sont plus legeres que l'eau, il semble que si leur élevation au-dessus du niveau venoit de l'inégalité de pression de l'air, ces liqueurs devroient monter plus haut que l'eau, ce qui n'arrive pas. De plus comme elles sont beaucoup

plus subtiles, il paroît qu'elles doivent moüiller plus facilement les parois des tuyaux, & par consequent y adherer davantage, ce qui devroit aussi les faire monter plus haut.

Ce sont-là les experiences qui ont été faites chez M. Geoffroy; mais en voici d'autres que j'ay faites depuis.

3. J'ay pris un tuyau Capillaire que j'ay plongé dans un vaisseau plein d'eau, elle s'y est élevée trois ou quatre pouces au-dessus de son niveau. J'ay suspendu & arrêté le tuyau Capillaire dans cette situation, & ay mis le tout sous un balon de la Machine pneumatique. Et voici comme je raisonnois avant que de faire l'experience : Si c'est l'inégalité de pression de l'air qui est la cause de l'élevation de l'eau dans ce tuyau Capillaire, lorsqu'on aura pompé l'air du balon, cette eau doit descendre & se remettre au niveau de celle qui l'environne; si c'est par adhesion, il ne doit arriver aucun changement. Mais l'experience a été contraire à ce raisonnement; car aprés que l'air a été pompé, l'eau bien loin de descendre, s'est encore élevée dans le tuyau Capillaire de plus d'une ligne. La raison en est claire; car comme l'eau est remplie de beaucoup de parties d'air, son ressort n'étant plus bandé par la pression de l'air superieur, il se dilate & augmente le volume de l'eau. Pour m'assurer davantage de cette augmentation de volume, j'ay mis le tuyau Capillaire dans un autre tuyau de demi-pouce de diametre que j'avois rempli d'eau, dont j'avois marqué la hauteur avec de l'encre, & aprés avoir pompé l'air, l'eau s'est un peu élevée au-dessus de la marque. D'où l'on peut conclure qu'il y a assez de parties d'air dans l'eau, pour qu'elle soit susceptible de quelque condensation.

4. Enfin voici les dernieres experiences qui décident la question, & paroissent ne plus laisser aucun doute que c'est par la seule adhesion aux parois des tuyaux que les liqueurs montent au-dessus de leur niveau, ensorte que les autres causes que les differens Auteurs en ont apportées, n'y contribuent en rien. J'ay fait couler une goutte de suif dans un tuyau Capillaire, & l'ay fait fondre jusqu'à ce que la

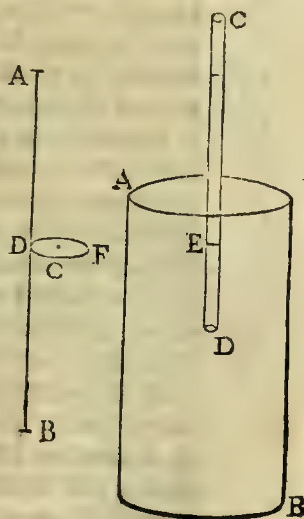
couche de ce suif le long des parois interieures fût tres-mince, de crainte qu'elle ne bouchât le tuyau : Je l'ay plongé dans l'eau, elle y a monté à la même hauteur ; c'est à dire, que l'eau du dedans du tuyau n'étoit pas plus élevée que celle qui l'environnoit. Cette seule experience fait bien voir que l'inégalité de pression de l'air n'est pas réelle. En effet, comment concevoir cette inégalité ? L'ouverture de ces tuyaux étant tres-grande par rapport aux pores au travers desquels l'air peut s'insinuer avec beaucoup de facilité, & faire les mêmes effets que s'il étoit en liberté : ce que l'on peut prouver, 1°. Par l'experience du Barometre simple, dont on a bouché un des bouts avec de la vessie de porc ; car aprés avoir fait le vuide à l'ordinaire, & que la pression de l'air environnant tient le mercure suspendu à 27 ou 28 pouces plus ou moins selon les differentes condensations ou rarefactions de l'air, si l'on vient à faire un petit trou avec la pointe d'une aiguille, dont le diametre est beaucoup plus petit que celui des tuyaux Capillaires que l'on a employez dans ces experiences, aussitôt l'air s'insinuë dans le tuyau & fait descendre le mercure. 2°. Par ce qu'il m'arriva un jour en faisant des experiences sur le vif-argent ; c'est qu'aprés avoir fait le vuide, le mercure ne laissoit pas de descendre ; & en cherchant la cause, je m'apperçûs qu'il y avoit une petite felûre au tuyau dont je me servois : je colay dessus deux bandes de parchemin le plus exactement que je pûs, je reïteray l'experience, & le mercure descendoit encore, mais à la verité plus lentement ; ce qui fait bien voir l'extrême subtilité de l'air qui peut s'insinuer par les plus petites ouvertures, & y communiquer son action.

Ce qui confirme l'adhesion de l'eau aux parois des tuyaux, c'est que si l'on ne fait fondre du suif que dans une partie du tuyau moindre que la profondeur de l'eau où on le plonge, l'eau monte alors dans ce tuyau au-dessus de son niveau ; & si l'on ne fait fondre du suif que d'un côté du tuyau, on voit l'eau du côté du suif se mettre de niveau, & de l'autre côté où elle moüille le verre, elle s'éleve au-

deſſus du niveau. Enfin ſi on laiſſe couler une goutte d'eau le long de la ſurface exterieure du tuyau, lorſque cette goutte ſera arrivée à ſon extremité, bien loin de tomber, elle entre dedans le tuyau : mais ſi ce tuyau eſt enduit de ſuif, elle n'y entre point du tout. Il eſt donc évident par ces dernieres experiences que l'eau ne monte dans les tuyaux Capillaires, & s'eleve au-deſſus de ſon niveau, que parceque moüillant les parois du tuyau, elle y eſt en partie ſoûtenuë en y adherant ; de ſorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de peſanteur, ou appuyant davantage ſur le fond du vaiſſeau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut.

Pour bien entendre comment les colomnes laterales de l'eau ont plus de force que celles qui touchent & ſont appliquées immediatement aux parois interieures des tuyaux Capillaires, on va démontrer cette propoſition.

Si un corps quelconque s'appuïe par une de ſes extrêmitez aux inégalitez d'un autre corps vertical, ſoit en s'y appliquant par un contact immediat, ſoit en entrant par ſon extrêmité dans ces inégalitez, & qu'il ſoit ſoûtenu par une puiſſance appliquée à la partie oppoſée ; je dis que la puiſſance ſera au poids ou à l'effort qu'il fait pour deſcendre, comme la diſtance du centre de peſanteur de ce corps au point d'appui, eſt à la diſtance de la puiſſance au même point d'appui.



Soit *AB* une ſurface verticale, & ſoit un corps quelconque *ED* dont une des extrêmitez eſt appuïée ou ſoûtenuë au point *D* de cette ſurface, & qui a pour centre de peſanteur le point *C* ; il eſt évident que ſi une puiſſance le ſoûtient au point *F*, elle n'en portera pas tout le poids, puiſqu'on le ſuppoſe ſoûtenu

en *D*; mais je dis que cette puiſſance a un même rapport à l'effort que fait le corps *FD* pour deſcendre, que la diſtance *DC* eſt à la diſtance *FD*. Car on peut imaginer ce corps comme ſuſpendu ou ſoutenu au milieu d'un levier horizontal *FD* par deux puiſſances appliquées en *F* & en *D*. Or par les loix de l'Equilibre la puiſſance *F* eſt au poids du corps *FD*, comme *CD* eſt à *FD*; donc, &c.

Il eſt facile d'appliquer ce raiſonnement aux tuyaux Capillaires : car ſoit le vaiſſeau *AB* rempli d'eau, dans lequel on ait plongé le tuyau Capillaire *CD* : ſoit diviſée par la penſée cette eau en colomnes compoſées de petites particules d'eau miſes les unes ſur les autres comme *E*: il eſt clair que l'eau étant entrée dans ce tuyau, toutes les parties qui toucheront immediatement ſes parois ſeront en partie ſoûtenuës. Or par les loix de l'Equilibre des liqueurs, l'eau doit ſe mettre de niveau ſi rien ne l'en empêche, parceque toutes les colomnes ſont également peſantes, ou preſſent également le fond du vaiſſeau : mais celles qui touchent les parois interieures du tuyau ſont en partie ſoûtenuës, donc elles n'agiſſent pas ſur le fond du vaiſſeau avec toute leur force, donc les colomnes laterales doivent les faire monter, & cela juſqu'à ce qu'elles récompenſent en hauteur ce qu'elles perdent de force par leur adheſion, & qu'il ſe faſſe de nouveau Equilibre.

Il paroît par cette explication que les liqueurs moüillant auſſi les ſurfaces exterieures des tuyaux, devroient de même s'élever à une hauteur conſiderable, ce qui eſt contraire à l'experience : mais il faut prendre garde qu'au dedans des tuyaux, les parties de ces liqueurs ſe ſoûtiennent les unes les autres & contribuënt à leur élevation, ce qui n'arrive pas au dehors. Auſſi voit-on dans les tuyaux fort larges que l'eau s'éleve fort peu.

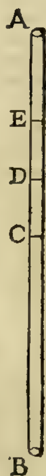
Il eſt évident que plus le diametre des tuyaux Capillaires eſt petit, plus l'eau y doit monter haut : car la force de l'adheſion eſt meſurée par la ſurface interieure des tuyaux, & la réſiſtance eſt meſurée par le poids des colomnes d'eau qui y ſont contenuës : mais les colomnes de

même

même hauteur ſont en raiſon doublée du diametre de ces tuyaux, & les ſurfaces ſont ſeulement en raiſon de ces diametres ; donc la ſurface d'un grand tuyau eſt moindre par raport à la quantité d'eau qu'il contient, que la ſurface du petit par raport à ſa quantité d'eau, donc la force de l'adheſion eſt moindre dans le grand que dans le petit ; donc, &c.

Il eſt encore évident que dans les tuyaux égaux également ou inégalement inclinez, l'eau doit toûjours monter à la même hauteur, quoiqu'en plus grande quantité que lorſqu'ils ſont verticaux : car dans les tuyaux inclinez le moment de l'eau qui preſſe ne ſe meſure pas par toute la longueur du tuyau, ou par le poids abſolu de toute la colomne, d'eau du tuyau, mais par ſa hauteur verticale, parcequ'elle ne ſera pouſſée que par le poids de la colomne d'eau laterale qui preſſe librement.

Voici encore quelques experiences ſur cette même matiere, & qui ſervent à confirmer ces raiſonnemens.



Soit le tuyau Capillaire *AB* dont le dedans ſoit fort ſec, ſi l'on fait ſeulement toucher le bout *B* à la ſurface de l'eau, elle y monte juſqu'en *C* ; mais ſi on le moüille en faiſant paſſer l'eau au travers, elle montera plus haut juſqu'en *D* ; que ſi on enfonce ce tuyau dans l'eau, elle montera encore plus haut comme en *E*. Si l'on retire ce tuyau hors de l'eau, celle qui eſt dedans deſcend peu à peu, & il ſe forme une petite goutte d'eau en *B*, ce qui arrive lorſque la hauteur *BE* eſt fort grande ; car ſi elle ne l'eſt pas trop, l'eau demeure ſuſpenduë ſans ſortir. Si maintenant l'on vient à faire toucher l'eau qui eſt en *B* à une goutte d'eau poſée ſur un plan, on verra l'eau du tuyau deſcendre de *E* en *D*, qui eſt l'endroit même où elle ſe tenoit élevée lorſqu'on faiſoit toucher le bout *B* à la ſurface de l'eau : Au contraire, ſi l'eau n'étoit élevée que juſqu'à *C*, & qu'on fît toucher le bout *B* à la même goutte d'eau poſée ſur le plan, on verroit l'eau monter juſqu'en *D*.

La raiſon de ces effets dépend des mêmes loix de l'Equilibre : car lorſque la goutte qui eſt en *B* en touche une autre, elle s'y unit par un contact immediat ; & alors ſi

l'eau est en *E*, comme elle est trop élevée, elle s'abaisse, parceque tout doit se mettre en équilibre; & si elle est fort basse comme en *C*, elle s'éleve par la même raison.

Il s'agit maintenant d'expliquer pourquoi il y a des corps qui peuvent être moüillez plus facilement par des liqueurs que d'autres; pourquoi differentes liqueurs peuvent moüiller differens corps; pourquoi enfin certaines liqueurs se mêlent ensemble, & d'autres ne peuvent se mêler, mais se separent toûjours.

Pour cela je pose ce principe * comme constant. 1°. Que l'union & la dureté des corps ne viennent que d'une compression du fluide environnant : car sans admettre dans les parties des corps homogenes une espece de *gluten*, comme quelques-uns le prétendent, nom qui n'est pas plus clair & n'explique pas mieux l'union de quelques corps, que celui de *sympathie* qui unit ces parties les unes aux autres, on doit rapporter en bonne Physique toute l'action & la force des corps à leur mouvement. 2°. Que cette union ou cette dureté est d'autant plus grande que les parties de ces corps se joignent par plus de surface, & laissent entr'elles moins du fluide qui résiste à l'action de celui qui presse exterieurement; de sorte que si la résistance est égale à la compression, ces parties ne s'unissent point; si au contraire le fluide interieur résiste davantage que l'exterieur, ces parties s'écartent; & si l'exterieur a plus de force, ces parties s'unissent, & cela d'autant plus que leurs surfaces sont plus polies dans chaque endroit où elles s'unissent; de sorte que si elles étoient tellement polies, & qu'elles pussent s'ajuster si immediatement les unes aux autres qu'elles ne laissassent aucun intervalle entr'elles, & par consequent aucun passage au fluide environnant; alors elles seroient comprimées de toute la force de ce fluide, & c'est en quoi consiste la plus grande dureté des corps. C'est ainsi qu'on peut bien expliquer l'union de deux corps polis comme de deux morceaux de verre, de deux marbres, &c. ou l'union de deux hemispheres creux de cuivre, dont on a pompé l'air enfermé dedans, & qui

* *Ce principe a été si bien prouvé par l'Auteur de la Recherche de la Verité, & aprés lui par feu M. Bernoulli, que je ne croy pas qu'il y ait aucun de ceux qui entendent les veritables principes de Physique qui puisse le nier.*

résistent tellement à leur desunion, qu'il faut un grand nombre de chevaux pour les separer.

Il est aisé d'appliquer ceci aux liqueurs qui moüillent certains corps, & qui n'en peuvent moüiller d'autres ; car lorsque les parties des liqueurs ont le tissu de leur petite surface tel, qu'elles peuvent s'appliquer plus immediatement sur la surface des corps qu'elles touchent en laissant peu de fluide entr'elles & la surface de ce corps ; alors elles y adherent, & y sont comme colées & soûtenuës par la pression du fluide environnant, & c'est par cette raison que les gouttes d'eau suspenduës aux feüilles des arbres, dont quelques-unes sont fort polies, ou à d'autres corps ne tombent pas. L'on peut aussi par ce même principe rendre raison pourquoi les parties d'une même liqueur s'unissent, & pourquoi celles de quelques liqueurs differentes ne s'unissent point : car les parties d'une même liqueur étant homogenes, c'est à dire, qu'ayant leurs surfaces à peu prés semblables, venant à se rencontrer, elles s'approchent plus prés les unes des autres, & laissant entr'elles moins de ce fluide qui résiste à l'action du fluide exterieur, elles s'unissent plus immediatement : Au contraire les parties de differentes liqueurs étant heterogenes, c'est à dire, que leur figure étant differente, elles laissent toûjours entr'elles beaucoup de ce fluide qui empêche qu'elles ne s'unissent : Ainsi ayant mêlé de l'huile & de l'eau ensemble en les battant quelque tems, comme toutes les parties des liqueurs ont chacune un mouvement séparément les unes des autres en haut en bas, à droit à gauche & dans toutes les directions possibles, ce qui constituë leur fluidité ; une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'eau, elles ne peuvent s'unir & se joindre assez à cause de leur figure & de l'arrangement de leurs parties, ce qui est cause qu'elles glissent l'une auprés de l'autre sans s'arrêter ; mais une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'huile, comme leur surface est semblable, elles s'approchent de plus prés & s'unissent, à cause du peu de résistance qui s'oppose à l'action du fluide environnant.

Qu'on ne dise pas que cette explication tend à détruire la fluidité des liqueurs ; car quoiqu'une partie soit assez unie à une autre pour être élevée ou soûtenuë à cause de son peu de pesanteur, elle ne l'est cependant pas assez pour résister au choq de quelqu'autre partie qui vient la frapper, ou à l'action de la matiere subtile qui peut encore s'insinuer entre deux.

Il sera facile en suivant ce raisonnement d'expliquer cette experience qui me paroît fort curieuse. Si l'on mêle du vin & de l'huile ensemble le plus qu'on pourra, & qu'on veüille les separer ; on prendra deux bandes de papier gris dont on se sert pour les filtrations, on les trempera séparément l'une dans du vin, & l'autre dans l'huile, & plongeant un de leurs bouts dans ces liqueurs mêlées ensemble, l'autre bout le plus long passant pardessus le bord du vaisseau qui les contient, on verra l'huile sortir par le papier qui en est imbibé, & le vin par l'autre. La raison en est évidente : car une partie de vin allant frapper contre une partie d'huile, comme par sa figure elle ne peut pas s'en approcher assez prés pour chasser le fluide qui est entre deux, au lieu de s'y unir, elle en est repoussée ; mais au contraire une partie de vin allant rencontrer une partie de vin, elle s'en approche assez prés pour chasser ce fluide, & celui qui les environne les comprimant, elles restent unies & montent à la maniere ordinaire.

Lorsqu'on mêle un plus grand nombre de liqueurs ensemble, la séparation s'en fait moins exactement, & il paroît en faisant l'experience, que c'est l'eau qui se dégage le mieux des autres liqueurs où elle est mêlée. Ce qui pourra servir à expliquer la grande facilité qu'a l'urine à se séparer du sang en passant au travers des glandes des reins, comme on le va voir.

L'on pourroit peut-être expliquer par ce principe les differentes filtrations du corps, c'est à dire comment les parties differentes dont le sang est composé peuvent se séparer au travers des glandes des differens visceres qui les

filtrent : car les autres explications qu'on en donne souffrent de grandes difficultez. Il y en a deux parmi plusieurs qui paroissent les plus vrai-semblables : La premiere est que toutes les parties du sang sont homogenes, mais que les pores des glandes étant differens, ce sont comme autant de moules qui leur donnent la figure propre à composer la liqueur qui y est contenuë, ou dans les réservoirs où elle est déposée. Or l'on ne voit pas bien comment le chyle qui doit être composé de toutes les differentes parties des alimens dont on use, peut se changer de maniere, que toutes ses parties & par consequent celles du sang deviennent homogenes. De plus, comment concevoir l'action de ces moules sur des liqueurs qui restent toûjours fluides ? La seconde explication est de ceux qui croïent qu'il y a dans le sang des parties de matiere de toutes sortes de figures, ce qui paroît tres-vrai ; mais que les pores des glandes étant differemment figurez, ne laissent passer que les parties qui leur conviennent, c'est à dire, que si un pore est prismatique ou pyramidal, il n'admettra que des parties prismatiques ou pyramidales. Ce sentiment auroit quelque vrai-semblance, si les parties du sang étoient également grosses ; mais comme certainement il y en a de plus petites les unes que les autres, on ne voit pas pourquoi une partie de figure cubique, par exemple, qui sera beaucoup plus petite que le pore prismatique, n'y passera pas, & ainsi des autres. Mais si l'on suppose que les glandes sont imbibées dés le commencement de la formation du corps, de la liqueur qu'elles doivent filtrer (ce qui s'accorde assez avec le sentiment * que l'on a maintenant sur la generation, qui est que les petits corps organisez ont été formez dés l'instant de la creation, contenus tous & pour ainsi dire *emboëtez* les uns dans les autres, & qu'il ne se fait maintenant qu'un dévelopement & accroissement de parties, accroissement insensible mais tres-réel dans les uns, & accroissement sensible dans les autres, & qui sont ceux qui doivent vivre indépendamment du corps dans lequel ils sont renfermez) alors il sera facile par le principe qu'on

* *Voyez la Recherche de la Verité, Liv. 1 c. 6.*

a posé, d'expliquer comment les parties heterogenes du sang se sépareront, & composeront les differentes liqueurs dont les réservoirs du corps sont remplis. Car une des parties de la bile, par exemple, allant frapper contre une des parties qui doit composer quelqu'autre humeur, ne s'y joindra pas à cause de la differente tissure de leur surface; mais par une raison contraire elle s'unira à une autre partie de bile, & iront remplir le réservoir qui la contient. C'est ainsi qu'on pourra encore expliquer la nourriture & l'accroissement des plantes differentes quoique plantées dans un même terrain, dans cette supposition qu'il y a dans la terre des parties de toutes sortes de figures, dont les unes sont propres pour la nourriture d'une plante, & les autres pour la nourriture d'une autre.

SUPPLÉMENT

DE TRIGONOMETRIE,

CONTENANT

Deux Theoremes generaux sur les Tangentes & les Secantes des angles multiples.

PAR M. DE LAGNY.

1705. 26. Aoust.

ARchimede dans son Livre de la Mesure du Cercle, a donné la premiere idée de supputer le rapport des cordes des arcs de cercle en raison sous-double ; & il y a beaucoup plus d'art qu'il n'en paroît d'abord dans le choix de certains nombres rationaux & approchans, qu'il substituë aux nombres exacts, mais irrationaux, dont le calcul & l'usage n'ont été connus que plusieurs siecles aprés lui.

Ptolomée dans son Almageste a poussé cette matiere beaucoup plus loin, par le moyen de la fameuse proprieté

du quadrilatere inſcrit dans le cercle, dont le rectangle ſous les diametres eſt égal à la ſomme des deux rectangles ſous les côtez oppoſez. C'eſt de ce principe auſſi fécond dans la Trigonometrie, que la 47. p. 1. l'eſt dans la Geometrie ordinaire, que la plûpart des Geometres des derniers ſiecles ont tiré leurs nouvelles découvertes ſur le calcul des cordes & des ſinus.

Viete eſt le premier qui ait donné une methode exacte & generale pour trouver la ſuite des cordes des arcs multiples. C'eſt dans ſes Theoremes ſur les Sections des angles. Mrs Ougtred & Wallis ont travaillé ſur la même matiere ; & depuis peu Mrs Bernoulli & Herman ont auſſi donné de nouvelles methodes preſque toutes tirées du même principe. Mais aucun Auteur, que je ſçache, n'a traité de Tangentes ni des Secantes des angles multiples : ils ſe ſont contentez, ſans paſſer plus avant, de donner la methode de trouver la Tangente & la Secante d'un arc, qui eſt la ſomme ou la difference de deux arcs dont les Tangentes & les Secantes ſont données ; & celle de trouver les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & ſous-doubles : ce qui n'eſt qu'un cas particulier & le plus ſimple de la methode generale, qui doit comprendre les angles triples, quadruples, quintuples, &c. & les ſous-triples, ſous-quadruples, ſous-quintuples, &c. à l'infini.

Il y a apparence que ce qui a empêché de s'appliquer à cette recherche, outre la longueur & la difficulté du calcul, c'eſt que connoiſſant le rapport du rayon au ſinus d'un arc donné, on peut facilement trouver la Tangente & la Secante du même arc ; & ainſi ayant une methode generale pour les cordes & les ſinus des arcs multiples, il ſemble d'abord que celle des Tangentes & des Secantes n'en doit être qu'un corollaire. Mais il y a une difference infinie entre trouver de cette maniere la Tangente ou la Secante d'un arc en particulier, & trouver le rapport general des Tangentes & des Secantes à l'infini : & ſi l'on cherchoit ce rapport par celui des ſinus, on tomberoit neceſſairement dans des formules d'incommenſurables qui n'au-

roient rien ni d'élegant ni de pratiquable. On auroit dû au contraire, suivant la remarque de M. de Fermat dans la Dissertation sur la rectification des lignes courbes, commencer par la recherche des Tangentes; parceque les proprietez en sont toûjours beaucoup plus simples que celles des lignes inscrites. Enfin la formule seule & particuliere qu'on a trouvée pour les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles, & les manieres differentes dont les plus grands Geometres du dernier siecle se sont appliquez à la démontrer à l'occasion de la fausse quadrature du cercle de Longomontanus, tout cela, dis-je, fait voir ordinairement que la methode des cordes n'a rien de commun avec celle des Tangentes & des Secantes. En effet, celles-ci sont entierement indépendantes du cercle & de ses proprietez; & je n'y considere précisément que le triangle rectiligne & rectangle : elles different essentiellement & dans le fonds & pour la forme : l'expression & la démonstration de ces dernieres sont incomparablement plus simples, & l'on peut dire que la Trigonometrie étoit tres-imparfaite sans ces deux Theoremes; & ce que M. Descartes a dit de sa methode des Tangentes par rapport à la Geometrie, je puis l'appliquer à ces Theoremes par rapport à la Trigonometrie, que *c'est la chose la plus utile & la plus generale non-seulement que je sçache, mais même que j'aye jamais desiré sçavoir sur cette matiere.*

THEOREME GENERAL

Sur les Tangentes des angles multiples.

Soit le rayon a & la Tangente de l'angle $x = b$.
On demande la Tangente de l'angle cx.

REGLE.

1°. Elevez le binome $a + b$ à la puissance c.

2°. Prenez pour dénominateur le premier, le troisiéme, le cinquiéme, &c. termes impairs, & pour numerateur le second,

ſecond, le quatriéme, le ſixiéme, &c. termes pairs de cette puiſſance multipliez par a.

3°. Marquez alternativement des ſignes $+$ & $-$ les termes du numerateur & du dénominateur, c'eſt-à-dire le ſecond de l'un & de l'autre du ſigne $-$, le troiſiéme du $+$, le quatriéme du ſigne $-$, & ainſi de ſuite : vous aurez la Tangente cherchée de l'angle cx.

Remarquez que lorſque c eſt impair, on peut abreger l'expreſſion en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE I.

Connoiſſant le rayon a & la Tangente b d'un angle donné, on demande la Tangente de l'angle double.

1° J'éleve $a + b$ à la ſeconde puiſſance, c'eſt $aa + 2ab + bb$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme terme de cette puiſſance, le dernier avec le ſigne $-$, & pour numerateur le ſecond terme multiplié par a ; ce qui me donne pour la Tangente cherchée cette fraction $\frac{2aab}{aa-bb}$ *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE II.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées, on demande la Tangente de l'angle triple.

1°. La troiſiéme puiſſance d'$a + b$ eſt $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme termes de cette puiſſance, le dernier avec le ſigne $-$, & pour numerateur le ſecond & le quatriéme termes, le dernier auſſi avec le ſigne $-$ multipliez par a : ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{3a^3b-ab^3}{a^3-3abb}$, ou plus ſimplement $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$ en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE III.

Pour la Tangente de l'angle quadruple.

la quatriéme puissance d'$a + b$ est $a^4 + 4\,a^4 b + 6\,aabb + 4\,ab^3 + b^4$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{4a^4b - 4\,aab^3}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

EXEMPLE IV.

Pour la Tangente de l'angle quintuple.

La cinquiéme puissance d'$a + b$ est $a^5 + 5\,a^4 b + 10\,a^3 bb + a^2 b^3 + 5\,ab^4 + b^5$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{5a^5b - 10a_3b^3 + ab^5}{a^5 - 10a^3bb + 5ab^4}$, ou plus simplement $\frac{5a^4b - 10aab^3 + b^5}{a^4 - 10aabb + 5b^4}$, & ainsi des autres.

THEOREME GENERAL.

Sur les Secantes des angles multiples.

Soit le rayon a la Tangente b, & la Secante c de l'angle x. On demande la Secante de l'angle dx.

1°. Prenez le même dénominateur que pour la Tangente par le Theoreme précédent, & pour numerateur prenez c^d lorsque d est impair, & ac^d lorsqu'il est pair.

Ainsi la Secante de l'angle double sera $\frac{ac^2}{aa - bb}$.

Celle de l'angle triple sera $= \frac{c^3}{aa - 3bb}$.

Celle de l'angle quadruple sera $= \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

Celle de langle quintuple sera $= \frac{ac^5}{a^4 - 10a^2b^2 + 5b^4}$.

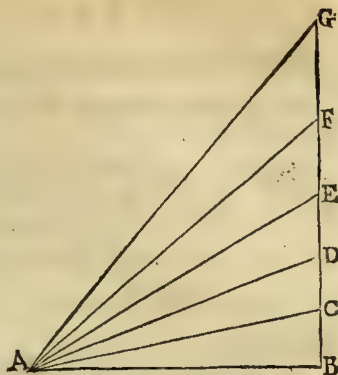
Et ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

De ces deux Theoremes.

Soit le triangle rectiligne ABC rectangle en B, dont je suppose qu'on connoît les trois côtez, & dont l'angle aigu

BAC eſt tel qu'un certain multiple, par exemple ſon quintuple, ſoit moindre que l'angle droit; ce qui eſt toûjours aiſé à trouver.



Ayant prolongé indéfiniment du côté *C* le petit côté ou la perpendiculaire *BC*, je prends les angles *BAD*, *BAE*, *BAF*, *BAG*, &c. double, triple, quadruple, quintuple, &c. de l'angle *BAC*. Il eſt évident que la ligne *BD* eſt la Tangente, & *AD* la Secante de l'angle double; que *BE* eſt la Tangente, & *AE* la Secante de l'angle triple; que *BF* eſt la Tangente, & *AF* la Secante de l'angle quadruple, &c. de l'angle donné *BAC*.

Il faut trouver la valeur de ces Tangentes & de ces Secantes par rapport aux trois côtez donnez du triangle *ABC*.

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double *BAD*.

Puiſque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD = x - b$, &

$\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. I.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conſequent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$: c'eſt-à-dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

En diviſant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbx = aaxx - 2aabx$: & deviſant tout par x,

on aura $bbxx = aax - 2aab$: & tranſpoſant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en diviſant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2aab}{a^4a - bb} - b = \frac{aab \; b^3}{aa - bb}$.

2°. Il faut trouver *AD* Secante du même angle double *BAD*.

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'est à dire.. $b : \frac{aab + b^3}{aa - bb} :: a$

ou . . . . 1 : $\frac{aa + bb}{aa - bb} :: a$.

ou $aa - bb : aa + bb :: a : \frac{a^3 + abb}{aa - bb} = AD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

3°. Il faut trouver *BE* Tangente de l'angle triple *BAE*.

Soit $CE = x$ donc $BE = b + x$, & $DE = x = \frac{aab + b^3}{aa - bb}$ par le Corollaire cy-dessus.

On aura donc $\overline{BE}^2 = bb + 2bx + xx$, & $\overline{DE}^2 = xx - \frac{2aabx + 2b^3x}{aa - bb} + \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$, & $\overline{AE}^2 = aa + bb + 2bx + xx$.

Or par la 3. p. 6. $AC : AE :: CD : DE$. Donc

$\overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{DE}^2$.

Donc $aa + bb : aa + bb + 2bx + xx :: \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$ $xx - \frac{2aabx + 2b^3x}{aa - bb} + \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$: & en divisant, $aa + bb : 2bx + xx :: \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4} : \frac{xx - 2aabx + 2b^3x}{aa - bb}$; & alternant & divisant le premier & le troisiéme termes par le premier multipliant les termes moyens & les extrêmes, divisant tout par x, on trouve enfin

$x = \frac{2aab + b^3}{aa - 3bb} = CE$.

Donc $BE = \frac{3aab - b^3}{aa - 3bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

$DE = BE - BD = \frac{3aab - b^3}{aa - 3bb} - \frac{2aab}{aa - bb} = \frac{a^4b + 2aab^3 + b^5}{a^4 - 4aabb + 3b^4}$

4°. Il faut trouver la Secante du même angle triple *BAE*. Par la 3. p. 6. $CD : DE :: AC : AE$.

Or les trois premiers termes sont connus : donc on trouvera le quatriéme égal à $\frac{c^3}{aa - 3bb}$. On peut aussi la trouver par la 47. p. 1.

5°. Il faut trouver *BF* Tangente de l'angle quadruple. Soit $BF = x$. On a déja $BD = \frac{2aab}{aa - bb}$.

Donc $DF = x - \frac{2aab}{aa - bb} = \frac{aax - bbx - 2aab}{aa - bb}$.

Par la 47. p. 1. $\overline{AF}^{2} = aa + xx$.

Et par la 3. p. 6. $\overline{AB}^{2} : \overline{AF}^{2} :: \overline{BD}^{2} : \overline{DF}^{2}$.

C'est-à-dire $aa : aa + xx :: \frac{4a^4bb}{a^4 - 2aabb + b^4} :$

$$\frac{\begin{array}{l} 4a^4bb + a^4xx + 4aab^3x \\ \quad\quad\;\; - b^4 \quad - 4a^4b \\ \quad\quad\;\; - 2aabb \end{array}}{a^4 - 2aabb + b^4}$$

Otant les dénominateurs du troisiéme & quatriéme termes, & divisant & alternant & multipliant les extrêmes & les moyens,

Je trouve $x = \frac{4a^4b - aab^3}{a^4 - 6aabb \;\; b^4}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

6°. Il faut trouver *AF* Secante de l'angle quadruple *BAF*.

On peut la trouver par la 47. p. 1. & par la 3. p. 6. & on trouvera $AF = \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$, & ainsi des autres.

Or il est évident que dans la suite des numerateurs & des dénominateurs des fractions qui expriment les Tangentes & les Secantes, on trouve la suite des termes alternatifs avec les signes + & − des puissances correspondantes d'$a + b$. Donc les deux Theoremes sont veritables.

COROLLAIRE.

Lorsque la Tangente est commensurable au rayon, toutes les Tangentes des angles multiples sont aussi commensurables, de même que toutes les Secantes des multiples

en nombre pair, comme celles des angles doubles, quadruples, sextuples, &c.

Et lorsque la Tangente & la Secante sont commensurables au rayon, toutes les Tangentes & les Secantes des angles multiples sont aussi commensurables.

COROLLAIRE.

Lorsque l'angle multiple supposé est égal à l'angle droit, le dénominateur s'évanoüit & devient égal à zero : ce qui donne la plus simple équation qu'il soit possible pour trouver les Tangentes des angles sous-doubles, sous-triples, &c. & en general des sous-multiples de l'angle droit.

Il est évident, 1°. que le dénominateur doit être égal à zero : parceque la Tangente de l'angle droit étant infiniment grande, & le numerateur de la fraction qui l'exprime n'enfermant que des valeurs constantes & finies, il faut que le dénominateur devienne un infiniment petit ou égal à zero. Ainsi pour trouver la Tangente de la moitié de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle double $\frac{2aab}{aa-bb}$, & je suppose le dénominateur $aa-bb=o$; ce qui me donne $b=a$, la Tangente égale au rayon. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour avoir la Tangente du tiers de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle triple en general : c'est $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. je suppose $aa-3bb=o$: ce qui me donne $b=r\,\frac{1}{3}aa$, Tangente cherchée.

Lorsque l'équation fournit plusieurs racines réelles, comme dans les sous-multiples plus composez ; ces differentes racines donnent les valeurs des Tangentes cherchées des angles sous-multiples de l'angle droit & de trois ou plusieurs angles droits. Ainsi cherchant la Tangente du $\frac{1}{4}$, de la $\frac{1}{5}$, de la $\frac{1}{6}$, &c. d'un angle droit, on trouve aussi les Tangentes des $\frac{3}{4}$, des $\frac{3}{5}$, des $\frac{3}{6}$ d'un angle droit.

COROLLAIRE.

Lorque l'angle multiple supposé est plus grand qu'un

angle droit ; il eſt ou entre un & deux, ou entre deux & trois, ou entre trois & quatre angles droits, &c. Dans le premier cas le dénominateur devient négatif, & le numerateur poſitif. Dans le ſecond ils ſont tous deux negatif. Dans le troiſiéme le numerateur eſt négatif, & le dénominateur poſitif : ce qui avec le cas ordinaire ou l'angle multiple ſuppoſé eſt plus petit que l'angle droit, donne les quatre combinaiſons poſſibles des deux ſignes + & — pris deux à deux, c'eſt-à-dire tous deux + : le premier + & l'autre —, tous deux — : le premier — & l'autre + : & au-deſſus de quatre droits cela recommence dans le même ordre à l'infini.

COROLLAIRE.

Avec un ſeul triangle rectangle quelconque donné en nombres comme 3, 4, 5, ou 5, 12, 13, on peut conſtruire toutes les Tables Trigonometriques. Car ſuivant le Theoreme de la rectification des arcs par les Tangentes que j'envoyay à l'Academie il y a dix ans, on peut trouver les angles de ce triangle auſſi prés qu'on voudra ; enſorte que le rapport d'un de ſes angles à l'angle droit ſoit exprimé, par exemple, par le dénominateur 5400. ſuivi d'autant de zeros qu'on voudra ; & le numerateur ſera un nombre premier à ce dénominateur, enſorte que l'erreur ſera moindre que quelque donnée. Cela ſuppoſé, on trouvera par les multiples au-deſſous & au-deſſus de l'angle droit les Tangentes pour tous les numerateurs depuis 1, 2, 3, 4, &c. juſqu'au dénominateur ; c'eſt-à-dire depuis 1′ 2′ 3′, &c. juiſqu'à 90 degrez excluſivement : Ce qui eſt un veritable paradoxe.



DESCRIPTION DE L'OEILLET DE LA CHINE.

PAR M. TOURNEFORT.

Caryophyllus Sinensis, Supinus, Leucoïi folio, flore vario.

1705. 29. Août.

IL y a environ trois ans que M. l'Abbé Bignon reçût la graine d'une belle espece d'œillet sous le nom d'œillet de la Chine. Cette graine produisit la plante suivante.

Sa racine est grosse au collet comme le petit doigt, & quelquefois même comme le pouce, dure, ligneuse, blanc sale tirant sur le jaunatre dans les especes dont les fleurs n'ont pas de couleurs foncées, mais rougeatre comme celle de l'Oscille dans les pieds qui portent des fleurs rouges ou mêlées de purpurin. Ces racines se partagent en grosses fibres longues de huit ou dix pouces jusqu'à un pied, ligneuses aussi, subdivisées en quelques autres racines plus menües & chevelües.

Les tiges naissent en foule, beaucoup plus couchées sur les côtez que celles de nos œillets, longues d'un pied & demi ou deux, épaisses d'environ deux lignes, verd terne & sombre, cassantes, garnies à chaque nœud de feüilles opposées deux à deux, semblables par leur figure & par leur couleur à celles du Girofflier jaune, ou à celles de l'œillet des Poëtes. Celles de l'espece dont nous parlons embrassent la moitié de la tige par leur base, & sont longues d'environ deux pouces sur quatre ou cinq lignes de largeur, terminées en pointe, lisses, relevées sur le dos d'une côte assez sensible, accompagnées de veines fort legeres.

Ces tiges se divisent vers le haut en plusieurs branches qui naissent des aisselles des feüilles, & se partagent encore en plusieurs brins dont les feüilles ressemblent assez à celles de la Linaire ordinaire. Tous ces brins sont chargez de fleurs sur les extremitez.

La

La même graine a produit plusieurs varietez par rapport aux couleurs & au nombre de feüilles. La plûpart n'en ont que cinq. Il y a des pieds dont les fleurs sont à demi doubles, mais il y a beaucoup d'apparence qu'elles deviendront doubles dans la suite.

Les premieres fleurs que j'en ay observées sont à cinq feüilles blanc de lait, colorées de verdatre en dessous. Ces feüilles débordent d'environ 10 lignes hors de leur calice, & leur queuë qui est enfoncée dans le même calice est presque aussi longue. Elles s'arrondissent à leur extremité, où elles ont demi pouce de large, & où elles sont crenelées en pointe & comme dentées. Le calice est un tuyau long d'environ 10 lignes sur 2 lignes de diametre verd de mer, découpé en cinq pointes, accompagné à sa naissance, d'une autre espece de calice composé de cinq ou six feüilles comme posées par écailles, tres-pointuës, longues de trois ou quatre lignes. Le pistile est enfermé dans le fond de ce calice. Il est long d'environ 4 lignes, cylindrique, verd pâle, large d'une ligne, surmonté par deux filets blancs & crochus par le bout, accompagné de 10 étamines blanches, longues d'un pouce, déliées, chargées chacune d'un sommet cendré, posé en travers, long d'une ligne sur demi-ligne de large.

Lorsque la fleur est passée, le pistile fait crever le calice, & devient un fruit cylindrique, pointu, long d'un pouce, épais de trois lignes, qui s'ouvre en cinq pointes & laisse voir plusieurs graines, noires, plates, presque ovales, pointuës, minces & comme feüilletées sur les bords, longues d'une ligne, un peu plus étroites, attachées à un placenta blanc & cylindrique aussi relevé de petites éminences ausquelles les graines sont attachées. Quand on les dépoüille de leur peau noire, on découvre deux lobes blancs minces & charnus. Les feüilles machées sont douceatres, saveur d'herbe. La racine n'est pas tout à fait sans acreté. Les fleurs n'ont presque pas d'odeur. Elles varient étrangement.

Outre les fleurs blanches que l'on vient de décrire, il y

en a de blanches avec une couronne rouge brun vers le milieu, dont les traits ſur chaque feüille ſont ſurmontez de trois rayons purpurins & frangez.

Il y a des fleurs blanches, veinées de pourpre avec une couronne à trois points de même couleur ſur chaque feüille.

Quelques fleurs ont les feüilles blanches, mais purpurines dans le fond, avec une couronne noiratre au delà de laquelle la couleur de pourpre ſe répand ſur chaque feüille en trois grands rayons frangez.

On voit d'autres fleurs purpurin lavé, veinées de pourpre juſqu'aux extremitez, avec la couronne noiratre.

Il y en a de même couleur, mais ſans couronne.

Quelques-unes ſont purpurines ſur les bords, rouges dans le reſte des feüilles, avec la couronne noiratre.

Il y en a de ſemblables avec les couleurs plus foncées.

D'autres couleur de pourpre veinées de griſdelin avec la couronne noire.

De couleur de lie de vin avec la couronne noire.

Couleur de lie de vin à couronne noire avec les bords blanchatres.

Enfin on en voit qui ſont purpurines, pourpre clair à la baſe, piquées de même couleur à la place de la couronne.

Toutes ces fleurs ſont blanc ſale tirant ſur le verdatre luiſant par deſſous, excepté celles qui ſont pourpre vif. Cette couleur perce des deux côtez. Par rapport à la grandeur des fleurs elle varie ſur les differens pieds.

Celles qui ſont demi-doubles ſont à deux rangs de feüilles, ſçavoir cinq à chaque rang, & ſous les mêmes varietez des couleurs. Il y en a une ſorte dont les feüilles ſont blanches veinées de purpurin ſans couronne, dont le bas a une tache tout à fait purpurine à trois pointes.

Il y a une figure dans Lobel qui ne repreſente pas trop mal l'œillet que l'on vient de décrire ; mais le nom ne lui convient pas. Il l'appelle *Caryophyllus minimus humilis, alter, exoticus, flore candido, amœno Lob. Icon.* 445.

Mem. de l'acad. 1705. p. 266 Pl. V





Caryophyllus Sinensis, supinus,
Leucoii folio, flore vario

SUITE DES REMARQUES

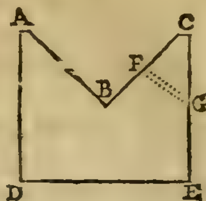
Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTONS.

EN suivant mes premieres vûës, je veux dire en supposant que les pores dans quelques tubes sont plus ouverts que dans d'autres, & que permettant le passage à plus de parties d'air, il n'y a que les plus grossiers à qui ce passage est refusé, qui soûtiennent par leur poids le mercure qui reste dans le tube; j'ay pris un moyen canon de fusil de 34 pouces $\frac{1}{3}$ de longueur; j'ay fait souder à la forge la culasse, ce qui est proprement la sceller hermetiquement. Aprés l'avoir laissé refroidir j'ay empli ce canon entierement de mercure, il y en est entré le poids de 53 onces $\frac{1}{2}$. J'ay remarqué qu'il le contenoit exactement, sans qu'il s'en échapât par aucun endroit; aprés quoy je me suis préparé à faire le renversement : mais ce tube n'étant pas transparent, la difficulté étoit de sçavoir à quelle hauteur s'arrêteroit le mercure. Il me tomba d'abord en l'esprit de peser celui qui resteroit dans le tube aprés le renversement fait, pour ensuite en le comparant au poids du mercure qui emplissoit entierement ce canon, juger de la hauteur que je cherchois. Mais outre que cela me parut assez embarrassant à executer, je ne crus pas pour plusieurs raisons ce moyen fort sûr. Car, 1°. Je n'étois pas assuré que ce canon fût exactement de même grosseur d'un bout à l'autre; au contraire il y avoit apparence que cela n'étoit pas: partant rien de précis par ce moyen. 2°. En bouchant avec le doigt le bout ouvert pour ôter la communication du mercure de la tasse d'avec celui du tube, il étoit comme impossible que le mercure ne fût alors dans des balancemens qui auroient pû me donner des hauteurs plus ou moins grandes que les veritables. Aprés avoir fait

1705. 2. Septembre.

quelque attention sur tout ceci, j'en suis venu à bout de la maniere suivante.



Je fis tourner le vase de bois *ABCDE*, dont le vuide avoit la figure d'un cone rectangle renversé, & l'exterieur celle d'un cylindre.

Ayant ensuite retiré le mercure du canon, j'en presentai le bout ouvert dans le fond du cone de bois; & le tenant incliné le plus qu'il me fut possible, je versai un peu de mercure tout à l'entour pour voir à quelle hauteur je ferois l'ouverture *FG*, qui pût servir de décharge au mercure du vase *ABC*, pour n'y en laisser toûjours précisément que la même quantité suffisante pour empêcher l'entrée de l'air exterieur par le bas du canon.

Aprés donc avoir percé le trou *F G* un peu en pente vers *E*, je le rebouchai avec un petit bouchon de bois que je pouvois ôter & remettre à ma volonté : ensuite je remplis entierement de mercure mon tube de fer, y fourrant un fil de même matiere, que je tournai assez long-tems en tout sens pour en faire sortir toutes les petites bulles d'air qui pouvoient être restées attachées aux parois interieurs de ce tube.

Alors ayant versé dans le vase *ABC* du mercure en quantité suffisante pour y plonger le bout ouvert du tube, je mis ce vase dans un autre plus grand pour recevoir le mercure qui regorgeroit par la décharge *F G* pendant l'experience.

Aprés donc avoir plongé le bout ouvert du tube plein de mercure dans celui du vase; au lieu d'élever ce tube à plomb comme on fait ordinairement, je le tins dans une situation fort inclinée, & dans laquelle, suivant toutes les apparences, le vuide ne se devoit pas faire dans la partie superieure.

Le tout étant en cet état, je débouchai l'ouverture *G* pour donner lieu à tout le mercure superflu de sortir; ce qu'il fit aussi-tôt: aprés quoi je redressai peu à peu le tube,

remarquant exactement le moment auquel je voïois le mercure couler de nouveau par l'ouverture *G* : car cela me devoit marquer le point où le vuide devoit commencer à se faire ; ce qu'ayant executé plusieurs fois avec beaucoup de soin, tenant une regle graduée par pouces à plomb à côté du tube, j'ay toûjours trouvé la hauteur à plomb du mercure au-dessus de *F* de 23 pouces 4 lignes, quoiqu'elle fût alors dans d'autres tubes de verre à 27 pouces 8 lignes.

J'ay laissé ensuite ce tube en experience : mais pendant les cinq premieres heures il est sorti environ le poids de 13 onces & $\frac{1}{2}$ de mercure.

Pendant les six heures ensuivant il en est sorti encore 6 onces $\frac{3}{4}$, puis 10 onces pendant 12 autres heures, & enfin huit onces pendant encore huit autres heures : aprés quoi ayant vuidé ce tube entierement, j'y en trouvai encore 4 onces $\frac{3}{4}$: si bien que le total du mercure qui étoit resté dans le tube aprés le renversement fait, étoit de 43 onces. Ces 43 onces sont aux 53 $\frac{1}{2}$ qui emplissent le tube, à peu prés dans la raison des 27 pouces 8 lignes que le tube de verre avoit donné, à 34 pouces $\frac{1}{2}$ longueur du tube de fer : ce qui auroit fait croire, si je n'avois eu égard qu'aux pesanteurs du mercure, que le vuide se seroit fait dans le tube de fer de même hauteur que dans celui de verre. Mais il est à remarquer que le tube de fer, pendant les écoulemens, étoit incliné de sorte que le mercure s'y devoit tenir environ six lignes plus haut que s'il eût été à plomb, & que d'ailleurs le tube de fer diminuoit selon toutes les apparences de grosseur vers le haut ; ce que j'avois remarqué seulement à la vûë, & par l'introduction de mon doigt avant qu'il fût soudé.

Or quoique ces écoulemens fassent voir que ce tube prend air ; il y a neanmoins plusieurs choses dignes de remarque dans cette experience. Car, premierement, on ne peut pas imputer à l'ouverture par où l'air s'est insinué avec le tems dans le tube, la difference des 4 pouces 4 lignes qui s'est trouvée d'abord entre les hauteurs du mer-

cure contenu en même tems dans le tube de fer & dans célui de verre ; puiſqu'il auroit fallu ſuivant l'obſervation de la durée de ces écoulemens, prés de deux heures pour laiſſer entrer tout l'air neceſſaire pour produire cette difference, au lieu qu'elle s'eſt trouvée dans l'inſtant.

Secondement, cette experience fait voir encore qu'il s'en faut beaucoup que les parties du mercure puiſſent paſſer par les ouvertures où paſſent les plus groſſieres parties de l'air, lorſque les unes & les autres ſont chargées également. L'on ſçait cependant que le mercure, lorſqu'il eſt chargé, paſſe par des ouvertures fort étroites, & la lenteur avec laquelle l'air a penetré dans le tube de fer, me fait conjecturer qu'il faut que l'ouverture par où il a paſſé ſoit des plus petites. Dans le tems des ces écoulemens mes Thermometres étoient à 55 pouces 9 lignes. Je garderai ce tube pour voir ſi dans le froid la durée de ces écoulemens ne ſera pas encore plus grande. Comme je m'attends bien d'y trouver de l'augmentation, je la remarquerai exactement : cela pourra ſervir à perfectionner d'autant la doctrine de la tranſpiration, & à porter quelque lumiere dans cette partie de la Phyſique, où il n'eſt que trop ordinaire de ſe méprendre en ſuppoſant preſque toûjours trop ou trop peu.

Enfin il ne paroît pas qu'on puiſſe facilement rendre raiſon de cette grande difference dans les hauteurs du mercure, autrement qu'en ſuppoſant avec moi de l'inégalité dans la groſſeur des parties de l'air qui compoſent l'atmoſphere, & des pores plus grands dans le fer que dans le verre. Cependant comme on ne ſçait pas encore ſi dans d'autres tubes de fer la même choſe arriveroit, je n'oſe non-plus rien conclure là-deſſus, & je ne regarde cette experience que comme une experience préliminaire, qui précede celles qui la doivent confirmer ou l'expliquer : car enfin peut-être que la roüille, qui eſt aſſez conſiderable dans l'interieur de ce tube, retient pluſieurs particules d'air qui empêchent que le vuide ne ſe faſſe auſſi parfaitement dans ce tube que dans ceux de verre : ce que

j'ay cependant de la peine à croire, vû le ſoin que j'ay pris de l'en faire ſortir, & je ne ſçaurois m'imaginer qu'il en puiſſe être reſté une quantité ſuffiſante pour produire une difference ſi conſiderable indépendemment des pores du métal.

Au reſte, j'ay dit dans mon dernier Memoire que l'eſprit de vin n'occaſionnoit peut-être une moindre hauteur dans les tubes qui en ont été lavez, que parcequ'il les rendoit plus nets, & qu'il empêchoit la craſſe du mercure de s'y attacher.

A cette occaſion il ne ſera pas hors de propos que je rapporte quelques experiences que j'ay là-deſſus, qui m'ont fait connoître que le mercure le plus pur, long-tems agité dans un verre tres-net, le ſallit & l'obſcurcit tres-conſiderablement. Car ayant ſouvent porté dans mes poches de petites bouteilles dans leſquelles il y avoit du mercure, & dans quelques-unes deſquelles il étoit même enfermé ſous le ſcel hermetique ; ayant, dis-je, porté ſur moi de ces bouteilles pendant un tems conſiderable, comme pendant un an & plus, je trouvois toûjours non-ſeulement la bouteille fort ſalle, mais une partie du mercure réduit en une pouſſiere noire & ſemblable à du charbon pillé, comme la Compagnie l'a pû remarquer dans celle dont je me ſuis ſervi long-tems, en forme de ces niveaux qu'on nomme à balle, dans leſquels il eſt aſſez rare que les côtez oppoſez ſoient paralleles ; ce qui eſt cependant neceſſaire pour que l'uſage en ſoit ſûr, & ce qui n'eſt point neceſſaire dans celui-ci.

Mais pour revenir à nôtre ſujet, il eſt donc tres-poſſible que la matiere qui paſſe à travers les pores du verre, que juſqu'àpreſent on a crû n'être autre que celle de la lumiere, trouve plus ou moins d'obſtacle à ſon paſſage, ſelon que l'entrée de ces pores eſt plus ou moins embarraſſée d'une matiere étrangere, telle que peut être la craſſe & la partie plombeuſe du mercure, ou de quelqu'autre matiere qui nage dans l'air, capable de produire un ſemblable effet ; de même qu'il arriveroit à un tamis fort fin qui au-

roit été quelque tems exposé à la fumée : car la suye qui s'y attacheroit, pourroit tellement boucher ses trous, que ce qui y passoit auparavant avec facilité, n'y pourroit plus passer du tout ou avec peine : & comme en lavant ce tamis on pourroit le remettre en son premier état ; de même aussi il se peut fort bien faire que l'esprit de vin ou d'autres liqueurs emportassent cette sorte de suye qui refuse aux petites parties de l'air le passage que la grandeur des pores du verre leur permettroit peut-être sans cela.

NOUVELLES REFLEXIONS
SUR LES REGLES
DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

PAR M. CASSINI le fils.

1705. 2. Septembre.

J'Ay déja lû à l'Academie quelques Reflexions sur les regles de la condensation de l'air, que M. Mariotte a établies dans un Traité de la nature de l'air. J'ay comparé ce qui résulte de ses regles aux experiences du Barometre que nous avions faites sur des montagnes élevées, & j'ay fait voir qu'elles ne s'accordent pas exactement à nos experiences, ni même à celles qu'il rapporte pour confirmer la bonté de ses regles. Voici quelques nouvelles reflexions à l'occasion des experiences que le Pere Sebastien a faites depuis peu à Clermont & sur le Mont-dor, qui est la plus élevée des montagnes de l'Auvergne. La hauteur perpendiculaire de cette montagne sur le niveau de la mer a été mesurée de 1040 toises par les observations que nous en avons faites pour déterminer les triangles de la Meridienne. La hauteur du mercure y fut observée par le P. Sebastien le 8 Juin 1705 de 22 pouces 2 lignes. Elle étoit alors à Paris dans la Tour de la Salle de l'Observatoire de 22 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$. Il y avoit donc une difference de 5 pouces

ces 7 lignes $\frac{1}{2}$, à laquelle ſi l'on ajoûte 4 lignes pour la difference qui convient à la hauteur de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on aura pour 1040 toiſes hauteur du Mont-dor ſur ce niveau 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ d'abaiſſement du vif-argent ; ce qui eſt en raiſon de 14 toiſes 3 pieds & quelques pouces de diminution pour chaque ligne l'une portant l'autre. Suivant la Table * que j'ay dreſſée ſur les regles de M. Mariotte, en donnant comme lui pour la premiere ligne de vif-argent qui répond au niveau de la mer 10 toiſes 3 pieds, l'on a pour la ligne qui répond à 6 pouces de diminution de vif-argent, qui eſt à peu prés celle que l'on a trouvée ſur le Mont-dor, 13 toiſes 2 pieds 2 pouces 2 lignes moindre que celle que l'on trouve pour chaque ligne de vif-argent, quand même l'on ne ſupposeroit aucune augmentation cauſée par la dilatation de l'air.

* *Voyez la page 72. cy-dessus.*

En continuant de comparer la Table dreſſée ſur ſes regles aux experiences, l'on voit qu'à 6 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer devroit être de 852 toiſes, au lieu de 1040 que l'on a trouvé par l'obſervation, & qu'à la hauteur de 1044 toiſes ſur le niveau de la mer, qui eſt à peu prés celle du Mont-dor, on devroit y avoir trouvé une diminution de vif-argent de 7 pouces 2 lignes, c'eſt à dire plus de 14 lignes davantage que l'on n'a trouvé par l'experience du P. Sebaſtien, comparée à celle que l'on a faite en même tems à l'Obſervatoire.

Cette difference eſt ſi conſiderable, qu'on ne peut pas l'attribuer à quelque erreur que l'on pourroit avoir fait en meſurant la hauteur des montagnes, ni à la differente temperature de l'air qui auroit pû faire varier diverſement la hauteur du Barometre à Paris & au Mont-dor. Car par la comparaiſon des experiences que l'on a faites en même tems en divers endroits beaucoup plus éloignez que Paris ne l'eſt du Mont-dor, l'on a trouvé que les variations dans la hauteur du mercure arrivoient ordinairement dans le même tems ; & quand il y a eu quelques dif-

ferences, elles n'ont jamais été à beaucoup prés si considerables.

L'observation que le P. Sebastien a faite à Clermont, nous donne lieu d'examiner avec plus d'exactitude l'experience que M. Perier a faite sur le Puy de Domme, & dont M. Mariotte se sert pour la confirmation de ses regles. Le 10 Juin 1705 le P. Sebastien y observa prés des Minimes, qui est le même lieu où M. Perier fit ses experiences, la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes. Par les observations faites à Paris avant & aprés, elle étoit de 27 pouces 10 lignes. La difference est de 1 pouce 4 lignes, qui convient à la hauteur de Clermont sur l'Observatoire, à laquelle si l'on ajoûte 4 lignes pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on a 1 pouce 8 lignes pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer. Si l'on ajoûte à cette difference 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, qui est celle que M. Perier trouva entre les Minimes de Clermont & le haut du Puy de Domme, l'on aura pour 812 toises, hauteur perpendiculaire du Puy de Domme sur le niveau de la mer, déterminée par nos observations, une diminution de vif-argent de 4 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$ Suivant les regles de M. Mariotte la hauteur de cette montagne ne devroit être que de *663* toises, & à la hauteur de 812 toises l'on auroit dû trouver 5 pouces 9 lignes de diminution de mercure, c'est à dire 11 lignes $\frac{1}{2}$ plus que l'on n'a trouvé par les experiences. L'on trouvera encore une plus grande difference, si à la place de nos observations l'on se sert de celles que M. de la Hire a faites à l'Observatoire, qui donnent la hauteur du mercure plus basse que celle que nous avons observée de plus d'une ligne. Voilà donc plusieurs observations faites par diverses personnes en differens tems, lesquelles s'écartent toutes des regles que M. Mariotte a établies pour la condensation de l'air; ainsi l'on voit que ses regles ne peuvent pas satisfaire exactement aux experiences, au lieu que suivant les remarques que M. Maraldi a lû dernierement à l'Academie, il n'y a qu'une seule observation qui s'éloigne d'environ 4 lignes de la regle qu'il a établie.

PROBLEME D'HYDROSTATIQUE.

Par M. Carré.

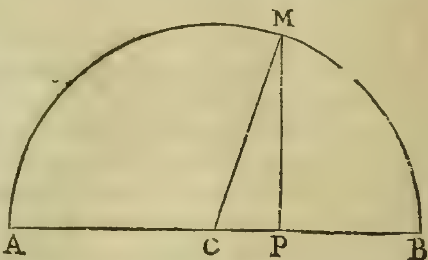
ETant il y a quelques jours dans une Maiſon de Campagne où il y a des Eaux, on vint à parler des tuyaux d'ajutage pour regler les differentes quantitez d'eau des jets, & quelqu'un qui paroiſſoit aſſez bien entendre la pratique des Hydrauliques, dit que pour faire ſortir par un tuyau une quantité d'eau quadruple de celle qui ſort par un autre, il falloit que ce tuyau fût égal en longueur, mais que ſon diametre fût double de celui du premier. L'on me demanda ſi cela étoit vrai ; je répondis que ſi l'on faiſoit abſtraction des frottemens, cela ne ſouffroit aucune difficulté, mais qu'abſolument parlant & en rigueur il en ſortoit davantage par le gros que par le petit, dont la raiſon eſt que l'eau qui paſſe par le petit, trouve par rapport à ſa quantité une plus grande réſiſtance cauſée par le frottement de la ſurface interieure du petit, que celle qui paſſe par le gros : car parcequ'on ſuppoſe ces tuyaux égaux en longueur, leurs ſurfaces interieures ſont en même raiſon que les circonferences ou que leurs diametres ; ainſi la ſurface du grand n'eſt que double de celle du petit, au lieu que ſon ouverture eſt quadruple ; d'où je conclus qu'il falloit pour conſerver l'égalité, que le gros tuyau fût double en longueur du petit. Comme M. Mariotte n'a point réſolu ce Probleme, quoiqu'il ait parlé de ces frottemens, & qu'il en ait fait des experiences, j'ay crû qu'il ne ſeroit peut-être pas hors de propos d'en donner une ſolution generale ; c'eſt à dire, que le diametre d'un petit tuyau étant donné, déterminer generalement le diametre du plus gros, afin qu'il ſorte par ce tuyau une quantité d'eau double, triple, quadruple, &c. en y faiſant entrer les frottemens.

1705. 2. Septembre.

SOLUTION.

Soit nommé a le diametre donné du petit tuyau, & x celui du gros que l'on cherche. Comme on ſuppoſe que ces deux tuyaux ſont égaux en longueur, les réſiſtances que trouve l'eau en paſſant dans ces tuyaux, & par conſequent les diminutions de cette eau ſont entr'elles comme les ſurfaces interieures de ces tuyaux qui cauſent les frottemens : mais ces ſurfaces ſont comme les circonferences ou comme leurs diametres ; ainſi la réſiſtance ou la diminution de l'eau qui paſſe par le petit, eſt à la diminution de l'eau qui paſſe par le gros, comme le diametre du petit eſt au diametre du gros : De ſorte que nommant $\frac{aa}{n}$ la diminution de l'eau du petit tuyau, on dira $a . x :: \frac{aa}{n} . \frac{ax}{n}$, qui ſera la diminution de l'eau du gros : Mais les quantitez d'eau qui paſſent par ces tuyaux ſont comme les quarrez des diametres moins leurs diminutions ; nommant donc m le rapport de la quantité d'eau que l'on veut qu'il ſorte de plus par le gros que par le petit, l'on aura cette égalité $xx - \frac{ax}{n} = maa - \frac{maa}{n}$, qui eſt du ſecond degré ; d'où l'on tire pour le diametre du gros tuyau $x = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.

Pour conſtruire cette équation, ſoit priſe $CP = \frac{a}{2n}$, & ſur le point P ſoit élevée la perpendiculaire $PM = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn}}{2n}$; ſi du point C au point M l'on mene CM, & que l'on décrive de ce point C le demi-cercle AMB, la partie AP du diametre AB ſera le diametre du tuyau que l'on demande. Car CM ou $CA = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.



Ce qu'il falloit trouver.

Que si l'on veut qu'il sorte quatre fois autant d'eau par le gros que par le petit, & qu'on suppose que $n = 4$, donc $m = 4$; alors l'égalité generale se changera en celle-ci, $xx - \frac{ax}{4} = 3aa$, donc $x = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$ que l'on construit de la même maniere. Car soit prise $CP = \frac{1}{8}a$, & la perpendiculaire $PM = a\sqrt{3}$, donc $CM = \sqrt{3aa + \frac{1}{64}aa} = \frac{a\sqrt{193}}{8}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$: De sorte que si l'on suppose que $a = 2$, alors $AP = \frac{1 + 1\sqrt{193}}{4}$; mais la racine de 193 est presque 14, donc $x = \frac{15}{4}$, qui est beaucoup moins que 4.

Il en est de même de tous les autres cas, puisque la construction generale renferme toutes les particulieres.

METHODES NOUVELLES

pour former & résoudre toutes les Equations.

PAR M. DE LAGNY.

DEFINITIONS.

1°. PRemiere difference ou difference du premier degré, est la difference de deux quantitez inégales & homogenes. 1705. 5. Septembre.

2°. Seconde difference ou difference du second degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences inégales de trois quantitez inégales & homogenes.

3°. Troisiéme difference ou difference du troisiéme degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences des differences inégales des differences inégales de quatre quantitez inégales & homogenes, & ainsi de suite pour les differences de tous les degrez à l'infini.

4°. Differences ſemblables, ſont les differences d'un même degré.

5°. Equations ſemblables arithmetiquement, ſont celles dont tous les ſignes & tous les coëfficiens ſont les mêmes, & qui ne different que dans le dernier terme ou l'homogene de comparaiſon. Ainſi ces trois équations,

$$xx - 2x = 3$$
$$xx - 2x = 8$$
$$xx - 2x = 15$$

ſont des équations ſemblables arithmetiquement, & dont les racines ſont 3, 4 & 5.

6°. Equations ſemblables geometriquement, ſont celles dont tous les ſignes ſont les mêmes, mais les coëfficiens & l'homogene de comparaiſon augmentent ou diminuent, dans le ſecond terme, en raiſon arithmetique ; dans le troiſiéme, en raiſon des quarrez ; dans le quatriéme, en raiſon des cubes, & ainſi de ſuite. Ainſi ces trois équations,

$$x^3 + 3xx + 5x = 9$$
$$x^3 + 6xx + 20x = 72$$
$$x^3 + 9xx + 45x = 243$$

ſont des équations ſemblables geometriquement, & dont les racines ſont 1, 2 & 3.

THEOREME I.

Si l'on quarre trois nombres en progreſſion arithmetique, la ſeconde difference de leurs quarrez ſera double du quarré de la difference de ces trois nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les trois nombres a. $a+b$. $a+2b$. dont la difference eſt b. Je dis que la ſeconde difference de leurs quarrez ſera $2bb$.

Racines.	*Quarrez.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*
$a+2b$	$aa+4ab+4bb$		
$a+b$	$aa+2ab+bb$	$2ab+3bb$	
a		$2ab+bb$	$2bb$. *Ce qu'il*

falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b = 1$, la ſeconde difference ſera $2 = 2bb$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c. les ſecondes differences ſont toûjours 2.

DEMONSTRATION.

Racines.		Quarrez.	Diff. I.	Diff. II.
a	1	1		
b	2	4	3	
c	3	9	5	2
d	4	16	7	2
e	5	25	9	2
&c.	&c.	&c.		

Par le Corollaire précédent la ſeconde difference des quarrez des trois racines *a*, *b*, *c* eſt 2 ; & par la même raiſon la ſeconde difference des quarrez des trois racines *b*, *c*, *d*, eſt auſſi 2 ; & celle des quarrez des trois racines, *c*, *d*, *e* : & ainſi de ſuite à l'infini. Donc dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c; les ſecondes differences ſont toûjours 2.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les quarrez naturels, & en general la ſuite de tous les quarrez dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les trois premiers quarrez étant donnez avec leurs differences.

THEOREME II.

Si l'on cube quatre nombres en progreſſion Arithmetique, la troiſiéme difference de ces cubes ſera égale au ſextuple du cube de la difference de ces quatre nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les quatre nombres, $a.a+b.a+2b.a+3b$. Je dis que la troisiéme difference de leurs cubes sera $6b^3$

Racines.	*Cubes.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*	*Diff. III.*
$a+3b$	$a^3+9aab+27abb+27b^3$			
$a+2b$	$a^3+6aab+12abb+8b^3$	$3aab+15abb+19b^3$		
$a+b$	$a^3+3aab+3abb+b^3$	$3aab+9abb+7b^3$	$6abb+12b$	
a	a^3	$3aab+3abb+1b^3$	$6abb+6b^3$	$6b^3$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la troisiéme difference sera $6=6b^3$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. les troisiémes differences sont 6.

DEMONSTRATION.

Racines.		*Cubes.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*	*Diff. III.*
a	1	1			
b	2	8	7		
c	3	27	19	12	
d	4	64	37	18	6
e	5	125	61	24	6
f	6	216	91	30	6
&c.	*&c.*	*&c.*			

Par le Corollaire précédent la troisiéme difference des cubes des quatre racines *a*, *b*, *c*, *d*, est 6; & par la même raison la troisiéme difference des cubes des quatre racines, *b*, *c*, *d*, *e*, est aussi 6; & celle des cubes des quatre racines *c*, *d*, *e*, *f*: & ainsi de suite à l'infini. Donc dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c; les troisiémes differences sont toûjours 6.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les cubes naturels, & en general la suite de tous les cubes dont les

les racines sont en progression Arithmetique, les quatre premiers cubes étant donnez avec leurs differences.

THEOREME III.

Si l'on éleve à la quatriéme puissance cinq nombres en progression Arithmetique, la quatriéme difference de ces cinq puissances sera égale à 24 fois la quatriéme puissance de la difference de ces cinq nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces cinq nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. Je dis que la quatriéme difference de leurs quatriémes puissances sera $24b^4$.

Racines.	*Quatriémes puissances.*
$a+4b$	$a^4+16a^3b+96aabb+256ab^3+256b^4$
$a+3b$	$a^4+12a^3b+54aabb+108ab^3+81b^4$
$a+2b$	$a^4+8a^3b+24aabb+32ab^3+16b^4$
$a+b$	$a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$
a	a^4

Les premieres differences sont,

$4a^3b+42aabb+148ab^3+175b^4$
$4a^3b+30aabb+76ab^3+65b^4$
$4a^3b+18aabb+28ab^3+15b^4$
$4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$

Les secondes sont,

$12aabb+72ab^3+110b^4$
$12aabb+48ab^3+50b^4$
$12aabb+24ab^3+14b^4$

Les troisiémes sont,

$24ab^3+60b^4$
$24ab^3+36b^4$

La quatriéme est,

$24b^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la quatriéme difference sera $24=24b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quatriémes puiſſances naturelles, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, &c. les quatriémes differences ſont 24. Ce qui ſe démontre comme cy-deſſus pour les quarrez & les cubes.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de toutes les quatriémes puiſſances naturelles, & en general la ſuite de toutes les quatriémes puiſſances dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les cinq premieres puiſſances étant données avec leurs differences.

THEOREME IV.

Si l'on éleve à la cinquiéme puiſſance ſix nombres en progreſſion Arithmetique, la cinquiéme difference de ces puiſſances ſera égale à 120 fois la cinquiéme puiſſance de la difference de ces ſix nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces ſix nombres, $a. a+b. a+2b. a+3b. a+4b. a+5b$. Je dis que la cinquiéme difference des ſix puiſſances cinquiémes de ces ſix nombres ſera $120b^5$.

Racines.	*Cinquiémes puiſſances.*				
$a+5b$	a^5+25a^4b	$+250a^3bb$	$+1250aab^3$	$+3125ab$	$+3125b$
$a+4b$	a^5+20	$+160$	$+640$	$+1280$	$+1024$
$a+3b$	a^5+15	$+90$	$+270$	$+405$	$+243$
$a+2b$	a^5+10	$+40$	$+80$	$+80$	$+32$
$a+b$	a^5+5	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$
a	a^5				

Les premieres differences ſont,

$5a^4b$	$+90a^3bb$	$+610aab^3$	$+1845ab^4$	$+2101b^5$
5	$+70$	$+370$	$+875$	$+781$
5	$+50$	$+190$	$+325$	$+211$
5	$+30$	$+70$	$+75$	$+31$
5	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$

Les secondes sont,

$20a^3bb$	$+240aab^3$	$+970ab^4$	$+1320b^5$
20	$+180$	$+550$	$+570$
20	$+120$	$+250$	$+180$
20	$+60$	$+70$	$+30$

Les troisiémes sont,

$60aab^3$	$+420ab^4$	$+750b^5$
60	$+300$	$+390$
60	$+180$	$+150$

Les quatriémes sont,

$120ab^4 + 360b^5$

$120ab^4 + 240b^5$

Enfin la cinquiéme difference est,

$120b^5$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b = 1$, la cinquiéme difference sera $120 = 120b^5$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cinquiémes puissances naturelles, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, &c. les cinquiémes differences sont toûjours 120.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les cinquiémes puissances naturelles, & en general la suite de toutes les cinquiémes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les six premieres puissances étant données avec leurs differences.

COROLBAIRE GENERAL.

On démontrera de même que la sixiéme difference des sixiémes puissances de sept nombres en progression Arithmetique, comme $a. a+b. a+2b. a+3b. a+4b. a+5b. a+6b.$ est $720b^6$, & ainsi de suite : Et comparant ensemble ces dernieres differences de chaque puissance, on trouve,

Pour les quarrez . . . . . $2bb$ ou 2, suppofant $b=1$
Pour les cubes . . . . . $6b^3$ ou 6
Pour les quatriémes puissances $24b^4$ ou 24
Pour les cinquiémes . . . . $120b^5$ ou 120
Pour les sixiémes . . . . . $720b^6$ ou 720
&c. &c. &c.

Or $2=1\times2$
$6=1\times1\times3$
$24=1\times2\times3\times4$
$120=1\times2\times3\times4\times5$
$720=1\times2\times3\times4\times5\times6$
&c. &c.

d'où je tire ce Theoreme general.

THEOREME V.

Si l'on prend autant de nombres ou termes qu'on voudra en progression Arithmetique, & qu'on éleve chacun de ces termes à une puissance dont l'exposant soit égal au nombre des termes moins un; Je dis que la difference de ces puissances d'un degré égal à l'exposant, sera égal au produit continuel des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c, continuez jusqu'à l'exposant de la puissance inclusivement, & multiplié par une puissance semblable de la difference des termes.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend trois termes $a.\ a+b.\ a+2b$; la seconde difference des quarrez sera par le Theoreme I. $=2bb$. Or $2bb=1\times2\times b^2$. Si l'on prend quatre termes $a.\ a+b.\ a+2b.\ a+3b$; la troisiéme difference des cubes sera par le Theoreme II. $=6b^3$. Or $6b^3=1\times2\times3\times b^3$. Si l'on prend cinq termes $a.\ a+b.\ a+2b.\ a+3b.\ a+4b$; la quatriéme difference des quatriémes puissances sera par le Theoreme III. $=24b^4$. Or $24b^4=1\times2\times3\times4\times b^4$, & ainsi de suite. Donc si l'on prend autant de termes qu'on voudra en progression Arithmetique, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE I.

Rien n'eſt d'un ſi grand uſage dans le calcul, que des Tables amples & exactes des quarrez & des cubes dans leur ſuite naturelle depuis l'unité.

In tenui labor, at tenuis non gloria.

Pluſieurs Auteurs en ont donné. Les plus amples que je connoiſſe ſont celles de Job Ludolff pour les quarrez juſqu'à 100000, & celles de . . . . pour les cubes juſqu'à 12000. Mais ces Tables, & ſur tout celles des cubes, ont un très-grand défaut : c'eſt qu'il faut s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur & à l'exactitude de l'Imprimeur : au lieu que par le moyen des differences pour les quarrez, & des differences de differences pour les cubes, on pourroit former des Tables qui porteroient avec elles leur preuve démonſtrative. C'eſt ainſi que ſont conſtruites les grandes Tables Trigonometriques de Pitiſcus ſur un rayon de 100000. 00000. 00000, & les logarithmiques de Briggius. Voici un modelle de conſtruction pour les Tables des quarrez & des cubes par la ſeule addition. On pourroit en conſtuire de même pour les autres puiſſances plus élevées, mais cela ne feroit preſque d'aucun uſage, & coûteroit trop de travail & de dépenſe.

TABLE DES QUARREZ & des Cubes.

Racines.	Quarrez & diff. I.	Cubes & diff. I.	Diff. II. & III.
1	1	1	
	3	7	7=1+6
2	4	8	12=6+6
	5	19	19
3	9	27	18=7+6
	7	37	37
4	16	64	24=12+6
	9	61	61
5	25	125	30
	11	91	91
6	36	216	36
	13	127	127
7	49	343	42
	15	169	169
8	64	512	48
	17	217	217
9	81	729	54
	19	271	271
10	100	1000	60
	21	331	331
11	121	1331	66
	23	397	397
12	144	1728	72
	25	469	469
13 &c.	169 &c.	2197 &c.	78 &c.

Il eſt auſſi difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe tromper en compoſant ces Tables par une ſimple addition ſuivant cette methode, & il eſt encore auſſi difficile qu'il ſe gliſſe dans l'impreſſion quelque erreur dont on ne s'apperçoive pas ſur le champ; qu'il eſt difficile au contraire d'éviter les erreurs de calcul & d'impreſſion dans les Tables ſupputées à l'ordinaire; ce qui fait qu'on eſt

toûjours dans l'incertitude quand on s'en sert. C'est un ouvrage à entreprendre sous les auspices & par ordre de l'Auguste Protecteur des Arts & des Sciences.

On sentira mieux l'esprit de la methode dans les exemples suivans.

Exemples de la formation des Quarrez & des Cubes d'une progression Arithmetique donnée, comme 3, 10, 17, 24, 31, &c.

Racines.	*Quarrez & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Racines.*	*Cubes & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Diff. II. & III.*
3	9		3	27		
	91	91		973	973	
10	100	98	10	1000	2940	2940
	189	189		3913	3913	2058
17	289	98	17	4913	4998	4998
	287	287		8911	8911	2058
24	576	98	24	13824	7056	7056
	385	385		15967	15967	2058
31	961	98	31	29791	9114	9114
	483	483		25081	25081	2058
38	1444	98	38	54872	11172	11172
	581	581		36253	36253	&c.
45 &c.	2025 &c.	&c.	45 &c.	91125 &c.	&c.	

Dans les quarrez naturels les premieres differences, 3, 5, 7, 9, &c. sont si simples, qu'on n'a pas besoin de les trouver par l'addition continuelle de la seconde difference toûjours égale 2 ; & de même dans les cubes naturels les secondes differences 12, 18, 24, 30, 36, &c. n'ont pas besoin d'être trouvées par l'addition continuelle de la troisiéme difference toûjours égale 6. Mais dans ces deux exemples on ne néglige rien, & tout est formé regulierement par addition, excepté la suite des racines, 3, 10, 17, 24, &c : & on devroit aussi la former par addition conti-

nuelle, ſi la difference étoit beaucoup plus grande, comme 27, *66*, 105, 144, &c.

REMARQUE II.

Il y a long-tems qu'on ſçait que la ſeconde difference des quarrez naturels eſt 2, & la troiſiéme difference des cubes eſt *6* : Mais perſonne, que je ſçache, n'a trouvé ni démontré tout le reſte depuis le Theoreme II.

Ce qui ſuit eſt entierement neuf.

THEOREME VI.

Soit l'équation quelconque du ſecond degré,

$\pm axx \pm bx = c$.

Je dis que ſi l'on donne à x la ſuite des valeurs d'une progreſſion Arithmetique quelconque, comme d. $d + e$. $d + 2e$. $d + 3e$. &c. les ſecondes differences des derniers termes ou homogenes de comparaiſon repreſentez par c, ſeront toutes égales à $2aee$, c'eſt-à-dire au double du quarré de la difference des termes e multiplié par le coëfficient de la haute puiſſance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = d$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm bd = c$.

Soit 2°. $x = d + e$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm 2ade \pm aee \pm bd \pm be = c$.

Soit 3°. $x = d + 2e$.

Donc $\pm ax \pm bx = \pm add \pm 4ade \pm 4aee \pm 2bd \pm 2be = c$.

Les premieres differences ſont $\pm 2ade \pm aee \pm be$

$\pm 2ade \pm 3aee \pm be$.

Donc la ſeconde difference eſt $2aee$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et ſuppoſant $d + e = f$, on aura $d + 2e = f + e$. $d + 3e = f + 2e$. Et la démonſtration ſera la même pour les trois valeurs f. $f + e$. $f + 2e$. que pour d. $d + e$. $d + 2e$. & ainſi de ſuite à l'infini. Donc, &c.

COROLLAIRE I.

Si $a = 1$, c'eſt-à-dire ſi l'équation eſt préparée en faiſant

ſant évanoüir le coëfficient de la haute puiſſance pour avoir ſeulement $\pm xx \pm bx = c$, la ſeconde difference continuelle & toûjours égale ſera $2ee = 2aee$.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe encore $e = 1$, c'eſt-à-dire ſi l'on prend pour les valeurs d'x ces nombres $d. d+1. d+2.$ &c. cette ſeconde difference ſera $2 = 2ee$.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon, & par conſequent la ſuite de toutes les équations du ſecond degré arithmetiquement ſemblables. Par exemple.

Soit l'équation propoſée $7xx + 5x = c$. Si je prends pour x les termes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 11, 19, 27, 35, &c. dont la difference continuelle eſt 8, j'auray ſuivant la formule du Theoreme $a = 7$ & $8 = e$, & la ſeconde difference continuelle toûjours égale des derniers termes c, ou des homogenes de comparaiſon ſera $2aee$, c'eſt-à-dire $2 \times 7 \times 64 = 896$.

	Diff. I.	*Diff. II.*
Si $x = 3$, donc $7xx + 5x = 78$		
Si $x = 11$, donc $7xx + 5x = 902$	824	
Si $x = 19$, donc $7xx + 5x = 2622$	1720	896
Si $x = 27$, donc $7xx + 5x = 5238$	2616	896
Si $x = 35$, donc $7xx + 5x = 8750$	3512	896
&c. &c.	&c.	&c.

Soit 2°. l'équation propoſée $xx + 5x = c$, & ſoient encore les valeurs d'x, 3, 11, 19, 27, 35, &c.

on aura par la ſubſtitution	*Diff. I.*	*Diff. II.*
$xx + 5x = 24$		
$= 176$	152	
$= 456$	280	128
$= 864$	408	128
$= 1400$	536	128
&c.	&c.	&c.

La ſeconde difference continuelle, & toûjours égale des homogenes de comparaiſon, eſt $128 = 2 \times 64 = 2ee$.

Soit 3°. la même équation $xx + 5x = c$, & ſoient les valeurs d'x, 1, 2, 3, 4, 5, &c.

on aura par la ſubſtitution

	Diff. I.	*Diff. II.*
$xx + 5x = 6$		
$= 14$	8	
$= 24$	10	2
$= 36$	12	2
$= 50$	14	2
&c.	&c.	&c.

La ſeconde difference continuelle & toûjours égale eſt $2 = 2ee$.

Il eſt donc évident que dans toute équation du ſecond degré où il n'y a qu'une inconnuë, ſans fractions & ſans incommenſurables, on pourra former la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon par une ſimple addition.

Si l'équation eſt ſous cette forme $xx + ax = b$, ſuppoſez $x = 1$ & $x = 2$, & vous aurez pour homogenes de comparaiſon $a + 1$ & $2a + 4$, dont la difference eſt $a + 3$, & comme la ſeconde difference eſt toûjours 2, il n'eſt pas neceſſaire de faire une troiſiéme ſuppoſition $x = 3$, & la ſuite des homogenes de comparaiſon ſe trouvera par addition, de même que la ſuite des quarrez naturels.

	Diff. I.	*Diff. II.*
$b = a + 1$		
$= 2a + 4$	$a + 3$	
$= 3a + 9$	$a + 5$	2
$= 4a + 16$	$a + 7$	2
$= 5a + 25$	$a + 9$	2
&c.	&c.	&c.

Si l'équation eſt ſous cette forme $ax - xx = b$, c'eſt la même methode, & on trouvera

	Diff. I.	*Diff. II.*
$b = a - 1$		
$= 2a - 4$	$a - 3$	
$= 3a - 9$	$a - 5$	2
$= 4a - 16$	$a - 7$	2
$= 5a - 25$	$a - 9$	2
&c.	&c.	&c.

Enfin si elle est sous cette forme $xx-ax=b$, il est évident que x est toûjours plus grand que a. Ainsi supposant $x=a+1=a+2$, on aura pour homogene de comparaison $b=a+1$, comme dans le premier cas.

$=2a+4$
$=3a+2$
$=4a+16$
$=5a+25$

Exemples en nombres.

Soit l'équation proposée $7xx+307x=10764$.

	Diff. I.	Diff. II.
Je suppose $x=1=2=3$.		
J'ay $7xx+307x=314$		
$7xx+307x=642$	328	
$7xx+307x=984$	342	14
&c. &c. &c.	&c.	&c.
$7xx+307x=17064$		

Les secondes differences toûjours égales des homogenes de comparaison sont 14, dont l'addition continuelle forme la suite des differences premieres 328, 342, 356, 370, &c. & l'addition des differences premieres aux homogenes précédens forment la suite de tous les homogenes $314+328=642$, & $642+342=984$ &c. & l'homogene donné se trouvera le 23me, & par consequent $x=23$.

Mais si l'homogene donné ne se fût pas trouvé dans cette suite, la valeur d'x auroit été irrationelle; & sa valeur auroit été entre les deux racines qui auroient formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit que l'homogene donné.

Soit encore l'équation proposée $xx+307x=7590$.

	Diff. I.
Supposant $x=1=2=3$, &c.	
on aura $xx+307x=308$	
$=618$	310
$=930$	312
$=1244$	314
&c.	&c.
$x=23$. $=7590$	

THEOREME VII.

Soit l'équation quelconque du troisiéme degré,

$$\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = d.$$

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque $e.\ e+f.\ e+2f.\ e+3f.\ e+4f$ &c. les troisiémes differences des homogenes de comparaison representez par d, seront toutes égales à $6af^3$, c'est-à-dire à six fois le cube de la difference des termes f multiplié par le coëfficient de la haute puissance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = e$.

Donc $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm bee \pm ce = d.$

Soit 2°. $x = e + f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{array}{l} \pm ae^3 \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad\ \pm bee \pm 2bef \pm bff \\ \qquad\qquad\ \pm ce \pm cf \end{array}\right\} d$$

Soit 3°. $x = e + 2f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{array}{l} \pm ae^3 \pm 6aeef \pm 12aeff \pm 8af^3 \\ \qquad\ \pm bee \pm 4bef \pm 4bff \\ \qquad\qquad\ \pm ce \pm 2cf \end{array}\right\} d$$

Soit 4°. $x = e + 3f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \left.\begin{array}{l} \pm ae^3 \pm 9aeef \pm 27aeff \pm 27af^3 \\ \qquad\ \pm bee \pm 6bef \pm 9bff \\ \qquad\qquad\ \pm ce \pm 3cf \end{array}\right\} d$$

Les premieres differences sont,

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm bff \\ \qquad\qquad\quad\ \pm cf \\ \hline \pm 3aeef \pm 9aeff \pm 7af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm 3bff \\ \qquad\qquad\quad\ \pm cf \\ \hline \pm 3aeef \pm 15aeff \pm 19af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm 5bff \\ \qquad\qquad\quad\ \pm cf \end{array}$$

Les secondes differences sont,

$\pm 6aeff \pm 6af^3$
$\pm 2bff$
$\pm 6aeff \pm 12af^3$
$\pm 2bff$

Enfin la troisiéme difference est $6af^3$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et supposant $e+f=g$, on aura $e+2f=g+f$. $e+3f=g+2f$. $e+4f=g+3f$; & il est évident que la démonstration sera la même pour les quatre valeurs g. $g+f$. $g+2f$. $g+3f$, que pour les quatre e. $e+f$. $e+2f$. $e+3f$, & ainsi de suite à l'infini. Donc les troisiémes differences seront toutes $6af^3$.

COROLLAIRE GENERAL.

Dans quelque équation que ce soit, les differences de l'homogene d'un degré égal à celui de l'exposant de la haute puissance, sont toutes égales entr'elles & au produit continuel du coëfficient de la haute puissance multiplié continuellement par la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. jusques & compris l'exposant, & par la puissance homogene de la difference des termes de la progression Arithmetique, qui ont servi de racines à former les homogenes.

On peut supposer tel ou tels termes qu'on voudra évanoüis, les signes + & — combinez à discretion, & les coëfficiens en entiers ou en fraction, rationaux ou irrationaux.

II. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra former par addition simple la suite de tous les homogenes des équations semblables. Il suffit pour cela de supposer dans les équations du second degré l'inconnuë $= 1 = 2 = 3$. Dans les équations du troisiéme degré, il suffit de supposer cette inconnuë $= 1 = 2 = 3 = 4$. Dans celles du quatriéme $= 1 = 2 = 3 = 4 = 5$, & ainsi de suite. Car par l'addition continuelle des dernieres differences toûjours égales, on formera la suite des differen-

ces précédentes; & par l'addition de celles-cy on formera les ante-penultiémes, & ainsi de suite en retrogradant jusqu'aux homogenes de comparaison.

III. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra donc résoudre par la seule addition toute équation proposée; ce qui est un veritable paradoxe.

REMARQUE I.

Il est évident que trouvant par addition simple la suite de tous les homogenes de comparaison, si l'homogene donné se trouve dans cette suite, la question est resoluë; puisque la valeur supposée ou correspondante qui a formé cet homogene est évidemment une des racines cherchées: après quoy l'on peut continuer d'operer de même sur l'équation abbaissée d'un ou de plusieurs degrez pour avoir les autres racines. Mais si l'homogene donné se trouve entre deux homogenes prochains, la racine cherchée est irrationelle, & sa valeur est connuë à moins d'une unité près, puisqu'elle est entre deux valeurs qui ne different que d'une unité, & qui ont formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit, & c'est tout ce qu'on peut souhaiter. Je suppose toûjours l'équation préparée de maniere, qu'il n'y ait qu'une inconnuë, sans fractions & sans incommensurables, qui sont les préparations ordinaires, & il n'est pas necessaire de faire évanoüir aucun terme moyen, ni le coëfficient de la haute puissance.

REMARQUE II.

En supposant $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. l'homogene peut venir negatif; ce qui marque seulement que x est plus grand que les nombres supposez. Mais si supposant $x = 1$ on trouve un homogene plus grand que le donné, x est une fraction irrationelle moindre que l'unité; & si l'on veut en approcher à l'infini, il n'y a qu'à supposer une autre équation multiple & geometriquement semblable.

EXEMPLES.

Soit l'équation proposée $xx - 20x = 300$.

Si je suppose $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.	*Diff. I.*	*Diff. II.*
J'auray $xx - 20x = -19$		
$= -36$	17	
$= -51$	15	2
$= -64$	13	2
&c.	&c.	&c.

On voit aisément par-là que la plus petite valeur qu'on puisse supposer pour avoir un homogene $= 0$, c'est $x = 20$, & par consequent $x = 21$ donnera le premier homogene positif tel que je le suppose toûjours, & il peut & doit toûjours l'être; & s'il ne l'étoit pas dans une équation proposée, il seroit aisé de le rendre positif en changeant tous les signes des termes affectez de l'inconnuë. Enfin si par la nature de l'équation les racines sont toutes negatives, on les rendra positives par le changement des signes suivant les regles ordinaires.

Je reviens à l'exemple ci-dessus $xx - 20x = 300$, où j'ay supposé $x = 1 = 2 = 3$, &c.

Je vois par les differences premieres 17, 15, 13, &c. qui vont toûjours en diminuant de 2, qu'au neuf & dixiéme termes cette difference sera 1, après quoy les homogenes negatifs vont en diminuant dans un sens contraire jusqu'à zero, comme on voit cy-dessous, & ensuite ils sont tous positifs.

$x = 0$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 1$, donc $xx - 20x = -19$
$x = 2$, donc $xx - 20x = -36$
&c. $= -51$
$= -64$
$= -75$
$= -84$
$= -91$
$= -96$
$= -99$

$x = 10$, donc $xx - 20x = -100$
$x = 11$, donc $xx - 20x = -99$
&c. $= -96$
$= -91$
&c.

$x = 20$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 21$, donc $xx - 20x = 21$
$x = 22$, donc $xx - 20x = 44$
$x = 23$, donc $xx - 20x = 69$
&c. $=$ &c.

Cette obſervation, qui n'eſt que curieuſe dans cet exemple, eſt abſolument neceſſaire dans d'autres, où la haute puiſſance eſt fort élevée, où il y a pluſieurs termes moyens affectez des ſignes + & — avec de grands nombres pour coëfficiens ; & ſi le premier homogene poſitif trouvé eſt plus grand que l'homogene donné, la racine eſt irrationelle, & on pourra en approcher à l'infini par les équations geometriquement ſemblables. Ainſi ſi l'équation donnée eut été $xx - 20 = 18$, on ſeroit aſſuré que la racine eſt irrationelle entre 20 & 21, & il n'y auroit qu'à ſuppoſer,

$$xx - 200x = 1800$$
$$\text{ou } xx - 2000x = 180000$$
&c.

ou telle autre équation qu'on voudroit geometriquement ſemblable. Il y a pourtant un choix à faire indépendamment de la progreſſion décuple des nombres qui paroît la plus commode, mais qui n'approche pas le plus promptement qu'il ſoit poſſible. C'eſt ce que j'ay fait voir dans mon Traité de l'Extraction & de l'Approximation des racines. On trouvera donc toûjours aiſément la plus petite valeur d'x, qui donnera un homogene poſitif. Car ſi l'homogene negatif va en diminuant, on verra par les differences à quel terme il ſera poſitif ; & s'il va en augmentant, il faut neceſſairement qu'il diminuë en ſens contraire avant que de devenir poſitif. Ainſi après deux ou trois ſubſtitutions dans les équations du ſecond degré, après

trois

trois ou quatre ſubſtitutions dans les équations du troiſiéme, & ainſi de ſuite en diviſant par les dernieres differences égales les differences précédentes, le quotient dans le ſecond degré, ajoûté à l'unité, donnera la valeur approché en entiers, qui formera le plus grand homogene negatif, & par conſequent le double donnera la valeur approchée pour former l'homogene poſitif, du moins à une unité prés. Dans les degrez plus élevez, on trouvera de même par la difference toûjours égale le terme où la difference précédente doit finir, & par celle-ci le terme de la précédente, en retrogradant de même juſqu'à l'homogene.

Je ſçai que dans chaque cas particulier on peut donner des regles abregées pour trouver cette premiere & plus petite valeur d'x qui donne un homogene poſitif; ainſi dans l'équation $xx - ax = b$ il n'y a qu'à prendre d'abord $x = a + 1$. Mais il s'agit ici de trouver une methode qui ſoit en même tems tres-ſimple & tres-generale, & ſi l'on avoit par exemple cette équation,

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cxx - dx = e.$$

il ne feroit pas aiſé de trouver d'une maniere generale la plus petite valeur d'x qui donnât e poſitif, même en y appliquant la methode *de maximis & minimis*; au lieu qu'en ſuppoſant $x = 1 = 2 = 3$, &c. les dernieres differences ſeront toûjours 2 dans le ſecond degré, 6 dans le troiſiéme, 24 dans le quatriéme, 120 dans le cinquiéme, &c. & par-là on trouvera aiſément ce qu'on cherche.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 1$, la ſomme des coëfficiens poſitifs moins la ſomme des coëfficiens negatifs donnera l'homogene de comparaiſon correſpondant.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 2$, il faut écrire 2 multiplicateur ſous le coëfficient des x, 4 ſous le coëfficient des xx, 8 ſous le coëfficient des x^3, 16 ſous le coëfficient des x^4, & ainſi de ſuite, la ſomme des produits poſitifs diminuée de la ſomme des produits negatifs donnera l'homogene correſpondant.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 3$, il faut écrire 3 ſous le coëffi-

cient des x, 9 sous le coëfficient des xx, 27 sous le coëfficient des x^3, & ainsi de suite.

Rien n'empêche qu'on ne prenne au lieu des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les nombres 10. 20.30. 40, &c. ou 100, 200, 300, &c. ou 1000, 2000, 3000, &c. si l'on juge que ceux-ci donneront plûtôt des homogenes positifs & approchants par excés ou par défauts de l'homogene donné; la substitutîon en sera aussi aisée que celles des nombres simples 1, 2, 3, &c. En mot, il n'importe quels nombres on prenne en progression Arithmetique, la methode peut toûjours s'y appliquer. Mais dès quon a trouvé des homogenes positifs, il faut revenir à la progression Arithmetique, en augmentant ou en diminuant les valeurs d'x, selon que l'homogene trouvé est plus petit ou plus grand que l'homogene donné.

Enfin, si augmentant continuellement les valeurs d'x, l'homogene aprés avoir augmenté diminuë, & que dans sa plus grande augmentation il soit encore plus petit que l'homogene donné, c'est une preuve que l'équation est impossible, & que toutes ces racines sont imaginaires Par exemple, soit l'équation proposée $-xx+20x=120$, supposant $x=1=2=3$, &c. on trouve la suite des homogenes 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100, 99, 96, 91, &c. 19, 0, & ensuite les homogenes sont negatifs à l'infini; de sorte que le plus grand de tous est 100. Or le donné est 120, l'équation est donc impossible, & toutes les racines sont imaginaires. Quoique cette regle soit trés-simple & trés-generale, elle a besoin dans la pratique d'être abbregée par la Regle suivante.

REGLE GENERALE

Pour la résolution des équations.

Je suppose l'équation préparée à l'ordinaire, en sorte qu'elle n'ait qu'une inconnuë délivrée des fractions & des incommensurables, & pour plus grande facilité le coëfficient de la haute puissance réduit à l'unité, sans qu'il soit

necessaire de faire évanoüir aucun terme moyen. Prenez pour valeurs de l'inconnuë les deux nombres entiers *a* & $a \pm 1$. (Je donneray dans la suite les regles nécessaires pour faire cette supposition la plus juste qu'il soit possible par rapport à chaque espece d'équation) ensorte que les homogenes de comparaison soit positifs ; & substituant ces deux valeurs dans l'équation, vous aurez deux homogenes. Si l'un des deux se trouve égal à l'homogene donné, ou que l'un se trouve plus grand & l'autre plus petit, l'équation est résoluë ; car dans le premier cas $x = a$ ou $a \pm 1$, & dans le second une des valeurs est irrationnelle entre *a* & $a \pm 1$, & on peut en approcher à l'infini par le moyen des équations geometriquement semblables. On peut aussi dans toute équation où il y a quelque racine réelle negative, la rendre positive en augmentant sa valeur, ensorte que l'homogene de comparaison soit aussi positif, & qu'il n'y ait qu'une racine á chercher. C'est la forme la plus commode pour le calcul Les équations dont les racines sont toutes imaginaires ne sont d'aucun usage.

Si l'homogene donné se trouve plus grand ou plus petit que chacun des deux homogennes trouvez, ce qui est le cas le plus ordinaire : Prenez 1°. La difference des deux homogenes trouvez. 2°. La difference de l'homogene donné à l'homogene trouvé prochainement plus grand ou plus petit. 3°. Divisez cette derniere difference par la premiere, & ajoûtez le quotient au nombre *a* s'il est plus petit, ou bien ôtez ce quotient d'*a* s'il est plus grand que la racine cherchée, & la somme dans le premier cas, & la difference dans le second donneront une seconde valeur approchée, laquelle étant substituée donnera un nouvel homogene, sur lequel & sur le donné & le prochainement plus grand ou plus petit, on continuëra d'operer de même en faisant cette Analogie, qui est sous-entenduë dans la premiere operation, *Si tant de difference entre deux homogenes vient de tant de difference entre les racines qui les ont formez, de combien viendra la difference entre l'homogene donné & le trouvé prochainement plus grand ou plus petit ?* Le

quotient étant ajoûté ou soustrait selon que la racine supposée a produit un homogene plus petit ou plus grand que l'homogene donné, donnera une nouvelle valeur sur laquelle on continuëra d'operer de même & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve une racine exacte, ou deux racines qui ne different que d'une unité, & alors l'équation sera résoluë.

Au lieu d'a & d'$a \pm 1$, on peut supposer a & $a \pm b$, & chaque resolution particuliere d'une équation litterale servira de formule, & de regle generale pour la résolution de toute équation semblable. J'en feray l'application au fameux cas irreductible du troisiéme degré.

Cette methode comprend directement la resolution de toutes les Equations déterminées, qui ont pour racines des Nombres entiers, & indirectement toutes celles qui n'ont pour racines que des fractions, ou des Nombres irrationaux; car il n'y a qu'à faire évanoüir suivant les Regles connuës & ordinaires le Coëfficient du premier Terme, & les Coëfficiens irrationaux ou en fraction.

MANOMETRE

OU

Machine pour trouver le raport des raretés ou rarefactions de l'Air naturel d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en un même ou en différens tems, &c.

PAR M. VARIGNON.

1705. 14 Novembre. DAns les Mémoires du 15. Decembre 1693, j'ay démontré une Méthode générale pour connoître le raport de l'air rarefié dans la macine du vuide à l'air naturel, c'est-à-dire, le rapport de la masse de cette air rarefié à celle d'un pareil volume de l'air extérieur du lieu où se

fait l'expérience ; & par conséquent aussi le raport des densités ou raréfactions de ces deux airs. Voici ce qui m'est venu depuis en pensée pour comparer les densités ou raréfactions des airs naturels d'un même lieu en differens tems, ou de différens lieux en un même ou en différens tems ; & même des airs restés dans la même ou dans differentes Machines pneumatiques aprés quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune. Mais comme cette derniere comparaison dépend de les Memoires de 1693. le voici donc tel qu'il se trouve dans la premiére, j'ay crû que pour mettre le Lecteur au fait, il falloit rapporter ici ce que j'ay démontré de celle-là dans ces Mémiores, à quelques abréviations & quelques éxemples prés. Nous passerons ensuite à la description & aux usages de nôtre Machine, à qui nous donnons le nom de *Manometre*, pour les raisons qu'on dira cy-aprés.

§. I.

Methode pour trouver le raport de l'air naturel à l'air rarefié dans la Machine du vuide, le raport du Recipient ou Balon de cette Machine à sa pompe, & le nombre des coups de piston necessaires dans toutes les suppositions possibles de ces raports.

En 1693. ayant eu occasion d'examiner combien il reste d'air dans la Machine du vuide aprés telle nombre de coups de piston qu'on aura voulu ; je trouvay d'abord en général que *la quantité ou masse d'air naturel qui se trouve dans le Balon avant que de pomper, est toûjours à ce qu'il y en reste aprés tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu* ; *comme la capacité de la pompe & du balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du balon.* Ce que je trouvai ensuite revenir à une Regle que M. (Jaq.) Bernoulli venoit de donner sans analyse ni démonstration dans la seconde These *De seriebus infinitis* de 1692. pour sçavoir combien il faut de coups de piston de la Machine pneumatique pour

y rarefier l'air en raiſon donnée: *Logarythmum rationis*, diſoit-il, *quam habet raritas aëris deſiderati ad raritatem aëris naturalis, divide per logarithmum rationis quam habet cavitas Recipientis & Antliæ ſimul ad cavitatem ſolius Recipientis: indicabit quotiens quæſitum agitationum numerum.*

M. Bernoulli n'en diſoit pas d'avantage: Voici l'Analyſe qu'il ſuprimoit, ou du moins celle qui me conduiſit à cette même découverte. Mais pour rendre cette Phiſique exacte, il faut auparavant convenir des termes.

I. *Définition* 1. On appelle ici *Air* tout ce que le piſton de la pompe fait ſortir de la Machine du vuide ſans y pouvoir rentrer par les pores. Ce qui peut ainſi y rentrer, on l'appelle *Matiére ſubtile*.

Défin. 2. On appelle *Air naturel*, l'air tel qu'il eſt dans la Machine du vuide avant que de pomper. Et celui qui y reſte aprés qu'on a ceſſé de pomper, on l'appelle *Air reſtant*.

Défin. 3. On apelle *volume* d'un corps, ce que ſa ſurfaface renferme d'eſpace. Et l'on prend pour ſa *Maſſe* la quantité de matiére dont il eſt fait. En ce ſens deux boules de même diamétre, quoique l'une ſoit d'un tiſſu plus ſerré que l'autre, ſont de même *volume*; mais celle qui eſt d'un tiſſu plus ſerré, a plus de *maſſe* que l'autre. C'eſt cette maſſe que l'on appelle *Quantité de matiére* d'un corps.

Défin. 4. On appelle *Rarefaction*, l'augmentation de volume d'un corps par l'éloignement de ſes parties (imperceptibles) entr'elles; & *Condenſation*, la diminution de ce volume par l'approche de ces mêmes parties entr'elles.

Défin. 4. On appelle *Coup de pompe* ou *de piſton*, l'allée & la venuë du piſton priſes enſemble: de ſorte que tirer le piſton, & l'enfoncer à la même profondeur, ne paſſent ici que pour un ſeul coup de pompe ou de piſton. Tant que le piſton ne parcourt que le même eſpace, on dit que les *coups* ſont *égaux*. L'eſpace qu'il parcourt au dedans de la pompe, on le prend pour la *capacité de cette pompe*. Par delà, c'eſt la *capacité du Balon*.

II. *Avertiſſement* 1. Dans la ſuite lorſqu'on parlera de

Balon & de Pompe, cela ne s'entendra que de leurs capacités telles qu'on les vient de définir.

Avert. 2. On ſuppoſera partout que les coups de pompe d'une même experience ſont égaux entr'eux : ce qui ſe fera aiſément, en mettant des bornes fixes haut & bas, juſques auſquelles le piſton ou levier (qui ſert à le mouvoir) aille toûjours, & au delà deſquelles il ne puiſſe jamais paſſer.

Avert. 3. Lorſqu'on dit ſimplement *Air naturel*, on entend toûjours ce que le Balon en contient avant que de pomper, ou aprés qu'on l'y a laiſſé librement rentrer. Et quand on dit que la rarefaction de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant en telle ou telle raiſon, on ne veut dire autre choſe ſinon que la quantité de matiére ou la maſſe de l'air reſtant eſt à celle de l'air naturel en cette même raiſon. On a crû pouvoir ſuppoſer cette réciprocation de raports, parceque (*art.* 1. *défin.* 3. & 4.) l'air en même volume y eſt d'autant plus rarefié qu'il y en a moins.

Avert. 4. De même quand on dit que l'air eſt à l'air en telle ou telle raiſon, par exemple, que l'air naturel eſt à l'air reſtant :: s^n. r^n. on ne prétend parler que du raport de maſſe ou de quantité de matiére : on veut dire ſeulement que la maſſe ou la quantité de matiére de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant :: s^n. r^n.

Avert. 5. On ſuppoſe dans tout ceci que la Machine du vuide, dont il eſt ici queſtion, ſoit juſte, & que rien n'y puiſſe rentrer que par les pores, ou que la matiere capable de paſſer par les pores.

Peut-être que dans l'execution cela ne ſe trouvera pas toûjours exactement vrai. Mais du moins la Regle ſuivante donnant préciſément la quantité d'air qui y ſeroit reſtée, ſi cette machine eût été telle qu'on la ſuppoſe ici, il ne s'en faudra que ce qui pourroit s'y être gliſſé par les endroits où elle pourroit faire jour, qu'on ne ſache préciſément combien il y en reſte aprés qu'on a ceſſé de pomper : au lieu qu'en négligeant tout le reſte, comme l'on fait ordinairement, il s'en faudra toûjours ce que cette Regle

donne, qu'on ne soit aussi prés de la précision. La voici cette Regle.

THEORÊME.

III. *En général la masse ou quantité d'air naturel qui se trouve dans le Récipient ou Balon de la Machine du vuide avant que de pomper, est toûjours à celle de l'air qui y reste aprés tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, comme la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du Balon.*

DEMONST. Soit a la masse ou quantité d'air naturel qui étoit dans le Balon avant que de pomper; x, ce qu'il y en reste aprés qu'on a cessé de pomper; r, la capacité du Balon; s, la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble; & n, le nombre des coups de piston donnés pour épuiser le Balon. Je dis donc en général que a est toûjours à x, comme s^n. à r^n c'est à dire, $a.x::s^n.r^n$.

Pour le voir il suffit de considérer qu'à chaque fois qu'on tirera le piston, l'air qui étoit dans le Récipient, se répandra dans tout l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble: Car delà il suit manifestement que la masse ou quantité d'air qui restera dans le Récipient à chaque coups de pompe, doit toûjours être à ce qu'il y en avoit immédiatement auparavant, comme la capacité du Récipient est à celle de la Pompe & du Récipient pris ensemble, c'est à dire :: $r.s$.

Appellant donc a, b, c, e, f, g, &c. t, x, les différentes masses ou quantités d'air qui se trouvent successivement dans le Récipient ou Balon, à mesure que l'on pompe: sçavoir a, celle de l'air naturel qui y étoit au premier coup de pompe, c'est à dire, lorsqu'on a commencé de pomper; b, celle qui y étoit au second; c celle qui y étoit au troisiéme; e, celle qui y étoit au quatriéme; & ainsi des autres jusqu'à la derniere x, qui y reste aprés tant de coups de piston qu'on aura voulu, dont le nombre soit n: on aura toûjours.

1°.

1°. $a . b :: s . r.$

2°. $b . c :: s . r.$

3°. $c . e :: s . r.$

4°. $e . f :: s . r.$

5°. $f . g :: s . r.$

&c.

n°. $t . x :: s . r.$

Donc $a . x :: s^n . r^n.$

C'eſt à dire que la maſſe ou quantité (a) d'air naturel qui étoit dans le Récipient avant que de pomper, eſt toûjours à la maſſe ou quantité (x) de ce qu'il y reſte de cet air aprés tel nombre (n) de coups de piſton qu'on aura voulu, comme la puiſſance n de l'eſpace qui fait la capacité de la Pompée & du Récipient pris enſemble, eſt à une pareille puiſſance de la capacité du ſeul Récipient. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REGLE.

IV. *Corol.* Donc en prenant l pour la marque ou la caractériſtique des logarithmes des grandeurs qu'elle affecte ou précéde immédiatement: enſorte que la, lx, ls, lr, expriment les logarithmes des grandeurs a, x, s, r, l'Analogie précedente (*art.* 3.) donnant $\frac{a}{x} = \frac{s^n}{r^n}$, donnera auſſi $la - lx = ls^n - lr^n = nls - nlr$, pour Regle de tout ce que l'on peut éxactement faire d'expériences dans la Machine du vuide. En voïci quelques éxemples dans les Problêmes ſuivans.

PROBLÊME I.

V. *Les capacités du Balon & de la Pompe de la Machine du vuide étant données, ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston donnés pour l'épuiser; trouver le raport de l'air naturel à l'air qui y reste aprés qu'on a cessé de pomper, & par conséquent aussi le raport des rarefactions de ces deux airs.*

SOLUT. Les noms demeurant les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$. Donc $nls - nlr$ est le logarithme de la raison cherchée de l'air naturel à l'air restant. D'où l'on voit que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, est toûjours égal au produit du nombre des coups de piston par le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon. Ainsi tout étant connu (*hyp.*) dans ce produit, la raison de l'air naturel à l'air restant sera aussi connuë. Et par conséquent (*art.* 2. *avert.* 3.) le rapport des rarefactions de ces airs le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VI. *Corol.* Cette raison étant donc, par éxemple, comme p à q, l'on aura $a. x :: p. q.$ ou $aq = px$. Ce qui donnera $\frac{px}{q}$ pour l'air naturel (a), si l'on a l'air restant; ou $\frac{aq}{p}$ pour l'air restant (x), si l'on a l'air naturel: c'est à dire, la masse ou quantité d'air naturel $a = \frac{p}{q}$, en supposant celle de l'air restant $= 1$; ou celle-ci $x = \frac{q}{p}$, en supposant celle de l'air naturel $= 1$. Ainsi l'on connoîtra ce qu'il y aura d'air de reste dans le Balon aprés qu'on aura cessé de pomper; & par conséquent aussi le raport de sa rarefaction à celle de l'air naturel qui y étoit avant qu'on pompât, pourvû qu'on ait remarqué le nombre des coups de piston, & qu'on sache le raport de la Pompe au Balon.

Exemple. Soit, si l'on veut, le Balon de la Machine pneumatique en question, décuple de sa pompe; 30, le nom-

bre (n) des coups de piston donnés pour l'épuiser; & qu'on demande ce qu'il y doit rester d'air aprés ces 30 coups de piston, ou quel sera pour lors le raport de la rarefaction de l'air restant à celle de l'air naturel. Je réponds qu'il y en doit rester environ une dix-huitiéme partie de ce qu'il y en avoit avant que de pomper; & par conséquent (*art. 2. avert. 3.*) que cet air restant y doit être environ dix-huit fois plus rarefié que l'air naturel.

Car en ce cas le logarithme $ls - lr$ de la raison du Balon plus la Pompe au seul Balon, sera $= l\,11 - l\,10 = 10413927 - 10000000 = 413927$, lequel étant multiplié par $30 = n$, donnera 12417810 pour le logarithme $nls - nlr\,(la - lx)$ de la raison $\frac{a}{x}$ de l'air naturel à l'air restant. Donc en posant l'air naturel $a = 1$, l'on aura $-$ 12417810 pour le logarithme de l'air restant x : or ce nombre est aussi le logarithme d'environ $\frac{1}{18}$. Donc en ce cas l'air restant seroit environ une dix-huitiéme partie de l'air naturel du Balon ; & par conséquent aussi (*art. 2. avert. 3.*) la rarefaction de l'air restant dans le Balon aprés 30 coups de piston, seroit à celle de l'air naturel qui y étoit avant que de pomper : : 18. 1. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLÊME II.

VII. *Le raport de l'air naturel à l'air restant étant donné avec le nombre des coups de piston, trouver le raport de la Pompe au Balon.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. lon aura (*art. 4.*) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{n} = ls - lr$. Donc $\frac{la - lx}{n}$ est le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à celle du seul Balon. Cette raison étant ainsi connuë, par exemple, comme de p à q, l'on aura $s.\,r :: p.\,q$. Et $s - r.\,r :: p - q.\,q$; c'est à dire que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, divisé

par le nombre de coups de piston, a toûjours pour quotient le logarithme d'une raison dont l'antécédent moins le conséquent, est au conséquent, comme la Pompe est au Balon. Ainsi ce quotient étant (*hyp.*) connu, la raison de la Pompe au Balon le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VIII. *Corol.* On voit delà que la capacité du Balon étant connuë, celle de la Pompe sera $= \frac{rp - rq}{q}$, & si l'on connoît la capacité de la Pompe, par éxemple $s - r = e$, celle du Balon sera $= \frac{eq}{p - q}$. De sorte qu'en prenant la capacité (r) du Balon pour l'unité, l'on aura $\frac{p - q}{q}$ pour celle de la Pompe ; & réciproquement si l'on prend la capacité (e) de la Pompe pour l'unité, l'on aura $\frac{q}{p - q}$ pour celle du Balon.

Exemple. Soit le raport donné de la masse de l'air naturel a celle de l'air resté dans le Balon de la Machine du vuide aprés 30 coups de piston, comme 18 à 1, c'est à dire, $a.\ x :: 18.\ 1.$ Et par conséquent aussi (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport de leurs rarefactions :: 1. 18. Et qu'on demande le raport de la capacité du Balon à celle de la Pompe ; je réponds que ce raport doit être environ comme 10 à 1, c'est-à-dire que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe.

Car si l'on prend pour l'unité la masse de l'air rarefié au point qu'on le suppose dans la Machine en question aprés 30 coups de piston, c'est à dire $x = 1$, l'analogie $a.\ x :: 18.\ 1.$ donnée ci-dessus, rendra aussi $a = 18$. Ce qui donnera $ls - lr \left(\frac{la - lx}{n} \right) = \frac{l18 - l1}{30} = \frac{12552725}{30} = 418424\frac{1}{6}$ pour le logarithme du raport $\frac{s}{r}$, lequel logarithme étant environ la difference des logarithmes de 11 & de 10, prouve que ce raport de s à r, est à peu prés celui de 11 à 10. Ainsi en prenant 10 pour la capacité (r) du Balon, l'on aura environ 11 pour la somme (s) des capacités de la Pompe & du Balon pris ensemble ; & par conséquent le Balon sera environ décuple de sa Pompe.

Cette dernière conséquence suit encore du Corollaire (*art.* 8.) de ce Problême; puiſqu'en ce cas l'on auroit environ $p.q :: 11.10$. Et par conſéquent la capacité de la Pompe $= \frac{p-q}{q} = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10}$, en prenant celle du Balon pour l'unité; ou bien la capacité du Balon $= \frac{q}{p-q} = \frac{10}{11-10} = \frac{10}{1}$, en prenant celle de la Pompe pour l'unité. D'où l'on voit, dis-je, encore que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe. *Ce qu'il falloit trouver.*

IX. *Schol.* Si outre les choſes données dans ce Prob. 2. *art.* 7. l'on avoit auſſi la capacité du Balon, celle de la Pompe ſe pourroit trouver encore autrement; ou ſi l'on avoit la capacité de la Pompe, celle du Balon ſe trouveroit encore auſſi. Car la Regle de l'art. 4 donnant $la - lx = nls - nlr$, l'on auroit $\frac{la-lx}{n} + lr$ pour le logarithme (ls) de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble. Ainſi tout y étant (*hyp.*) connu, cette capacitté le ſeroit auſſi. Il n'y auroit donc plus qu'à en retrancher, ou la capacité connuë du Balon pour avoir celle de la Pompe, ou la capacité connuë de la Pompe pour avoir celle du Balon.

PROBLEME III.

X. *Le raport de la Pompe au Balon étant donné, avec celui de l'air naturel à l'air reſtant; trouver le nombre des coups de piſton neceſſaires, pour que ces raports ſe trouvent enſemble : par exemple, pour rarefier l'air en raiſon donnée dans une Machine pneumatique dont le Balon & la Pompe ſoient connus, ou d'une raiſon connuë.*

Solut. Les noms demeurant encore les mêmes que dans l'art. 3. & 4. l'on aura encore (*art.* 4) $la - lx = nls - nlr$; & par conſéquent $\frac{la-lx}{ls-lr} = n$. C'eſt à dire que comme le logarithme de la raiſon de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble, à la capacité ſeule du Balon, eſt au logarithme de la raiſon de l'air naturel à

l'air reſtant, ainſi l'unité eſt toûjours au nombre cherché des coups de pompe ; ou (ce qui revient au même) le quotient du ſecond de ces logarithmes diviſé par le premier, eſt toûjours égal à ce nombre cherché. Ce qui eſt la Regle de M. Bernoulli, & *ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Soit la capacité du Balon de la Machine pneumatique dont on veut ſe ſervir, décuple de celle de ſa Pompe ; & qu'on demande le nombre des coups de piſton neceſſaires pour y rarefier l'air 18 fois plus qu'il ne l'étoit avant que l'on pompât. Je réponds qu'il faudra environ 30 coups de piſton pour cela.

Car puiſque (*hyp.*) la capacité du Balon eſt décuple de celle de ſa Pompe, ſi l'on prend celle-ci pour l'unité, celle (r) du Balon ſera $= 10$; ce qui donnera leur ſomme $s = 11$. Pareillement puiſqu'on veut que la rarefaction de l'air reſtant, ſoit à celle de l'air naturel contenu dans le Balon avant que de pomper : : 18. 1. la maſſe (x) de cet air reſtant doit réciproquement être (*art.* 2. *avertiſſ.* 3.) à celle (a) de cet air naturel : : 1. 18. De ſorte qu'en prenant auſſi $x = 1$, l'on aura de même $a = 18$. Donc en ce cas l'on aura $n \left(\frac{la - lx}{ls - lr}\right) = \frac{l18 - l1}{l11 - l10} = \frac{12552725}{10413927 - 10000000} = \frac{12552725}{413927} = 30 + \frac{134915}{413927}$: Ce qui ſignifie qu'il faut environ trente coups de piſton, ou trente & un quart, pour rarefier l'air de la Machine ſuppoſée dans la raiſon que l'on demande.

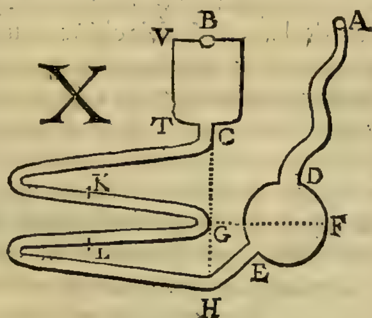
Telle eſt la maniere de rendre éxactes les expériences de la Machine pneumatique, qu'on ſuppoſe dans l'uſage du Manometre dont il s'agit principalement ici, & dont on va donner la deſcription.



§. II.

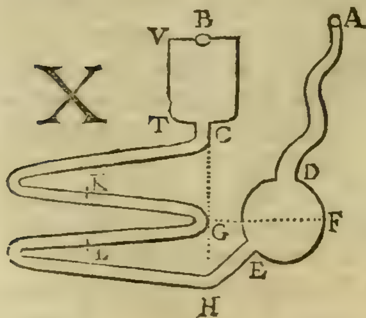
Manometre ou Machine pour trouver le raport des raretés ou raréfactions des Airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en même ou en différens tems; & même des Airs restés dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques aprés quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune.

XI. Cette Machine est un Tuyau *CGHE*, qui porte à ses extrêmités deux ventres ou têtes *BC*, *DE*, dont la premiére *BC* doit être de figure cylindrique, pour en diviser plus aisément la capacité en parties égales à celles de ce tuyau, s'il est nécessaire de la diviser, comme il le seroit si la liqueur, dont ce tuyau doit être à demi rempli, pouvoit monter dans cette tête; ou du moins pour connoître plus aisément le raport de la capacité de cette même tête à celle de ce tuyau, ce qui seroit necessaire quand même il suffiroit de diviser la longueur de ce tuyau sans diviser la hauteur de sa tête *BC*, comme il devroit suffire si la liqueur ne montoit jamais dans cette tête. La seconde *DE* sera de telle figure qu'on voudra. Elles doivent être d'abord ouvertes toutes deux d'un petit trou en *B* & en *A*. Ce tuyau doit être replié en un paquet de la moindre hauteur possible: il n'importe de quelle maniere, pourvû qu'il soit toûjours en pente depuis le haut jusqu'au plus bas de ses replis, c'est à dire ici, depuis *C* jusqu'en *H*; il faut pour la commodité du calcul, que l'axe ou les côtés de sa tête cylindrique *BC* soient verticaux; & que l'horizontale *GF* passe environ par le milieu de la longueur de ce tuyau & de sa tête *DE*. Il doit



être rempli d'une liqueur colorée, telle qu'est celle des Baromêtres doubles, jusqu'à environ ce milieu. Il faut ensuite scêler ou boucher fort éxactement le trou *B*, & laisser l'autre *A* ouvert avec un bec fort long & fort délié pour rendre l'évaporation de la liqueur fort difficile, retortillé en plusieurs façons en cas que cette forme y puisse aussi contribuer : du moins elle n'y nuira pas. La capacité de la boule ou ventre *DE* doit être à peu prés égale à celles du tuyau & de la tête *BC* prises ensemble : il vaut mieux qu'elle soit plus grande que plus petite ; il doit y avoir une assez grande quantité de liqueur pour que la compression de l'air de la Machine causée par le froid, ou par le poids de l'air exterieur qui pese sur la liqueur, ou par tous les deux ensemble, ne fasse jamais descendre cette liqueur jusqu'en *H*, que je suppose le plus bas du tuyau, de peur qu'il n'y entre de l'air extérieur, qui (comme l'on va voir) romproit toutes les mesures de la Machine. Les capacités du tuyau de cette Machine & de sa téte *BC*, doivent aussi être telles, que l'air qui est dedans ne s'étende pas tout à fait jusqu'au bas de ce tuyau dans sa plus grande dilatation, de peur qu'il ne s'échape par le bec *DA* qu'on suppose ouvert ; ce qui seroit encore un inconvenient égal au premier. C'est-pourquoi ce tuyau ne sçauroit être trop long ni trop délié, pourvû que la liqueur s'y puisse mouvoir comme dans les Barometres doubles ou Thermometres.

Au reste cette proportion des parties de nôtre Machine n'est pas si rigoureuse qu'il ne soit aisé de la connoître soit en Hyver, & soit en Eté par le moïen du Thermometre de Florence ; & peut-être même en quelque tems que ce soit, en environnant ce Thermometre de glace qui le refroidisse autant que l'Hyver, & en l'approchant ensuite du



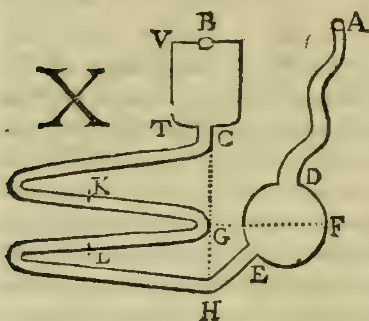
du feu, ou en le plongeant dans de l'eau chaude qui l'échauffe autant & plus que l'Eté ; surtout en ajoûtant à la glace une colonne de mercure dans la branche de ce Thermometre par où l'air extérieur pese, laquelle soit égale ou même plus haute que la plus grande difference de hauteur qu'on ait observée jusqu'ici dans celui des Barometres ; & cela, pour suppléer à ce qu'il s'en faudroit alors que le poids de l'atmosphere ne fût aussi grand qu'on l'ait jamais observé. Ces deux extrémités de compression & de dilatation de l'air du Thermometre de Florence feront aisément reconnoître les proportions suffisantes des parties de nôtre Machine, pour empêcher qu'il n'y entre ni sorte de l'air selon les différens tems, en quelque lieu qu'on la porte, qui sont les deux inconveniens qu'il falloit éviter.

XII. Cette Machine ainsi décrite, voici les définitions de quelques termes qui servent à la démonstration de ses usages. L'espace *BCG*, que l'air resté dans cette Machine y occupoit au tems de sa construction, c'est à dire, le premier volume de cet air dans cette Machine, s'appellera son *volume primitif* ou *espace primitif* ; & l'espace, par exemple, *BCK* que le changement de tems y fera occuper à ce même air, s'appellera son *volume* ou *espace réduit*. La densité ou la rarefaction du volume primitif de l'air de la Machine, s'appellera aussi sa *densité* ou sa *rarefaction primitive* ; & la densité ou la rarefaction de son volume réduit, s'appellera de même sa *densité* ou sa *rarefaction réduite*. Quant à la Machine X, on l'appellera *Manometre*, à cause qu'elle doit servir à mesurer la rarefaction de l'air extérieur, lequel s'appellera aussi *Air naturel*. C'est de ce que cette Machine fait le Barometre & le Thermometre tout ensemble à la maniére du Thermometre de Florence, qu'elle devient propre à cet usage : voici comment.

XIII. La maniére dont cette Machine vient (*art.* 11.) d'être remplie, fait assez voir que ce qu'il y a d'air dans l'espace primitif *BCG*, est homegene & semblable à celui du dehors, c'est à dire, que cet espace contient un volume d'air naturel égal à *BCG*.

XIV. On voit auſſi que lorſque la liqueur de ce tuyau ſera à niveau, par exemple en *FG*, l'air *BCG* ſera d'une rarefaction préciſément égale à celle de l'air extérieur & naturel où ſe trouve pour lors la Machine. Car la colonne *GLH* ſoûtenant alors la colonne *FEH*, l'air *BCG* ſoûtiendra ſeul le poids de la colonne atmoſphérique qui peſe par le trou *A*. Donc cet air *BCG* ſera pour lors autant comprimé par le poids de l'atmoſphere, que celui du lieu où ſe trouve le Manometre; & par conſéquent la chaleur étant (*hyp.*) égale de part & d'autre, l'air *BCG* ſe trouve alors d'une condenſation ou rarefaction préciſément égale à celle de l'air extérieur.

XV. Il eſt vrai que lorſque la liqueur ſe trouvera plus haute du côté de *G* que du côté de *F*, il s'en faudra préciſément le poids de cette différence de hauteur, que l'air *BCG* ne ſoûtienne toute la colonne atmoſphérique qui peſe par le trou *A*; & ſi la liqueur ſe trouve plus haute de côté de *F* que du côté de *G*, outre la colonne atmoſphérique, l'air *BCG* aura encore cette difference de hauteur à ſoûtenir, & en ſera de cela plus comprimé que l'air extérieur. Mais cette différence de hauteurs de part & d'autre devant toûjours être moindre que *BH* qui ſera auſſi petite qu'on voudra, ou du moins à fort peu prés, à cauſe des replis du tuyau qui ſont à diſcrétion, & preſqu'auſſi la hauteur de ſa tête *BC*; cette différence de hauteurs n'eſt preſque rien par rapport à celle d'une colonne de cette liqueur, capable de faire ſeule équilibre contre tout ce qu'il y a d'air qui peſe par le trou *A*. Ainſi l'on peut ſans beaucoup s'éloigner de la préciſion, regarder cette liqueur comme toûjours à niveau dans ce tuyau.



XVI. Or en ce cas on vient de voir (*art.* 14.) que l'air

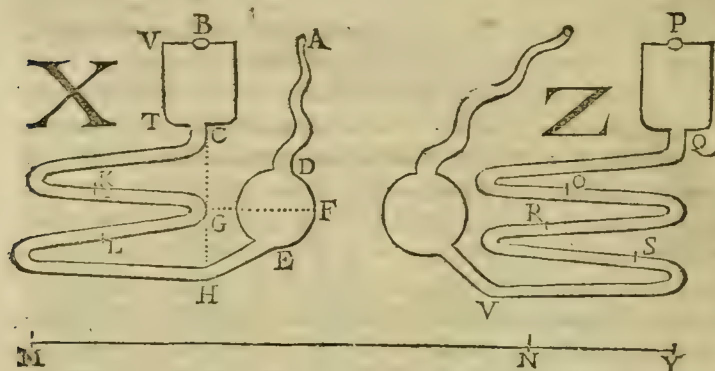
BCG feroit toûjours homegene & femblable à l'air du lieu où feroit le tuyau. Donc cette Machine eſt telle que, quelque changement qu'il arrive à l'air extérieur, l'air *BCG* ſera toûjours d'une rarefaction ou condenſation égale à celle de cet air extérieur, c'eſt à dire, homegene à l'air du lieu où le tuyau ſe trouvera. Et voilà à quoy ſert que cette Machine faſſe le Barometre & le Thermometre tout enſemble.

XVII. Il ſuit delà que lorſque le poids de l'air extérieur, ou la chaleur, ou tous les deux enſemble, feront que l'air *BCG* qui ſe terminoit auparavant en *G*, ſe termine par exemple en *K*; ce qu'il y avoit d'air dans *BCG*, ſe trouvera dans *BCK*, & cet air *BCK* ſera homegene à l'extérieur qui environne alors le Manometre. Donc les maſſes, en pareils volumes, de cet air extérieur & de celui qui étoit d'abord en *BCG*, ou (ce qui revient au même) leurs denſités, feront alors entr'elles comme *BCG* à *BCK*, c'eſt à dire, comme l'eſpace primitif eſt à l'eſpace réduit. Ainſi en général on peut dire que *les denſités ou les maſſes en pareils volumes, des airs naturels de defférens tems, ſont toûjours en raiſon réciproque des eſpaces réduits d'un même Manometre, c'eſt à dire, en raiſon réciproque des eſpaces que ces airs extérieurs y font occuper à celui du tuyau; & par conſéquent auſſi leurs rarefactions en raiſon directe de ces eſpaces.*

Par exemple, ſi dans le lieu *A* le premier Aouſt 1704. le matin à 7. heures, l'air du Manometre X étoit en *L*; & que dans le lieu *B* le dernier Decembre à midy de la même année, cet air du Manometre X ait été en *K*; la denſité de l'air extérieur ou naturel du premier Aouſt 1704. à 7. heures du matin dans le lieu *A*, aura été à la denſité de celui du dernier Decembre de la même année à midy, comme *BCK* à *BCL*; ou (ce qui revient au même) la rarefaction du premier aura été à celle du ſecond, comme *BCL* à *BCK*. Et ainſi du reſte, ſoit que *A* & *B* ſoient le même ou différens lieux.

XVIII. Voilà déja pour connoître avec un ſeul Manometre le raport des denſités ou des rarefactions des airs

extérieurs & naturels de differens tems, soit en même ou en différens lieux. Mais pour avoir ce raport en différens lieux en même tems, ou plutôt pour l'avoir en général, il faut autant de ces Machines qu'il y aura de lieux dont on voudra comparer les densités ou les raréfactions de l'air naturel & extérieur, sçavoir une en chacun de ces lieux: En voici la Regle.



Soient plusieurs Manometres X, Z &c. remplis d'abord jusqu'en *G*, *R*, &c. d'un même air ou de différens airs quelconques, c'est à dire, d'airs pris en un ou en différens lieux, en un même ou en différens tems; lesquels Manometres soient ensuite transportés où l'on voudra: par exemple, X à Paris, & Z à Rome.

Soient m, , les masses ou quantités d'air naturel laissées dans ces Machines dans le tems de leur construction; V, U, les volumes primitifs BCG, PQR, de ces masses, ou ce qu'elles y occupoient d'abord d'espace; D, Δ, leurs densités primitives, ou ce qu'elles en avoient alors; u, v, leurs volumes réduits BCK, PQS, ou ce qu'elles y occupoient d'espace dans les lieux & dans les tems dont on veut comparer les experiences; & d, δ, leurs densités réduites, ou ce qu'elles y avoient alors.

Manometres . . . . X , Z.
Masses d'air comprises dans ces Manometres . m , μ.
Volumes primitifs de ces masses. . . . . V , Υ.
Leurs densités primitives. . . . . D , Δ.
Leurs volumes réduits. . . . . u , υ.
Leurs densités réduites. . . . . d , δ.

Cela posé, si l'on considére que la masse de quelque corps que ce soit, est toûjours comme le produit de son volume par sa densité, l'on aura $V \times D . \Upsilon \times \Delta :: m . \mu :: u d . \upsilon \delta$. Donc $\frac{V \times D}{u d} = \frac{\Upsilon \times D}{\upsilon \delta}$, ou $d . \delta :: \frac{V \times \Delta}{u} . \frac{\Upsilon \times \Delta}{\upsilon}$, sera une Regle générale par le moyen de laquelle le même ou differens Manometres donneront le raport des densités, & par conséquent aussi des rarefactions des airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou en différens lieux en même ou en différens tems.

REGLE.

$$d . \delta :: \frac{V \times D}{u} . \frac{\Upsilon \times \Delta}{\upsilon}.$$

Si l'on doutoit que les masses fussent comme les produits de leurs volumes par leurs densités, il n'y auroit qu'à supposer,

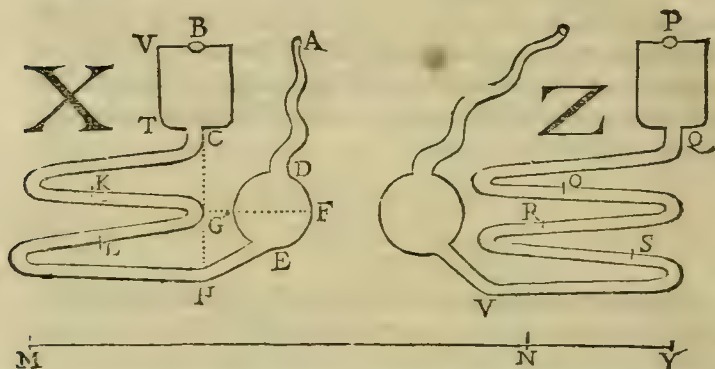
Trois masses . . . . m , M , μ.
Dont les volumes fussent . . . . u , u , υ.
Et les densités . . . . d , δ , δ.

Alors on auroit $\begin{cases} m . M :: d . \delta . \\ M . \mu :: u . \upsilon . \end{cases}$

Donc aussi $m . \mu :: u d . \upsilon \delta$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

XIX. Pour faire usage de la Regle précédente, & en tirer tous les raports dont on vient de parler, il faut premiérement considérer que la graduation du Manometre X donnant en nombres le raport de l'espace ou volume primitif BCG (V) à l'espace ou volume réduit BCK (u), donne toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{V}{u}$. Par la même raison la graduation du Manometre Z donnera

aussi toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{v}{v}$. Ainsi dans la Regle précédente (*art.* 18.) $d\,\delta :: \frac{V}{u} \times D . \frac{v}{v} \times \Delta$. il n'y a plus qu'à trouver le raport des densités primitives D, Δ, pour avoir celui qu'on cherche entre les densités réduites d, δ, c'est à dire, entre les densités des airs extérieurs & naturels des lieux & des tems dans lesquels les Manometres X & Z ont donné les espaces réduits *BCK* (*u*) *PQS* (*v*) où l'air de ces Machines se trouvoit avoir ces densités réduites.



Secondement pour avoir le raport des densités primitives D, Δ, que cet air avoit dans ces Manometres au tems de leur construction, il faut aussi considérer qu'en rassemblant ces Manometres dans un même lieu, & en les y observant en même temps, les densités réduites de l'air qu'ils renferment se trouvant alors (*art.* 16.) égales à celle de l'air extérieur où ils se trouvent, elles doivent alors être égales entr'elles, c'est à dire que $d = \delta$. Donc aussi pour lors (*art.* 18.) $\frac{V}{u} \times D = \frac{v}{v} \times \Delta$, ou $D . \Delta :: \frac{v}{v} . \frac{V}{u}$. Ainsi les fractions $\frac{v}{v}$, $\frac{V}{u}$, résultantes de cette derniere observation faites sur les deux Manometres X & Z à la fois, c'est à dire en même lieu & en même tems quelconques, se trouvant en nombres par le moyen des graduations de ces

Manometres, ſuivant ce qui vient d'être dit ; l'on aura auſſi pour lors le raport des denſités primitives D, Δ, des airs des Manometres X, Z, en quelque différence de tems & de lieux qu'ils ayent été remplis.

Donc en comparant enſuite tout ce qu'on peut avoir fait d'expériences avec ces deux Manometres en quelque différence de lieux & de tems que ce ſoit, la Regle $d . \delta :: \frac{V}{u} \times D . \frac{v}{U} \Delta$. de l'art. 18. donnera auſſi le rapport des denſités d, δ, qu'avoient alors les differens airs de ces Manometres, & par conſéquent auſſi (*art.* 16.) les differens airs extérieurs & naturels des lieux & des tems où ces expériences auront été faites. *Ce qu'il falloit trouver.*

Par éxemple, ſoit l'air du Manometre Z obſervé à Rome en S le dernier Aouſt 1704. à midi, celui du Manometre X obſervé à Paris en K le premier Decembre de la même année à 10. heures du matin, enſorte que les graduations de ces Manometres donnent $PQS = \frac{5}{4} PQR$, & $BCK = \frac{2}{3} BCG$: c'eſt à dire (*art.* 18.) $v = \frac{5}{4} U$, & $u = \frac{2}{3} V$. En ce cas l'on aura $\frac{v}{u} = \frac{4}{5}$, & $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$; ce qui étant ſubſtitué dans l'Analogie générale $d . \delta :: \frac{V}{u} \times D . \frac{v}{u} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera $d . \delta :: \frac{3}{2} D . \frac{4}{5} \Delta :: 15 D . 8 \Delta$. pour l'expreſſion du raport cherché entre les denſités d, δ, où l'air des Manometre X & Z étoit reduit à Paris & à Rome dans les tems précédens ; de laquelle expreſſion les denſités primitives D, Δ, de ce même air, reſtent encore à chaſſer par la ſubſtitution de l'expreſſion de leur raport.

Pour cela, ſoit le Manometre Z, qui étoit à Rome, apporté à Paris avec le Manometre X ; & que l'air de celui-ci & de l'autre y ſoit obſervé en même lieu & en même tems quelconque, par éxemple le 15. Avril 1705. à 8 heures du matin, en L & en O, enſorte que BCL ſoit $= \frac{6}{5} BCG$, & $PQO = \frac{1}{4} PQR$: c'eſt à dire (*art.* 18.)

$u = \frac{6}{5}V$ & $v = \frac{1}{2}U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{5}{6}$, & $\frac{U}{v} = 2$. La Regle ou Analogie générale $d . \delta :: \frac{V}{u} \times D . \frac{U}{v} \times \Delta$ de l'art. 18. donnera ici $d . \delta :: \frac{5}{6} D . 2 \Delta :: 5 D . 12 \Delta$. Mais les densités réduites d, δ, dont il s'agit ici, ayant été (*hyp*) observées en même tems au même endroit de Paris, doivent (*art.* 16.) être égales chacune à celle de l'air extérieur de ce tems en cet endroit : & par conséquent aussi égales entr'elles. Donc l'on aura pareillement ici $5 . D = 12 \Delta$; ce qui donne $D . \Delta :: 12 . 5$. D'où l'on voit qu'en quelque lieu & en quelque tems que les Manometres Z & Z ayent été construits, les densités primitives D, Δ, de l'air qu'ils contiennent, c'est à dire, les densités des airs exterieurs des lieux & des tems où ces Manometres ont été faits, étoient comme 12. à 5. lorsque ces airs y furent enfermés.

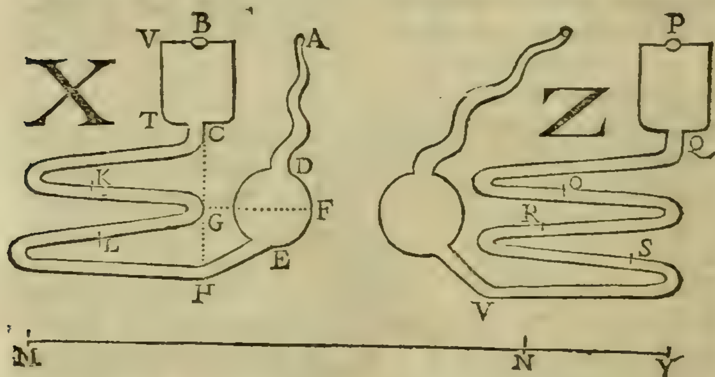
Le raport de ces densités primitives D & Δ, étant ainsi trouvé, il n'y a plus qu'à substituer leurs expressions 12 & 5 dans l'Analogie $d . \delta :: 15 D . 8 \Delta$. trouvée cy-dessus pour l'expression du raport des densités cherchées d, δ, de l'air des Manometres X, Z, ou des airs exterieurs de l'endroit de Paris où étoit le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & de l'endroit de Rome où étoit le Manometre Z le dernier Aoust à midy de la même année ; & l'on aura enfin pour ces mêmes densités cherchées $d . \delta :: 15 \times 12 . 8 \times 5 :: 180 . 40 :: 9 . 2$.

Ainsi nonobstant la difference des airs dont les Manometres X & Z peuvent avoir été remplis, selon la difference des tems & des lieux où ils l'ont été ; non seulement l'experience faite sur tous les deux en même tems à Paris, sçavoir le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, donne le raport des densités primitives de ces airs, comme 12 à 5 ; mais encore cette experience jointe aux deux premieres faites, l'une à Paris avec le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & l'autre à Rome avec

avec le Manometre Z le dernier Aouſt de la même année 1704. à midy, fait voir que dans ces deux experiences-ci faites en ces differens tems à Paris & à Rome, la denſité réduite de l'air du Manometre X à Paris, étoit à la denſité réduite de l'air du Manometre Z à Rome, comme 9 à 2 : Et par conſequent auſſi (*art. 16.*) que la denſité de l'air exterieur & naturel de l'endroit de Paris où étoit le Manometre X à 10. heures du matin le premier Decemb. 1704. étoit à la denſité de l'air naturel de l'endroit de Rome où étoit le Manometre Z le dernier Aouſt de la même année à midy, comme 9 à 2 ; ou (ce qui revient au même) que la rarefaction de l'air de Paris étoit à celle de l'air de Rome, comme 2 à 9.

XX. Voilà de quelle maniere des experiences faites en differens tems & en differens lieux avec differens Manometres, donneront le raport des denſités ou des rarefactions de l'air naturel des lieux & des tems où ces expériences auront été faites, quelle qu'ait été la difference des denſités ou des rarefactions primitives de l'air de ces deux Manometres, c'eſt à dire, en quelque difference de tems ou de lieux qu'ils en ayent été remplis au tems de leur conſtruction. Mais le calcul en ſeroit de la moitié plus court, & il ne ſeroit plus beſoin de raſſembler ces Manometres dans un même lieu pour les y obſerver en même tems, & pour en déduire (comme cy-deſſus *art. 19.*) le raport des denſités primitives de l'air qu'ils contiennent, ſi cet air y avoit été enfermé en même tems & en même lieu : car cet air ſe trouvant alors le même dans ces Manometres X, Z, les denſités primitives en ſeroient auſſi les mêmes ; ce qui dans toutes les experiences faites en telles différences de tems & de lieux qu'on voudroit avec ces Manometres remplis d'un même air, donneroit toûjours & partout $D = \Delta$. Donc avec de tels Manometres la Regle génerale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D \cdot \frac{v}{\upsilon} \times \Delta$. de l'art. 18. ſe changera en celle-ci $d. \delta :: \frac{V}{u} \cdot \frac{v}{\upsilon}$. De ſorte

qu'en quelque tems & en quelque lieu qu'on s'en serve, il n'y aura que les valeurs ou le raport des fractions $\frac{V}{u}, \frac{v}{\upsilon}$, à trouver pour avoir celui des densités d, δ, ou des rarefactions des airs exterieurs & naturels de ces païs en ce tems-là ; au lieu qu'avec d'autres Manometres remplis de differens airs, il faudroit chercher de plus le raport des densités primitives de ces airs : ce qui (comme l'on vient de voir *art.* 19.) doubleroit le calcul. Pour ce qui est de la valeur ou du raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{\upsilon}$, les graduations des Manometres le donneront en nombres comme dans l'art. 19. Et avec cela seul l'analogie precedente $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{v}{\upsilon}$. donnera aussi en nombres le raport des densités d, δ, ou des rarefactions des airs naturels des lieux & des tems où les Manometres remplis d'un même air quelconque, auront servi à faire les experiences à comparer.



Par exemple, soient présentement les Manometres X & Z de Paris & de Rome, remplis d'un même air, c'est à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu dans le tems de leur construction en ce même lieu, d'où ils aïent ensuite été transportés, l'un à Paris, & l'autre à Rome. Supposons que l'air du Manometre X ait été obser-

vé à Paris en K dans le tems t, & que celui du Manometre Z l'ait été en S à Rome dans le tems θ : ensorte que les graduations de ces Manometres donnent encore $BCK = \frac{2}{3} BCG$, & $PQS = \frac{5}{8} PQR$: c'est à dire (*art.* 18.) $u = \frac{1}{3} V$, & $v = \frac{5}{8} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{3}{1}$, & $\frac{U}{v} = \frac{8}{5}$. Donc suivant l'analogie précédente $d . \delta :: \frac{V}{u} . \frac{U}{v}$. l'on aura $d . \delta :: \frac{3}{1} . \frac{8}{5} :: 15 . 8$. Ce qui signifie que la densité de l'air extérieur & naturel du tems t à Paris, étoit à celle du tems θ à Rome (c'est à dire des endroits de Paris & de Rome, où étoient alors les Manometres X & Z) comme 15 à 8. De sorte que si t & θ signifient le même tems, par éxemple, le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin ; on pourra dire qu'alors la densité de l'air naturel de Paris étoit à la densité de l'air naturel de Rome, comme 15. à 8. Pareillement si t signifie encore le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, mais que θ signifient le dernier Aoust de la même année à midy ; il faudra dire encore que le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, la densité de l'air naturel de Paris, étoit à celle de l'air naturel de Rome du dernier Aoust à midy de la même année, comme 15 à 8 ; ou que les rarefactions de ces airs différens y étoient comme 8 à 15. Il en est ainsi de tous les autres lieux, soit en même ou en différens tems.

XXI. Pour ce qui est du raport des densités ou des rarefactions de l'air naurel d'un même lieu en différens tems, on le trouvera encore de la même maniére avec différens Manometres remplis d'un même air, c'est à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu.

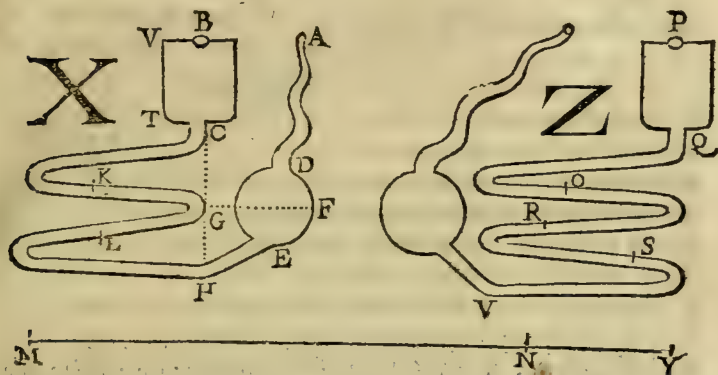
Par éxemple, si l'on veut que la Machine Z, au lieu d'être à Rome, soit aussi à Paris avec la Machine X, & que l'air de cette Machine Z y soit encore en S le dernier Aoust 1704. à midy ; il faudra encore dire qu'à Paris la densité de l'air naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, étoit à celle qu'avoit ce même air le

dernier Aoust de la même année à midy, comme 15 à 8.

XXII. Le raport des densités on des rarefactions de l'air extérieur & naturel d'un même ou de différens lieux en différens tems, se peut encore trouver avec le seul Manometre X. Car cette supposition rendant $V = U$, à cause que ces volumes primitifs V, U, se trouvent alors le même BCG; la Regle ou l'analogie $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v}$. de l'art. 20. donnera pour lors $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v} :: v. u$ c'est à dire (*art.* 18.) que les densités réduites de l'air du Manometre X, ou celles de l'air naturel des tems & des lieux où l'on s'en sert, sont toûjours entr'elles en raison réciproque des volumes ou des espaces réduits que l'air de cette Machine y occupe alors, ainsi que nous l'avons déja trouvé cy-dessus art. 17.

Par exemple, si aprés avoir observé l'air du Manometre X en K dans le lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, ensorte que BCK se soit trouvé $= \frac{1}{3} BCG$; on transporte ce Manometre dans le lieu B, & qu'on y observe l'air en L le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, ensorte que BCL soit $= \frac{6}{5} BCG$: Alors (en prenant encore d, δ, suivant l'art. 18. pour les densités réduites de l'air du Manometre X dans les espaces réduits BCK, BCL, (on aura $d. \delta :: BCL. BCK :: \frac{6}{5} BCG. \frac{1}{3} BCG :: \frac{6}{5} . \frac{1}{3} :: 18. 10 :: 9. 5$. Et par conséquent aussi la densité de l'air extérieur & naturel du lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, seroit à la densité de l'air naturel du lieu B le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, comme 9. à 5. De sorte que si A & B ne sont que le même lieu, par exemple, le même endroit de Paris, il faudra dire qu'en cet endroit de Paris la densité de l'air extérieur & naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, aura été à celle de l'air naturel du 15. Avril 1705. à 8 heures du matin en ce même

endroit de Paris, comme 9 à 5. Ou (ce qui revient au même) que dans ces deux tems les rarefactions de l'air extérieur & naturel de cet endroit de Paris, étoient comme 5 à 9. Il en est ainsi d'une infinité d'autres exemples qu'on pourroit encore apporter de tout ceci.



XXIII. Il n'y a donc plus qu'à diviser exactement chacun des espaces *BCGH*, *PQRV*, &c. depuis le plus haut *B*, *P*, &c. jusqu'au plus bas *H*, *V*, &c. des Manometres X, Z, &c. de la maniére que voici pour le Manometre X, dont (*hyp.*) *G* est le terme inférieur de l'espace primitif *BCG*.

Imaginons d'abord une ligne droite *MN* égale à la longueur de la partie du tuyau *CKG*; prolongeons ensuite cette ligne du côté de *Y*, d'une quantité *NY* laquelle soit à *MN*, comme la capacité de cette partie *CKG* du tuyau est à la capacité de toute sa tête *BC*. Soit ensuite la ligne entiére *MY* divisée en autant de parties égales que faire se pourra sans confusion, en commençant à compter 1, à la premiére division du côté de *Y*, & en continuant de suite par 2, 3, 4, 5, 6, &c. jusqu'à *M* selon l'ordre des nombres naturels.

Cette ligne *MY* étant ainsi divisée & marquée, il faudra en porter les divisions & les marquer sur une autre

ligne qui ſuive tous les contours *CKGH* du tuyau du Manometre X, & tracée ſur la planche contre laquelle il doit être appliqué. Le point de cette ſeconde ligne, qui ſera vis à vis de *G*, doit être marqué du même chiffre que le point *M* de la premiere ligne *MY*, lequel chiffre doit être celui du nombre des parties dans leſquelles cette ligne *MY* aura été diviſée : par éxemple 100, ſi cette ligne a été diviſée en 100 parties égales ; 1000, ſi elle a été diviſée en 1000, & ainſi de tout autre nombre de parties égales dans leſquelles on pourroit l'avoir diviſée. Suppoſons qu'elle l'ait été en 100 ; & qu'ainſi le point *M* de la ligne *MY*, ſoit marqué 100 ; & tous les points de diviſion depuis celui-là juſqu'au dernier qui précedent immédiatement *Y*, ſoient marqués de ſuite par 99, 98, 97, 96, &c. juſqu'à cette derniére diviſion qui ſera marquée 1. Le point *G* de la ligne qui ſuit tous les contours du tuyau du Manometre X, doit donc ici être marqué par le nombre 100 ; la diviſion ſuivante du côté de *C*, marquée par 99 ; celle d'aprés, vers *C* encore, marquée par 98 ; & ainſi de ſuite juſqu'en *C*, par 97, 96, 95, 94, &c. en retrogradant ſelon l'ordre renverſé des nombres naturels : de ſorte que ſi le bout *NY* de la ligne *MY*, contient par éxemple 15 parties de la diviſion ſuppoſée ; la marque 15 du point *N*, devra auſſi être celle du point *C* du Manometre.

On en demeureroit là du côté de *C*, ſi l'on étoit ſûr que la liqueur ne pût monter dans la tête *BC*, du Manometre ; mais ſi elle peut y monter, il faudra diviſer auſſi la hauteur *TV* de cette tête en autant de parties égales entr'elles que *N Y* en contient de celles de la ligne *MN* ou *CKG*, par éxemple ici en 15 ; la premiere diviſion d'aprés *T* vers *V*, doit être marquée par 14 ; la ſuivante encore vers *V*, marquée par 13 ; & ainſi de ſuite juſqu'à la derniére qui précede immédiatement le point *V*, laquelle ſeroit enfin marquée par un, ſi la compreſſion de l'air pouvoit ſe réduire juſques-là. Mais cela eſt ſi éloigné de la vrai-ſemblance, que la plûpart de ces derniéres diviſions paroiſſent aſſez inutiles : deſorte qu'elles ne ſemblent de-

voir être continuées jusqu'à cette exrémité, que dans l'incertitude du petit espace auquel l'air du Manometre peut être réduit. Il est pourtant à remarquer que quand on seroit sûr de celles qui doivent être inutiles, il ne faudroit pas laisser de les faire, parce qu'elles peuvent servir à regler les autres.

Aprés avoir reglé les divisions du Manometre X depuis *G* jusqu'en *B*; c'est à dire, de tout son espace primitif *BCG*: Il faut maintenant regler celles du reste *GLH* de son tuyau jusqu'au plus bas *H* de tous ses points. Il n'y a qu'à diviser le reste depuis *G* jusqu'en *H*, de la ligne qu'on suppose suivre tous les contours de ce tuyau sur la planche où il est appliqué, en parties égales à celles de son autre partie *CKG*; aprés cela marquer par 101, la premiére division qui suit immédiatement le point *G* vers *H*; marquer par 102, la suivante encore vers *H*; celle d'aprés, par 103; & ainsi de suite jusqu'en *H* par 104, 105, 106, &c. de sorte que si la capacité de *GLH* se trouve égale à celle de *GKCB*, le point *H* aura 200 pour sa marque; & avec de telles divisions ainsi marquées le Manometre X sera gradué d'une maniére propre à s'en servir comme cy-dessus. On gradûra de même le Manometre Z, & tel autre qu'on voudra.

Il est pourtant ici à remarquer que si au lieu de prendre la droite *MN* égale à la longueur de la partie *CKG* du Tuyau du Manometre X, on l'eût prise égale à sa longueur *CKGLH*, & que l'on eût divisé (comme l'on vient de faire) *MY* en parties égales entr'elles, l'on auroit trouvé tout d'un coup toutes les divisions de cette longueur de tuyau *CKGLH*, comme l'on vient de trouver celles de sa partie *CKG*: mais alors le commencement *G* de son espace primitif *BCKG* auroit pû se trouver marqué d'une fraction qui auroit rendu le calcul moins facile qu'il ne l'est par le nombre entier qui s'y trouve toûjours suivant la division précedente; c'est pour cela qu'on l'a preferée à celle-ci.

Il eſt encore à remarquer qu'on ſuppoſe par tout ici que le tuyau *CKGLH* eſt de même diametre dans toute ſa longueur; ce qui ſe peut vérifier par l'experience. Et en cas qu'il ne le ſoit pas, on le diviſera en le rempliſſant de quelque liqueur, comme de vif argent, par portions égales entr'elles, ſi petites qu'on voudra pour le diviſer en plus de parties: la tête *BC*, quelle qu'elle ſoit, ſe diviſera de même en parties égales a celles-là. Il en eſt ainſi du Manometre Z & de tel autre qu'on voudra.

USAGE DU MANOMETRE.

Pour vérifier les expériences de la Machine pneumatique.

XXIV. Entre pluſieurs uſages que le Manometre peut avoir dans la Phyſique, un des principaux c'eſt de pouvoir ſervir à vérifier & à repeter au juſte, ou du moins à fort peu prés, les experiences de la Machine pneumatique, en y joignant la Regle de l'article 4. cy-deſſus, par laquelle on a vû (*art.* 5.) qu'on peut déterminer de combien l'air qui reſte dans cette Machine du vuide, aprés tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu, y eſt plus rarefié qu'auparavant.

Il eſt manifeſte que des experiences qui ne dépendent que de la rarefaction de l'air, réüſſiroient toûjours également ſi on ſçavoit les faire dans des airs également rarefiés; & que faute de cette juſteſſe ces experiences repetées doivent differer d'autant plus entr'elles, qu'elles ſe feront dans des airs de rarefactions plus inégales. Ainſi quand une telle experience avancée par un Auteur ne nous réüſſiroit pas, quelque ſoin que nous euſſions pris à la faire, il ne faudroit pas pour cela le condamner, mais ſeulement douter ſi nous avons porté l'air de nôtre Machine pneumatique au même degré de rarefaction, auquel il étoit dans celle de cet Auteur lorſqu'il y a fait cette experience. Pour l'y porter il faudroit que cet Auteur nous donnât les capacités de la pompe & du balon de ſa Machine pneumatique, ou ſeulement leur raport, avec le nombre

nombre des coups de piston donnés dans son expérience ; & cela joint au Manometre & à la Regle dont je viens de parler, nous donneroit le nombre des coups de piston nécessaires pour réüssir dans quelqu'autre Machine pneumatique que ce fût, dont les capacités de la pompe & du balon seroient pareillement connuës, ou du moins leur raport : Voici comment.

Les capacités de la pompe & du balon de la Machine pneumatique de l'Auteur dont il s'agit ici, étant connuës ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston qu'il aura donnés dans son expérience, la Regle de l'art. 4. dont je viens de parler, donneroit comme dans le Prob. 1. art. 5. le raport des raretés ou rarefactions de l'air resté dans cette Machine, & de l'air extérieur du lieu où elle avoit été remplie. Ensuite par le moyen du Manometre, on connoîtroit aussi de la maniere qu'on le vient de voir dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport des rarefactions de cet air exterieur du lieu, par exemple de Londres, où cette experience auroit été faite, dans le tems qu'elle y a été faite, & de l'air exterieur du lieu, par exemple de Paris, & du lieu où on la veut répéter. Ainsi par le moyen de la Regle de l'art. 4. & de nôtre Manometre, on connoîtra déja le raport des rarefactions de l'air resté dans la Machine du vuide à Londres où l'on suppose que l'expérience a été faite, & de l'air extérieur du lieu de Paris où l'on veut la répéter dans le tems qu'on l'y veut répéter Enfin par le Prob. 3. art. 10. de la Regle de l'art. 4. on connoîtroit aussi le nombre des coups de piston necessaires pour donner à l'air de telle autre Machine pneumatique dont on voudroit se servir à Paris, & dont les capacités du balon & de la pompe seroient données, ou seulement leur raport, une rarefaction qui seroit à celle de l'air exterieur du lieu où l'on voudroit répéter cette expérience, en même raison que celle qu'on auroit déja trouvée entre les rarefactions de l'air resté dans la Machine pneumatique de Londres, & de ce même air exterieur de Paris. Donc par le moyen de cette Regle & du Manometre, on sçau-

roit le nombre des coups de piſton néceſſaires pour réduire l'air de la Machine pneumatique de Paris, où l'on veut répeter l'expérience de Londres, au même degré de rarefaction auquel il étoit dans celle de Londres lorſque cette expérience y a été faite. Par conſéquent alors cette expérience, qu'on ſuppoſe ne dépendre que de la rarefaction de l'air, ſe trouveroit la même à Paris qu'à Londres.

XXV. On trouvera de même le nombre des coups de piſton néceſſaires pour donner à l'air de la Machine pneumatique de Paris, une rarefaction qui ſoit à celle de l'air reſté dans la Machine pneumatique de Londres, en telle raiſon qu'on voudra : puiſqu'ayant trouvé (comme cy-deſſus *art.* 24.) le raport des rarefactions de l'air reſté dans cette Machine de Londres, & de l'air exterieur de Paris, qu'on veut rarefier en raiſon donnée par raport à celui-là ; l'on aura pareillement le raport des rarefactions de cet air exterieur, & de l'air qui doit reſter pour cela dans la Machine pneumatique de Paris ; & par conſéquent auſſi (*Prob.* 3. *art.* 10.) le nombre des coups de piſton de cette Machine pour y donner à l'air une rarefaction qui ſoit à celle de l'air reſté dans la Machine de Londres, en la raiſon ſouhaitée.

On trouvera encore de même le raport des rarefactions des airs reſtés en différens tems & en différens lieux dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques aprés un nombre quelconque de coups de piſton de chacune, les raports de leurs pompes à leurs balons étant auſſi donnés avec le nombre des coups de piſton de chacune, & avec l'état des Manometres dans ces différens tems & lieux. Car le Prob. 1. art. 5. donnant alors le raport de l'air reſté dans chacune de ces Machines pneumatiques, à l'air naturel & exterieur du lieu & du tems où l'on a fait l'expérience ; & les Manometres donnant auſſi, comme dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport de ces airs naturels & exterieurs, ou de leurs rarefactions ; l'on aura par conſéquent par le tout enſemble le raport des airs reſtés, ou

de leurs rarefactions dans ces différentes Machines pneumatiques, ou dans la même, en même lieu & en differens tems, ou en differens lieux en même ou en differens tems, quel qu'ait été le nombre des coups de piston de chacune.

Avertissement.

XXVI. Il est facile de voir par ce que l'on vient de dire de quelle consequence il est pour la Physique, que les Auteurs qui nous donnent de telles expériences, y joignent aussi les capacités de la pompe & du balon de chacune de leurs Machines pneumatiques, c'est à dire, ce qu'il reste de ces capacités qui contient de l'air lorsque le piston est le plus enfoncé, & de combien ce reste de capacité augmente lorsqu'on retire le piston; & qu'ils y ajoûtent aussi le nombre des coups de piston donnés dans chacune de ces expériences, avec l'état où l'air se trouvoit alors dans leurs Manometres comparés aux nôtres, comme ci-dessus art. 19 & 20. afin de pouvoir répeter & verifier leurs expériences en tel lieu & en tel tems qu'on voudra.

Au reste quoique les raports ou les proportions trouvés dans tout ceci, suivent éxactement de la Physique qu'on y suppose: cependant comme cette Physique n'est pas précisément dans les conditions d'où on la tire, mais seulement à peu prés, ainsi que je l'ay marqué dans l'art. 15. ces raports ou proportions ne doivent aussi être pris qu'à peu prés, & non en rigueur geometrique; ce qu'on trouvera peut-être encore d'une grande justesse pour de la Physique aussi composée que celle-ci. La dextérité de l'Ouvrier est sur tout necessaire pour éxecuter éxactement la construction du Manometre, dont l'éxecution fournira peut-être des observations qui serviront à la perfectionner: je le souhaite pour l'avancement de la Physique, & je n'y prétens d'autre part que celle d'y avoir fait penser.

OBSERVATIONS SUR LES MALADIES DES PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

1705. 14. Novembre.

TOus les corps organisez sont sujets à certains changemens que l'on peut appeller maladies, par rapport à leur état naturel. Un arbre, par exemple, dont le tronc se pourrit, ou qui perd ses feüilles avant la saison est malade, parce qu'on ne l'appelle sain que lorsque ses parties sont bien conditionnées.

On peut rapporter les maladies des Plantes aux causes suivantes. 1°. A la trop grande abondance du suc nourricier. 2°. Au défaut ou manque de ce suc. 3°. A quelques mauvaises qualités qu'il peut acquerir. 4°. A sa distribution inégale dans les differentes parties des Plantes. Enfin à des accidens exterieurs.

La trop grande abondance de suc nourricier le fait sortir de lui-même hors de ses vaisseaux : ainsi les especes de Pins distillent naturellement presque pendant toute l'année. L'épanchement est encore plus grand, si l'on fait des incisions à ces arbres à coups de hache. La liqueur qui en découle s'appelle Terebentine lorsqu'elle conserve sa fluidité, & Galipot ou Résine quand elle devient solide : mais si ce même suc faute de vîtesse se grumelle dans ses propres tuyaux ; s'il est obligé de s'y arrêter parcequ'ils sont devenus crasseux, & par consequent plus étroits qu'ils n'étoient ; alors le suc qui continuë de monter de la racine s'imbibe peu à peu dans les trachées, que l'on peut appeller les poûmons des Plantes, il en interrompt le commerce de l'air ; & la circulation étant interceptée, ces arbres sont suffoquez, & meurent par la même raison que les animaux que l'on étouffe.

Les Sapins ne ſont pas ſujets à cette maladie. Leur ſuc nourricier eſt moins abondant, plus fluide, & les vaiſſeaux qui traverſent l'écorce de ces arbres ſont plus gros : cette écorce eſt moins épaiſſe auſſi, d'où vient que dans le Printems on voit les Sapins qui l'ont unie, & ſans crevaſſes, couverts de veſſies groſſes comme des noix. On peut comparer ces veſſies aux varices qui s'élevent ſur les jambes de pluſieurs perſonnes. Celles du Sapin ſont de veritables dilatations des vaiſſeaux qui avoient le plus de ſoupleſſe, & qui ont le moins reſiſté au cours du ſuc nourricier. La plûpart ſont ovales, rangées en travers, & pleines d'une excellente Terebentine plus claire, plus fluide que l'ordinaire, & qui ſent l'écorce de citron comme le baume du Levant.

Dans les païs chauds la trop grande abondance de ſéve produit au bout des branches des arbres que l'on taille en buiſſon, des tumeurs d'une ſubſtance ſpongieuſe qui ſe carie facilement, & ces arbres en portent bien moins de fruit. Si l'on coupe du bois plus qu'il ne faut aux arbres à haute tige, ils donnent peu de fruit; parceque la ſéve trop abondante par rapport au bois qu'elle doit nourrir ne fait pouſſer que de nouvelles branches, au lieu de faire fleurir les vieilles dont les vaiſſeaux ſont plus difficiles à penetrer ; ainſi le grand ſecret dans la culture des arbres fruitiers, c'eſt de ne couper que les branches qui ſe croiſent, & qui les rendroient difformes ; mais les mains démangent aux curieux.

La langueur & la mort de pluſieurs Plantes montrent bien que le ſuc nourricier commence à leur manquer. Les feüilles ne jauniſſent, ne ſe fanent, & ne tombent hors de leur ſaiſon que faute de nourriture, ſoit qu'elle leur ſoit dérobée par les petits vers qui s'y attachent, ſoit que le mal vienne des racines. Ces parties perdent peu à peu leur reſſort. Elles ſe carient, ſe chanciſſent, & leurs couloirs ſe rempliſſent d'un certain limon qui empêche la filtration des ſucs propres pour les autres parties. Si les racines ſe carient, le fumier de Vache ou de Cochon les rétablit, &

arrête la carie, de même que le Storax liquide arrête la gangrene des animaux. Si elles sont chancies, il n'y a qu'à les bien laver dans l'eau claire pour détacher & entraîner tous ces petits filets de mousses qui commençoient à s'y engendrer. Pour ce qui est du limon qui fait le relâchement des fibres, & ensuite des obstructions, le terreau & la fiente de pigeon y remedient. La cendre de vigne, la chaux, la fiente de poule & de pigeon mêlées en Automne avec la terre qui couvre les racines des Oliviers & des Orangers paresseux, les excitent à fleurir & à porter des fruits : mais ces sortes de remedes ne conviennent pas à toutes sortes de Plantes. L'urine, l'eau de chaux, l'eau de fumier un peu trop forte, les couches même trop chaudes dessechent & brûlent, comme l'on dit, le chevelu des racines.

Ce n'est pas icy le lieu de parler de la mauvaise qualité de la séve qui vient du défaut des terres ; je réserve cette discussion pour un Traité d'Agriculture raisonnée qui est déja fort avancé. Je ne parlerai donc que d'un vice qui rend les Plantes steriles dans les meilleurs fonds, où le suc nourricier devient si gluant qu'il ne sçauroit circuler, ni faire déveloper les parties qui doivent paroître successivement les unes aprés les autres.

La Squille, l'Oignon portant laine, les especes d'Aloës, & plusieurs Plantes grasses fleurissent avec beaucoup plus de facilité dans les païs chauds, parceque la terre leur fournit un suc assez maigre, que la chaleur fait couler aisément ; au lieu que dans les païs froids ce suc est gluant, & devient comme une espece de mucilage qui ne sçauroit faire sortir les tiges du fond de leurs racines. Le seul remede est d'élever ces sortes de Plantes sur couche, & dans des terres sabloneuses. Malgré cette précaution les Oignons qui viennent des Indes ne fleurissent qu'une seule fois dans ce païs-cy, parceque la jeune tige qui est dans le fond de la racine se trouve assez développée avant le transport pour pouvoir s'élever & s'épanoüir ; mais aprés cela le suc nourricier qui devient trop gluant, n'a pas la force

de faire déveloper le jeune embrion qui eſt dans le cul de l'Oignon, & qui ne devoit paroître que dans un an.

La plûpart des Narciſſes & des Jacinthes, dont on coupe les feüilles aprés que leur fleur eſt paſſée, ne fleuriſſent pas bien ſouvent l'année d'aprés. Il ſemble que le ſuc glaireux qui étoit en mouvement dans les racines de ces Plantes, & qui paſſoit à l'ordinaire dans les feüilles, ſe décharge ſur la jeune tige qui eſt au fond de la racine : il s'imbibe, il s'épaiſſit, il ſe fige dans cet embrion, & l'empêche de ſe déveloper dans le Printems.

La ſterilité de pluſieurs Plantes ne dépend pas toûjours de la mauvaiſe qualité du ſuc nourricier. Souvent c'eſt une maladie qui vient de la diſtribution imparfaite de ce ſuc. J'ay vû un des plus beaux Pommiers du monde, dont la ſéve ſe répandoit ſi facilement dans les feüilles, qu'il ne fleuriſſoit pas. On l'ébrancha pendant l'Eſté dans le deſſein de l'arracher en Automne; mais il s'aviſa, s'il m'eſt permis de me ſervir de ce terme, de pouſſer des branches toutes chargées de boutons à fleurs, qui ne s'épanoüirent pas ſeulement, mais qui donnerent quelques avortons de fruits. Cet heureux changement lui ſauva la vie. Le Pommier continua de fleurir, & de donner de bons fruits pendant long-tems. N'eſt-on pas obligé dans certaines années de faire manger aux beſtiaux les bleds qui pouſſent trop de feüilles, afin de contraindre le ſuc nourricier de gonfler la tige, & la faire élever en chalumeau? Les Orangers & les Figuiers qui ſont plantez dans de petites quaiſſes, donnent beaucoup plus de fruit que ceux dont la ſéve trouve à s'étendre dans les racines, au lieu de faire éclorre les fleurs & les embrions des fruits. On châtie les racines en les reſſerrant dans un petit terrain. C'eſt par cette methode que l'on a de bonnes graines de Pervenche & d'*Epimedium*, qui en pleine terre s'amuſent à tracer, & ne noüent pas.

Pour ce qui eſt des maladies cauſées par des accidens exterieurs, elles ſurviennent ordinairement par la grêle, par la gelée, par la moiſiſſure, par les Plantes qui naiſſent

ſur d'autres Plantes, par la piqueure des inſectes, par differentes tailles ou inciſions que l'on fait aux Plantes.

La grêle qui tombe ſur les feüilles en meurtrit les fibres, & fait extravaſer le ſuc nourricier qui forme une dureté élevée en tumeur. Si la pluïe tombe avec la grêle, l'impreſſion du coup eſt bien moindre, parceque les fibres amollies par l'eau obéïſſent au coup. D'ailleurs cette eau détergeant & emportant le ſuc qui commence à s'épancher, donne lieu aux fibres de ſe rétablir par leur reſſort, à peu prés comme il arrive aux parties meurtries que l'on étuve ſur le champ.

La gelée au contraire fait perir les Plantes lorſqu'elles ſont moüillées, parceque l'eau qui ſe gele dans leurs pores les déchire en ſe dilatant, tout comme elle fait caſſer les vaiſſeaux où elle eſt enfermée.

La moiſiſſure eſt encore une maladie bien dangereuſe, qui attaque les Plantes pendant l'Hyver dans les ſerres qui ſont humides. L'humidité y fait éclorre les œufs ou les graines de certaines eſpeces de mouſſes & de champignons qui ſe trouvent dans le raiſeau de l'écorce : de meme que cela arrive aux peaux de maroquin & de veau que l'on tient dans des caves. Le microſcope fait voir que la chanciſſure n'eſt qu'un parterre de Plantes que l'on vient de nommer ; cependant leur racine, quelque menuë qu'elle ſoit, acquiert un certain volume qui dilate peu à peu les parois du pore qui lui tient lieu de pot, & ces parois ſont enfin déchirées, parceque tous les pores voiſins ſont remplis de pareil embarras. La diſpoſition prochaine à ſe pourrir par trop d'humidité où ſe trouvent les fibres de l'écorce facilite ce déchirement, qui eſt bien-tôt ſuivi de la gangrene.

Pour éviter ce mal, il n'y a qu'à tenir les ſerres bien ſeches. On y conſerve pendant les Hyvers les plus rudes les Plantes même qui viennent des païs brûlez, pourvû qu'on les enferme dans des boëtes bien vitrées, & qui ne ſoient gueres plus hautes que les Plantes. Bien loin que la gelée s'y faſſe ſentir, ou que la moiſiſſure s'y introduiſe, l'air que l'on

l'on y renouvelle pendant que le Soleil eſt dans ſa force, y eſt auſſi ſec que dans les mois les plus doux de l'année. Avec le ſecours de gros fumier dont on garnit le bas de ces boëtes, on entretient les Plantes dans ce païs-cy plus heureuſement qu'avec les fourneaux dont on ſe ſert dans les païs froids. C'eſt un ſecret dont l'invention eſt dûë à un de nos plus illuſtres Academiciens, Mr. Fagon, dont le nom ſeul fait le plus parfait éloge.

Le Lierre, la Vigne de Canada, le Jaſmin de Virginie, pluſieurs eſpeces de *Bignonia*, la Cuſcute, le Guy, l'Hypociſte, le Lichen font moins de tort aux Plantes que la chanciſſure, quoiqu'elles vivent aux dépens des autres Plantes ſur leſquelles elles grimpent. On les appelle avec raiſon des Plantes Paraſites; car leurs racines ne reçoivent leur nourriture que de l'écorce des autres, qu'elles détruiſent à la fin de même que le crepy des murailles.

On a fait voir dans l'Hiſtoire des Plantes qui naiſſent aux environs de Paris, comment les fruits de Guy s'attachoient par leur glu à l'écorce des arbres, & comment ils y pouſſoient peu à peu de petites racines. Ces racines penetrent bien avant dans le corps ligneux, & s'y greffent ſi bien qu'elles ne font plus que le même corps avec l'arbre dont elles ont pris poſſeſſion.

Il n'eſt pas ſi facile d'expliquer de quelle maniere l'Hypociſte ſe multiplie. Cette Plante ne croît jamais que ſur les racines de quelques arbuſtes, que l'on appelle des Ciſtes, qui ſe plaiſent dans les landes les plus ſeches des païs chauds. Environ deux pouces au-deſſus du collet de ces arbuſtes, ſort en maniere d'œilleton une plante bien differente du Ciſte, charnuë comme une aſperge, accompagnée de quelques écailles au lieu de feüilles, & garnie d'un bouquet de fleurs en cloche, qui laiſſent chacune un fruit gros comme une noiſette, aſſez rond, charnu, rempli de ſemences menuës couvertes d'une humeur gluante qui ſe deſſeche lorſqu'elles ſont mûres, mais qui revient quand on les humecte. Comme cette Plante pouſſe au-deſſus du collet de la racine, qui eſt quelquefois couvert

d'environ demi pied de terre, je ne vois pas d'autre chemin pour y faire passer les graines que les crevasses de la terre, qui dans l'Esté sont fort communes dans les landes des païs chauds, & qui se resserrent aux premieres pluïes : ainsi la glu dont elles sont enveloppées s'humectant peu à peu, ne les colle pas seulement contre les racines du Ciste, mais elles les fait éclorre, & leur sert de premiere nourriture.

Il faut presentement examiner les tumeurs des Plantes, & sans nous arrêter à celles qui leur sont naturelles, ou qui viennent d'une méchante conformation, nous nous attacherons seulement à celles qui naissent à l'occasion de la piqueure des insectes. Ces petits animaux qui n'ont pas la force de bâtir leurs nids avec de la paille ou d'autres matieres comme font les oiseaux, vont décharger leurs œufs dans les parties des Plantes qui les accommodent le mieux. La piqueure est suivie d'une tumeur, & cette tumeur est une suite de l'épanchement du suc nourricier, qui s'imbibant dans les pores voisins, les fait gonfler à mesure qu'il en dilate les fibres. L'œuf ne manque pas d'éclorre au milieu de ce nid, & le ver ou le puceron qui en sort y trouve sa nourriture toute preparée. C'est ainsi que se forment les noix de galle, & toutes les tumeurs que l'on observe sur les Plantes piquées.

Ce que l'on appelle en Levant les Pommes de la Sauge, sont des tumeurs qui naissent sur de belles especes de Sauge à l'occasion d'une semblable piqueure. Ces Pommes qui ont neuf ou dix lignes de diametre sont presque rondes, gris cendré, cottoneuses, d'une chair blanche, un peu transparente, douce, & d'un goût fort agréable. On en porte des paniers dans les marchez. Cependant quoique ces especes de Sauge viennent parfaitement bien dans le Jardin du Roy, on n'y voit point de ces sortes de Pommes, parce qu'apparemment il n'y a pas de nos insectes qui ayent du goût à les piquer.

Il se peut faire aussi que la séve du pays contribuë à la bonté de ces sortes de productions. Nous n'avons que de

tres-mauvaiſes noix de galles ſur nos Cheſnes, & je ne vois point de tubercules ſur nos Plantes qui ſoient bons à manger. Ceux qui ſe forment ſur l'Eglantier & ſur le Chardon hemorroïdal ne ſervent que pour la Medecine, encore leurs vertus me paroiſſent bien ſuſpectes.

La graine d'Ecarlate merite plus d'attention. On obſerve une petite eſpece de punaiſe, couverte d'un duvet tres-fin, attachée ſur les branches d'une ſorte de Cheſne verd, qu'on appelle Kermes, lequel ſe trouve en abondance dans les pays chauds. Aprés que la punaiſe a piqué les environs de la queuë des feüilles de cet arbriſſeau, la tumeur s'arrondit, & forme des grains d'environ deux lignes de diametre, remplis d'une ſubſtance d'un rouge tres-vif qui envelope l'œuf d'un petit ver, & ce ver dans la ſuite laiſſe échaper une petite mouche. Le rouge vif qui ſe deſſeche eſt le paſtel de l'Ecarlate que l'on emploïe ſi utilement pour les teintures, & pour la confection d'Alkermes.

Les moucherons, quelque petits qu'ils ſoient, s'en prennent ſouvent aux plus grands arbres. Ils piquent les feüilles des Ormes dans le Printems, & donnent lieu à la formation des veſſies groſſes quelquefois comme le poing. Elles ſe rempliſſent d'un baume excellent pour les bleſſures, dans lequel on voit flotter des pucerons verdâtres, ſortis des œufs des moucherons ; & ce qu'il y a de plaiſant, c'eſt que ces pucerons ſont comme autant de maſques qui couvrent de nouveaux moucherons.

Il en eſt de même des cornets du Terebinthe. Ils groüillent en pucerons qui nagent dans une Terebentine claire, odorante, épanchée dans des cornets coriaces qui ſe ſont formez ſur le Terebinthe à l'occaſion de la piqueure des moucherons.

Il n'eſt pas aiſé de comprendre comment ſe forment les Ruches que l'on trouve ſur les extremités des branches de la *Picea* ; cependant ces Ruches, quelques regulieres qu'elles ſoient, ſont l'ouvrage des moucherons. Un Eſſain de ces petits animaux vient piquer les branches de la *Pi-*

cea dans le tems qu'elles ſont encore tendres. Chaque moucheron fait ſon trou à la naiſſance d'une jeune feüille juſtement dans l'aiſſelle, c'eſt à dire dans l'endroit où la baſe de la feüille eſt attachée en travers contre la tige. Ainſi le ſuc nourricier qui s'extravaſe, élargit le trou de la piqueure, & fait écarter la baſe de cette feüille qui n'eſt encore que collée contre la tige; d'où vient que cette eſpece de plaïe prend d'abord la forme d'une petite bouche à levres veluës, & enſuite celle d'une gueule qui laiſſe voir le creux de chaque cellule. Ces cellules toutes enſemble compoſent la Ruche. Elles ſont pleines dans l'Eſté de pucerons verdâtres ou rougeâtres ſemblables à ceux qui naiſſent ſur les herbes potageres. Chaque puceron mis ſur le creux de la main ſe dévelope dans moins d'un demi quart-d'heure, & laiſſe échaper un petit moucheron.

La caprification, ou la maniere d'élever les Figuiers, dont les Anciens ont parlé avec tant d'admiration n'eſt pas imaginaire, comme bien des gens le penſent; elle ſe pratique tous les ans dans la plûpart des Iſles de l'Archipel par le moyen des moucherons: les Figuiers y portent beaucoup de fruit; mais ces fruits qui ſont une partie des richeſſes du païs ne profiteroient pas, ſi l'on ne s'y prenoit de la maniere que je vais décrire. On cultive dans ces Iſles deux ſortes de Figuiers: La premiere eſpece s'appelle *Ornos*, du Grec litteral *Erinos*, qui ſignifie le Figuier ſauvage, ou le *Caprificus* des Latins. La ſeconde eſpece eſt le Figuier domeſtique: le ſauvage porte trois ſortes de fruits, qui ne ſont pas bons à manger, mais qui ſont abſolument neceſſaires pour faire meurir ceux des Figuiers domeſtiques: les fruits du ſauvage ſont nommez *Fornites*, *Cratitires* & *Orni*.

Ceux qu'on appelle *Fornites* paroiſſent dans le mois d'Aouſt, & durent juſqu'en Novembre ſans meurir: il s'y engendre de petits vers de la piqueure de certains moucherons que l'on ne voit voltiger qu'autour de ces arbres. Dans les mois d'Octobre & de Novembre, ces moucherons piquent d'eux-mêmes les ſeconds fruits des mêmes

pieds de Figuier. Ces fruits que l'on nomme *Cratitires* ne ſe montrent qu'à la fin de Septembre, & les *Fornites* tombent peu à peu aprés la ſortie de leurs moucherons. Les *Cratitires* au contraire reſtent ſur l'arbre juſqu'au mois de May, & renferment les œufs que les moucherons des *Fornites* y ont laiſſez en les piquant. Dans le mois ds May la troiſiéme eſpece de fruits commence à pouſſer ſur les mêmes pieds des Figuiers ſauvages qui ont produit les deux autres. Ce fruit eſt beaucoup plus gros, & ſe nomme *Orni*. Lorſqu'il eſt parvenu à une certaine groſſeur, & que ſon œil commence à s'entr'ouvrir, il eſt piqué dans cette partie par les moucherons des *Cratitires*, qui ſe trouvent en état de paſſer d'un fruit à l'autre pour y décharger leurs œufs.

Il arrive quelquefois que les moucherons des *Cratitires* tardent à ſortir dans certains quartiers, tandis que les *Orni* de ces mêmes quartiers ſont diſpoſez à les recevoir. On eſt obligé dans ce cas-là d'aller chercher des *Cratitires* dans un autre quartier, & de les ficher à l'extremité des branches des Figuiers dont les *Orni* ſont en bonne diſpoſition, afin que les moucherons les piquent. Si l'on manque ce tems là, les *Orni* tombent, & les moucherons des *Cratitires* s'envolent s'ils ne trouvent pas des *Orni* à piquer. Il n'y a que les Païſans qui s'appliquent à la culture des Figuiers qui connoiſſent le vrai tems auquel il faut y pourvoir, & pour cela ils obſervent avec ſoin l'œil de la Figue; car cette partie ne marque pas ſeulement le tems que les piqueurs doivent ſortir, mais auſſi celui où la Figue peut être piquée avec ſuccès. Si l'œil eſt trop dur & trop ſerré, le moucheron n'y ſçauroit dépoſer ſes œufs, & la Figue tombe lorſque cet œil eſt trop ouvert.

Ce n'eſt pas-là tout le myſtere; ces trois ſortes de fruits ne ſont pas bons à manger, ils ſont deſtinez par l'Auteur de la nature, comme nous l'avons dit, pour faire meurir les Figues des Figuiers domeſtiques. Voici l'uſage qu'on en fait.

Dans les mois de Juin & de Juillet les Païſans prennent

les *Orni* dans le tems que leurs moucherons ſont prêts à ſortir, & les vont porter ſur les Figuiers domeſtiques. Ils enfilent pluſieurs de ces fruits dans des fétus, & les placent ſur ces arbres à meſure qu'ils le jugent à propos. Si l'on manque ce tems-là, les *Orni* tombent, & les fruits du Figuier domeſtique ne meuriſſant pas, tombent auſſi dans peu de tems. Les Païſans connoiſſent ſi bien ces précieux momens, que tous les matins en faiſant leur revûë, ils ne tranſportent ſur les Figuiers domeſtiques que les *Orni* bien conditionnez, autrement ils perdroient leur recolte. Il eſt vrai qu'ils ont encore une reſſource quoique legere, c'eſt de répandre ſur les Figuiers domeſtiques les fleurs d'une Plante qu'ils nomment *Aſcolimbros.* Il ſe trouve quelquefois dans les têtes de ces fleurs des moucherons propres à piquer ces Figues, ou peut-être que les moucherons des *Orni* vont chercher leur vie ſur les fleurs de cette Plante. Enfin les Païſans ménagent ſi bien les *Orni*, que leurs moucherons font meurir les Figues du Figuier domeſtique dans l'eſpace d'environ quarante jours.

Scolymus Chryſanthemos C. B. Pin.

Ces Figues fraîches ſont fort bonnes. Pour les ſecher on les expoſe au Soleil pendant quelque tems, aprés quoy on les paſſe au four afin de les conſerver pendant le reſte de l'année. C'eſt une des principales nourritures des Païſans de l'Archipel ; car ils n'ont ordinairement que du pain d'orge, & des Figues ſeches, Il s'en faut bien pourtant que ces Figues ſoient auſſi bonnes que celles que l'on ſeche en Provence, en Italie & en Eſpagne. La chaleur du four leur fait perdre tout leur bon goût ; mais d'un autre côté elle fait perir les œufs que les piqueurs de l'*Orni* y ont déchargés, & ces œufs ne manqueroient pas de produire de petits vers qui endommageroient ces fruits.

Voilà bien de la peine & du tems perdu, dira-t-on, pour n'avoir que de méchantes Figues. Je ne pouvois aſſez admirer la patience des Grecs qui paſſent plus de deux mois à porter les piqueurs d'un Figuier à l'autre ; mais j'en appris bien-tôt la raiſon : car leur ayant demandé pourquoy ils ne cultivoient pas les eſpeces de Figuiers que l'on éleve

en France & en Italie ; ils me répondirent que la grande quantité de fruits qu'ils retiroient de leurs Figuiers les leur faisoit préferer aux nôtres. Un de leurs arbres produit ordinairement jusqu'à deux cens quatre-vingt livres de Figues, au lieu que les nôtres n'en produisent pas vingt-cinq livres.

Peut-être que les piqueurs contribuënt à la maturité des fruits du Figuier domestique, en faisant extravaser le suc nourricier dont ils déchirent les tuyaux lorsqu'ils y déchargent leurs œufs. Peut-être aussi qu'avec ces œufs ils laissent échaper quelque liqueur qui fermente doucement avec le lait de la Figue, & en attendrit la chair. Nos Figues en Provence, & à Paris même, meurissent bien plutôt si on pique leurs yeux avec une paille, ou avec une plume graissée d'huile d'olive. Les Prunes & les Poires qui ont été piquées par quelque insecte meurissent bien plutôt aussi, & même la chair qui est autour de la piqueure est de meilleur goût que le reste. Il est hors de doute qu'il arrive un changement considerable à la tissure des fruits piquez. Il semble que la principale cause en doit être rapportée à l'épanchement de sucs qui ne s'alterent pas seulement lorsqu'ils sont hors de leurs vaisseaux, mais qui alterent les parties voisines ; de même qu'il arrive aux tumeurs des animaux survenuës à l'occasion des piqueures de quelque instrument aigu.

Aprés avoir examiné les tumeurs des Plantes, il faut examiner les blessures que l'on y fait pour les enter les unes sur les autres, ou pour en tirer des liqueurs propres pour l'usage de la vie. Vous ne trouverez pas mauvais, Messieurs, que j'aïe l'honneur de vous entretenir de la maniere dont on tire le mastic en larmes des Lentisques dans l'Isle de Scio.

Ce n'est pas la culture, comme l'on s'imagine, qui rend ces arbres propres à donner du mastic ; car dans Scio même il se trouve beaucoup de Lentisques qui ne rendent presque rien, & qui cependant sont aussi beaux que les autres ; cela n'est pas surprenant. Combien y a-t-il de Pins

dans nos forêts qui ne donnent presque pas de résine, quoiqu'ils soient de même espece que ceux qui en fournissent beaucoup ? Ne voit-on pas la même chose parmi ces sortes de Cedres dont on tire l'huile de Cade ? La tissure des racines & du bois varie considerablement dans les individus de même espece. L'experience donc a fait connoître aux habitans de Scio, que la meilleure précaution que l'on pouvoit prendre pour avoir beaucoup de mastic, étoit de conserver & de provigner les Lentisques qui naturellement en donnent beaucoup. C'est pour cette raison que ces arbres ne sont pas alignez dans les champs, mais qu'ils sont disposez par pelotons ou bosquets gros ou petits, écartez fort inégalement les uns des autres. On décharge les vieux pieds de nouveaux jets qui empêcheroient qu'on ne les incisât commodément. Du reste on ne laboure pas la terre qui est au dessous. On arrache seulement les Plantes qui y naissent. On la balaye proprement pour y recevoir le mastic, & il est necessaire qu'elle soit dure & bien applanie.

Cedrus folio Cupressi, major, fructu flavescente C. B. Pin.

On commence les incisions le premier jour du mois d'Aoust, coupant avec de gros coûteaux en travers & en plusieurs endroits l'écorce des troncs des Lentisques, sans toucher aux jeunes branches. Le lendemain des incisions le suc nourricier en distille par petites larmes, qui s'unissant ensemble forment les grains de mastic. Ces grains se durcissent sur la terre, & composent quelquefois des plaques assez grosses. Le fort de la recolte du mastic est vers le 15. Aoust, pourvû que le tems soit sec & serain ; car si la pluïe détrempe la terre, elle y envelope les larmes & les fait perdre. Voilà la premiere recolte du mastic. Les mêmes incisions en fournissent encore vers la S. Michel, mais en moindre quantité.

A l'égard de la Terebentine de Scio, on la recüeille en la même Isle, en coupant en travers avec une hache les troncs de gros Terebinthes. Ces incisions se font depuis la fin de Juillet jusqu'en Octobre. La Terebentine qui en distille tombe sur des pierres plates que les Païsans placent

cent sous ces arbres. Ils l'amassent avec de petits bâtons, & la font couler dans des bouteilles; mais ils ne prennent aucun soin des Terebintes, quoique de toutes les especes de Terebentine celle-cy soit la plus estimée. Ces arbres naissent à Scio sur les bords des vignes, & le long des grands chemins.

Pour remplir le dénombrement des causes ausquelles l'on a rapporté les maladies des Plantes, il nous reste à parler des bosses qui naissent autour des greffes. Comme les vaisseaux de la greffe ne répondent pas bout à bout aux vaisseaux du sujet sur lequel on l'a appliquée, il n'est pas possible que le suc nourricier les enfile en ligne droite, si bien que le cal bossu est inévitable. D'ailleurs il se trouve bien de la matiere inutile dans la filtration qui se fait de la seve qui passe du sujet dans la greffe; & cette matiere qui ne sçauroit être vuidée par aucuns vaisseaux ni déferens, ni excretoires, ne laisse pas d'augmenter la bosse.

Les levres de l'écorce des arbres que l'on taille pour enter, ou pour émonder, se tumefient d'abord par le suc nourricier qui ne sçauroit passer outre, à cause que l'extrémité des vaisseaux coupez est pincée, & comme cauterisée par le ressort de l'air. Ils s'y fait donc comme une espece de bourlet, qui s'étend insensiblement de la circonference vers le centre par l'allongement des fibres, & la blessure se couvre par une espece de calotte qui envelope le bois coupé. Les fibres du chicot au contraire ne pouvant pas s'alonger, se dessechent, & deviennent extrêmement dures. C'est ce qui forme les nœuds dans le bois. On en voit souvent dans les planches de sapin, qui s'en détachent comme une cheville que l'on chasse de son trou. Le bois des arbres qui ont été souvent taillez est revêche (comme disent les Ouvriers) parcequ'il est tout traversé de gros chicots endurcis, dont les fibres n'ont pas la même direction que celle du reste du corps ligneux.

EXPERIENCE

Sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du Soleil reflechis par la Lune.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705. 26 Novembre. ON sçait qu'un assez grand nombre de personnes attribuënt à la Lune beaucop de qualités, sans avoir des raisons fondées sur de bonnes experiences. Je n'entreprendray point de faire le détail de ces qualités, ayant remarqué que presque tous ceux qui lui en attribuoient étoient de differens sentimens. Celle, à ce qu'il me semble, qu'on auroit pû lui attribuer avec plus de raison, auroit été la chaleur; parceque sa lumiere n'est que celle du Soleil reflechie qui en doit causer une, comme tout le monde sçait: Cependant comme on avoit point fait, que je sçache, d'experience pour détruire ni pour soûtenir les raisons qu'on auroit euës de lui attribuer cette qualité, j'ay fait celle qui suit le plus exactement qu'il m'a été possible pour sçavoir ce qu'on en devoit croire.

Au mois d'Octobre de cette année 1705, la Lune étant dans le Meridien le jour de son opposition, le Ciel étant fort serein, j'y exposay le miroir ardent de 35 pouces de diametre qui est à l'Observatoire, & vers le foyer je mis la boule d'un Thermometre à air de M. Amontons, qui est le plus sensible que nous ayons; ensorte que cette boule qui a 2 pouces de diametres recevoit exactement sur toute sa surface tous les rayons qui alloient se rassembler au foyer; & ayant examiné la hauteur du mercure dans le tuyau aprés l'y avoir laissé quelque tems, je ne la trouvay point differenre de ce qu'elle étoit auparavant, quoyque les rayons fussent rassemblés dans une espace 306 fois plus petit que leur état naturel, & qu'ils dussent par consequent augmenter la chaleur apparente de la Lune de 306 fois.

Il ſemble que ſi une experience comme celle-cy, où non-ſeulement on raſſemble les rayons de la Lune dans une eſpace 306 fois plus petit que leur état naturel, mais où on les oblige de ſe croiſer en ſe raſſemblant; ce qui augmente l'effet des ces rayons réünis, comme il eſt évident en expoſant le miroir au Soleil, ne nous montre aucune chaleur apparente, nous devons croire qu'elle ne peut pas faire ſur nos corps aucune impreſſion d'une chaleur ſenſible.

DU MOUVEMENT

DES PLANETES

SUR LEURS ORBES,

En y comprenant le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mémoires de 1700. j'ay déterminé les forces centrales ou les péſanteurs néceſſaires aux Planetes vers le dedans de leurs Orbes, pour les leur faire décrire dans tous les ſiſtêmes tant anciens que modernes; & alors je ne conſiderois que le mouvement de ces Planetes ſur les Orbes qu'on leur ſuppoſe d'ordinaire. Mais ſi lon y ajoûte le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie, en faiſant auſſi tourner ces Orbes ſur quelqu'un de leurs points; en ce cas le véritable mouvement de chaque Planete emportée par le mouvement circulaire de ſon Orbe autour de ce point fixe, pendant qu'elle parcourt ce même Orbe, ſe trouvera compoſé de ces deux-ci; & la force centrale de cette Planette vers ce point, propre à lui faire décrire la Courbe qui réſulte de cette compoſition de mouvemens, ſe trouvera auſſi compoſée de celles que ces deux mouve- 1705. 5. Decembre.

mens séparés requiérent vers ce même point. C'est ce que l'on va voir suivre immédiatement de cette Courbe, qui est la seule que la Planete puisse réellement décrire : La voici, quelque soit l'Orbe supposé de la Planete.

PROBLEME.

Une Courbe quelconque ALB *étant donnée, dont le plan se meuve de* A *vers* G *autour d'un de ses points* C *fixe sur le plan immobile* RSXZ, *pendant qu'un corps quelconque* L *décrit cet Orbe sur le plan mobile, lequel emportant avec lui ce corps* L, *lui fait réellement tracer une autre Courbe* AHIM *sur le plan immobile* RSXZ : *On demande la nature de cette Courbe* AHIM *formée par cette composition de mouvemens.*

FIGURE I. I. SOLUT. Imaginons l'arc *AL* tracé par le corps *L* sur le plan mobile *ALB*, pendant, que ce plan passe en *alb*. Il est visible que si l'on fait l'angle $LCl = ACa$, & qu'on prenne $Cl = CL$, le point *l* du plan fixe *RSXZ* sera celui où se rencontrera le point *L* de la Courbe *ALB* lorsque le plan mobile sera en *alb*, c'est à dire, le point où sera pour lors le corps *L* ou le point *décrivant*; & par conséquent un de ceux de la Courbe *AHlM* qu'il doit tracer sur le plan immobile *RSXZ* par le concours de son mouvement suivant *ALB* sur ce plan mobile, & de celui de ce plan de *A* vers *G* autour de son point fixe *C* sur le plan immobile R*SXZ*.

De même le plan mobile *ALB* étant en *alb*, si l'on conçoit qu'il contiuuë de ce mouvoir vers *G*, & qu'il passe en $\alpha\lambda\beta$ dans le tems que le corps *décrivant* parcourt *lf* sur ce plan, c'est à dire (en imaginant du centre *C* par *f*, l'arc de cercle λf *e FEOP*) dans le tems qu'il auroit décrit *LF* sur ce même plan, si ce plan fût demeuré en *ALB*; & qu'aprés avoir fait l'angle $fc\lambda = aC\alpha$, l'on prenne $C\lambda = Cf$; le point λ du plan fixe *RSXZ*, sera aussi celui où se rencontrera le point *f* de la Courbe *alb*, c'est à dire, le point *F* de la Courbe *ALB*, lorsque son plan mobile

ſera en $\alpha\lambda\beta$: De ſorte que $l\lambda$ ſera la partie de la Courbe $AHlM$, que le point *décrivant* tracera ſur le plan immobile $RSXZ$ dans le tems qu'il tracera lf ou LF ſur le plan mobile alb ou ALB, & que ce plan paſſera de alb en $\alpha\lambda\beta$. Par conſéquent en prenant cette partie lf ou LF de la Courbe donnée alb ou ALB pour infiniment petite, c'eſt à dire les poſitions alb & $\alpha\lambda\beta$ du plan mobile ALB, pour infiniment proches l'une de l'autre; l'on aura $l\lambda$ pour l'élément de la Courbe cherchée $AHlM$.

Si l'on prolonge les arcs circulaires lL & λF juſqu'à la rencontre des rayons Ca & $C\alpha$ en N & en O ; l'on aura auſſi NO pour l'élément d'une autre Courbe $AN\mathcal{Q}$, dont la rencontre N ou O avec l'un ou l'autre de ces arcs, déterminera le lieu a ou α de l'Apogée ou de l'Aphelie pour le tems que la Planete ſera en l ou en λ. C'eſt pour cela que cette Courbe s'appellera dans la ſuite *Déterminatrice de l'Apogée* ou *de l'Aphelie*. La précédente $AHlM$ s'appellera l'*Orbe immobile* ou *réelle* de la Planete ; & la donnée ALB, ſon *Orbe mobile* ou *ſuppoſé*.

II. Cette conſtruction donnera de plus les élemens $LE = le$, $EF = ef$, $PO = f\lambda$, de même que les angles $ACa = LCl = FCf$, $LCF = lCf$, $aC\alpha = fC\lambda$.

Donc en nommant AC, h; Aa, x; LC ou FC, r EF ou ef, dz; & $e\lambda$, dy ; l'on aura non-ſeulement LE ou $le = dr$; mais encore $\alpha C\,(h).\,OC\,(r) :: a\alpha\,(dx).\,PO$ ou $f\lambda = \frac{rdx}{h}$. Par conſéquent l'équation $dy = dz + \frac{rdx}{h}$, ou $dz = dy - \frac{rdx}{h}$ exprimera la nature de chacune des Courbes $AHlM$ & $AN\mathcal{Q}$, ſelon qu'on y ſubſtituëra la valeur de dx ou de dy, avec celle de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

III. Pour cela il faut conſiderer que puiſque (*hyp*) l'Apogée parcourt $a\alpha$ dans l'inſtant que la Planete parcourt $l\lambda$, ſi l'on ſuppoſe à la maniére de Kepler que les eſpaces ACa, ſont entr'eux comme les tems emploïés par l'Apogée à parcourir les arcs correſpondans Aa, & que les eſpace $AClHA$ ſont auſſi entr'eux comme les tems em-

ploïés par la Planete à parcourir les arcs correſpondans AHl: Cela (dis-je) ſuppoſé, les élémens comtemporains $aC\alpha$, $lC\lambda$, de ces eſpaces ſeront entr'eux en raiſon conſtante ; par éxemple $aC\alpha \left(\frac{bdx}{2}\right).\ lC\lambda \left(\frac{rdy}{2}\right) :: m.\ n.$ Ce qui donnera $dx = \frac{mrdy}{nb}$, & $dy = \frac{nbdx}{mr}$. Donc en ſubſtituant ſucceſſivement ces valeurs de dx, dy, dans l'équation générale $dz = dy - \frac{rdx}{b}$ de l'art. 2. l'on aura $dz = dy - \frac{mrrdy}{nbb} = \frac{nbb - mrr}{nbb} \times dy$, & $dz = \frac{nbdx}{mr} - \frac{rdx}{b} = \frac{nb - mr}{mb} \times dx$ pour les équations ſpécifiques des Courbes $AHlM$, ANQ, aprés que l'on y aura auſſi ſubſtitué la valeur de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

IV. Mais antérieurement à cela, & encore en général, l'analogie précédente (*art.* 3.) $\frac{bdx}{2} . \frac{rdy}{2} :: m.\ n.$ donnant $dx.\ dy :: \frac{m}{b} . \frac{n}{r}$, l'on aura auſſi $\frac{rdx}{b}$ $(OP).\ dy\ (\lambda e) :: \frac{mr}{bb} . \frac{n}{r} :: mrr.\ nbb.$ Donc les élémens contemporains PCO, $eC\lambda$, des eſpaces $ACNA$, $AClHA$; & par conſéquent auſſi ces eſpaces contemporains ſont entr'eux comme mrr eſt à nbb.

De plus l'analogie $\lambda e.\ OP :: nbb.\ mrr.$ *donnant* $\lambda e.\ \lambda e - OP\ (FE) :: nbb.\ nbb - mrr.$ l'on aura auſſi les eſpaces contemporains $AClHA.\ ACLA :: nbb.\ nbb - mrr.$ Donc les trois eſpaces contemporains $ACNA$, $AClHA$, $ACLA$, ſont entr'eux comme mrr, nbb, $nbb - mrr$, le ſecond valant les deux autres.

EXEMPLE.

V. Pour faire maintenant quelque uſage de ce que l'on vient de trouver en général, que l'Orbe mobile ALB ſoit une Ellipſe, dont $AB = a$ ſoit le grand axe ; & $DC = c$ la diſtance de ſes foyers C, D; ſon équation (par raport au foyer C) ſera $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, en ſuppoſant $bb = aa - cc$. Si l'on ſubſtituë cette valeur de dz dans

les deux dernières équations $dz = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$, $dz = \frac{\overline{nbb - mrr}}{mbr} \times dx$ de l'art. 3. elles se changeront en $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$, $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{mbr} \times dx$: c'est à dire que $dy = \frac{nbbbdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbbrdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiere est l'équation de l'Orbe immobile cherché $AHlM$, & la seconde est celle de la Courbe ANQ déterminatrice du mouvement de l'Apogée.

VI. On a vû dans les Mémoires de 1700. & de 1701. quelles doivent être les pésanteurs ou les forces centrales des Planetes vers un des foyers d'une Ellipse immobile pour la pouvoit décrire : Voici présentement quelles doivent être leur pésanteurs ou forces vers ce foyer C, où l'on suppose que le Soleil est placé, pour décrire comme dans l'art. 1. l'Orbe immobile $AHlM$ par le concours de leur mouvement autour de cette Ellipse, & de celui de cette Ellipse elle-même autour de ce foyer fixe C.

Soient t les tems emploïés par le corps l à décrire cette Courbe $AHlM$. L'on aura (*art.* 3.) chaque instant dt en raison de l'espace élémentaire $lC \times \left(\frac{rdy}{2}\right)$ décrit par le rayon Cl pendant cet instant, par éxemple, $dt = rdy$. Mais en nommant aussi $l\lambda$, ds; aN, dx $(-dr)$; & f, la force centrale tendante en C : la Regle générale des forces centrales des Mémoires de 1700. pag. 86. & 222. donnera ici $f = \frac{dsdds}{dxdt^2} = \frac{dsdds}{-dudt^2}$ pour cette Regle dans laquelle $lC \times \left(\frac{1}{2} rdy\right)$ ou dt doit être constant.

Cela posé, l'équation de la Courbe $AHlM$, trouvée dans l'art. 5. donnant $\frac{\overline{nbb - mrr}^2 \times \overline{4ar - arr - bb}}{nnbbb4.} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, donnera aussi $\frac{\overline{nnb - 2mnbbrr + mmrr} \times \overline{4ar - 4rr - bb}}{nnbbh^4} + \frac{nnbbb^4}{nnbbh^4} = \frac{ds^2}{dy^2}$ ou $\frac{ds^2}{rrdy^2} \left(\frac{ds^2}{dt^2}\right) =$

$$= \frac{nnh^4 - 2mnhhrr + mmrr \times 4ar - 4rr - bb + nnbbh^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \frac{4nnarh^4 - 4nnrrh^4 - 8mnar^3hh + 8mnhhr^4 + 2mnbbhhrr}{nnbbh^4rr}$$

$$\frac{+ 4mmar^5 - 4mmr^6 - mmhhr^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \left\{ \frac{4nnah^4 - 4nnrh^4 - 8mnarrhh + 8mnhhr^3 + 2mnbbhhr + 4mmar^4 - 4mmr^5 - mmbbr^3}{nnbbh^4r} \right.$$

. Donc en faisant dt constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} =$

$$= \left\{ \frac{\begin{matrix} -4nnrh^4 - 16mnarrhh + 24mnhhr^3 + 2mnbbhhr \\ + 16mmar^4 - 20mmr^5 - 3mmbbr^3 - 4annh^4 \\ + 4nnh^4r + 8arrmnhh - 8mnhhr^3 - 2mnbbhhr \\ - 4mmar^4 + 4mmr^5 + mmbbr^3 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. \times dr =$$

$$= \left\} \frac{\begin{matrix} -8mnarrhh + 16mnhhr^3 + 12mmar^4 \\ - 16mmr^5 - 2mmbbr^3 - 4annh^4 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. \times dr.$$

Donc enfin $\left\{ \frac{\begin{matrix} 4mnarrhh - 8mnhhr^3 - 6mmar^4 \\ + 8mmr^5 + mmbbr^3 + 2annh^4 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. = \frac{dsdds}{-drdt} = f$

qui exprimera la pésanteur ou la force centrale vers C nécessaire à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$. *Ce qu'il falloit trouver.*

VII. Si l'on veut maintenant que cette Planete l soit la Terre, & C le Soleil, ou réciproquement : le mouvement annuel de l'Aphelie, ou de l'Apogée se trouvera de 1'. 1''. 10'''. suivant le Pere Riccioli dans son Almag. T. 1. Liv. 3. Chap. 25. pag. 158. Donc puisque (*art.* 4.) $nhh . mrr :: \lambda e . OP :: \lambda Ce . OCP$. Et que ces angles instantanés & contemporains sont entr'eux comme leurs sommes annuelles, c'est à dire ici, comme une révolution entiere de 360. deg. de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, aux 1'.1''.10'''. du mouvement annuel de son Aphelie ou Apogée l'on aura $nhh m.rr :: 360. 1' + 1'' + 10''' ::$ $360^d.3670''' : : 77760000. 3670 : : 21188. \frac{4}{367} . 1.$ ou pour éviter la fraction, $nhh. mrr :: 21188. 1.$ ce qui donne $nhh = 21188\ mrr$. Donc en substituant cette valeur de nhh dans celle qu'on vient de trouver (*art.* 6.) de la force centrale

centrale (f) dont la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$, l'on aura ici . . . $\frac{897947434ar - 169496rr + bb}{448931344bbr}$, pour une pareille force centrale de la Terre l vers le Soleil C, ou du Soleil l vers la Terre C, selon qu'on fera mouvoir la Terre autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre.

VIII. Une semblable substitution de nhh (*art.* 7.) $= 21188mrr$ dans les équations $dy = \frac{nbhhdr}{nhh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbhrdr}{nhh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, les changera de même en $dy = \frac{21188bdr}{21187 \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{bhdr}{21187r \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la première exprimera l'Orbe immobile $AHlM$ de la Terre l autour du Soleil C, ou du Soleil l autour de la Terre C; & la seconde exprimera la Courbe ANQ déterminatrice de l'Aphelie de la Terre, ou de l'Apogée du Soleil.

HYPOTHÊSE

DE M. NEWTON.

IX. Voilà ce qui résulte du mouvement de l'Aphelie ou de l'Apogée a, comparé avec le mouvement effectif de la Planete l sur son Orbe immobile $AHlM$, en supposant à la maniere de Kepler, que les espaces $ACaA$ sont entr'eux, & les espaces $AClHA$ aussi entr'eux, comme les tems emploïés à les décrire par les rayons correspondans Ca, Cl. Voici maintenant ce qui résulte d'une pareille comparaison de ce mouvement effectif de la Planete l sur son Orbe immobile $AHlM$, avec celui qu'on suppose qu'elle a en L sur son Orbe mobile ALB, en supposant de même à la maniére de Kepler, que les espaces $AClHA$ sont ici entr'eux, & les espaces $ACLA$ aussi entr'eux, comme les tems que les rayons correspondans Cl, CL, emploïent à les décrire en tournant avec la Planete autour du point fixe C; ce qui rend ici les espaces $ACLA$ FIG. I.

en raison constante avec leurs correspondans $AClHA$. Par exemple, $p. q :: ACLA. AClHA :: \int\frac{LC \times EF}{2} . \int\frac{lC \times e\lambda}{2} :: \frac{LC \times EF}{2} . \frac{lC \times \lambda}{2} :: EF. e\lambda ::$ ang. LCF. ang. $l. C\lambda ::$ ang. ACL. ang. ACl. c'est à dire que l'angle ACL est à son correspondant $ACl :: p. q.$ ainsi que M. Newton l'a supposé dans son Traité *De Phil. Nat. Princ. Math.* Prop. 44. Cor. 1. pag. 135. Par conséquent aussi $p. q :: EF\ (dz).\ e\lambda\ (dy)$. Ce qui donne $\frac{pdy}{q} = dz$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ suivant cette hypothêse de M. Newton, en y substituant la valeur de dz résultante de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

EXEMPLE I.

X. Donc cet Auteur prenant, comme cy-dessus, cet Orbe mobile pour une Ellipse ordinaire, dont le mouvement de l'Aphelie se fait autour de son foyer C où il place le Soleil; & l'équation de cette Ellipse par raport à ce foyer, étant (*art.* 5.) $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$; l'on aura (*art.* 9.) $\frac{pdy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ de son hypothêse.

XI. Cette équation fournit le moyen de trouver tout d'un coup les pésanteurs ou forces centrales avec lesquelles la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe que cette équation exprime, sans avoir recours à ce qu'il lui en faudroit vers ce point pour décrire séparément l'Ellipse ALB, & séparément aussi pour le mouvement circulaire de cette Ellipse autour de ce point. En effet les noms, l'hypothêse de $dt = rdy$, & la Regle $f = \frac{dsdds}{-drdt^2}$, demeurant ici les mêmes que dans l'art. 6. cette équation $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $\frac{pdy\sqrt{4ar - 4rr - bb}}{bq} = dr$ de l'art. 10. donnera $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en fai-

ſant $dt\,(r\,dy)$ conſtante ſuivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{-4ppar + 2ppbb - 2qqbb}{qqbbr^3} \times dr$; ce qui donne $\frac{2ppar - ppbb + qqbb}{qqbbr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales cherchées, c'eſt à dire, de celles qui ſont neceſſaires vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile *AHlM*.

XII. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe *AHlM* vers C, étant donc ici comme les fractions correſpondantes $\frac{2ppar - ppbb + qqbb}{qqbbr^3}$, ou (en multipliant le tout par la fraction conſtante $\frac{qq}{pp}$) comme $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$; & ce qu'il lui en faudroit vers le même foyer C de l'Ellipſe *ABC* pour la décrire, étant auſſi (*Mem. de* 1700. *pag.* 223.) comme les fractions correſpondantes $\frac{2a}{bbrr}$ les différences des forces néceſſaires à ce même corps vers C, aux points correſpondans L, l, de ces deux Courbes, pour les décrire, ſeront de même entr'elles comme $\frac{qq - pp}{ppr^3}$, ou comme $\frac{1}{r^3}$ à cauſe de la fraction conſtante $\frac{qq - pp}{pp}$, c'eſt à dire, en raiſon réciproque des Cubes r^3 ($\overline{Cl}^3$) des diſtances de la Planete l au foyer C, ainſi que M. Newton (*Prop.* 44. *pag.* 133. *&c.*) l'a trouvé en prenant $\frac{pp}{rr}$ pour l'expreſſion de la force requiſe en L vers C pour décrire l'Ellipſe *ALB*, dont le paramétre du grand axe eſt $= \frac{bb}{a}$; & en trouvant à ſa maniére $\frac{pp}{rr} + \frac{qqbb - ppbb}{2ar^3}$ pour ce que la formation de la Courbe *AHlM* en éxige de même au point correſpondant l vers C dans le corps *décrivant* : Ce qui ſe déduit des expreſſions précédentes de ces forces ; puiſque $\frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3} :: \frac{pp}{rr} . \frac{pp}{rr} + \frac{qqbb - ppbb}{2ar^3}$.

XIII. L'on peut encore trouver la même choſe en cette ſorte. Toutes choſes demeurant les mêmes que cy-deſſus, ſoient menées aux points correſpondans quelconques L, l, FIG. II.

des Orbes *ALB*, *AHlM*, les tangentes *LV*, *lX*, qu'elles ſoient rencontrées en *R*, *S*, par les droites *FR*, λS, tirées d'autres points correſpondans *F*, λ, infiniment proches de ceux-là, & parallelement aux rayons *CL*, *Cl*.

Cela poſé, il eſt évident que ces petites lignes *RF*, $S\lambda$, ſeront parcouruës en tems égaux en vertu des forces requiſes vers *C* pour décrire ces deux Orbes ; puiſque (*hyp.*) ſi l'Ellipſe *ALB* étoit demeurée fixe, la Planete en auroit parcouru l'élément *LF* dans le même inſtant qu'elle parcourt effectivement l'élément correſpondant $l\lambda$ par le concours de ce mouvement & de celui de cette Ellipſe autour de ſon foyer *C*. Donc les forces centrales requiſes en *L*, *l*, vers ce point fixe *C*, pour la deſcription de ces deux Courbes, ſont entr'elles comme *RF* à $S\lambda$. Mais en nommant *LF*, dv; & le reſte comme cy-deſſus art. 2. & 6. on trouvera par les art. 9. & 10. pag. 25. & 26. des Mem. de 1701. que $RF = \frac{dzdrdv^2 + rdv^2ddz - rdzdvddv}{rdrdz}$ ſans y rien ſuppoſer de conſtant : De ſorte que ſubſtituant $ddz = -\frac{dzdr}{r}$ que donne rdz (dt) qu'on ſuppoſe ici conſtant, l'on aura $RF = -\frac{dvddv}{dr}$. On trouvera de même $S\lambda = -\frac{dsdds}{dr}$. Donc en ce cas les forces centrales requiſes en *L*, *l*, vers *C* pour la deſcription des Orbes *ABL*, *AHlM*, doivent être entr'elles : : $\frac{dvddv}{-dr} \cdot \frac{dsdds}{-dr}$. Or

10. L'Ellipſe *ALB* ayant $dv^2 = dr^2 + dz^2$, donnera $\frac{dvddv}{-dr} = \frac{drddr + dzddz}{-dr}$ (à cauſe que ſon équation $dr = \frac{gdz}{b}$ réſultante de l'art. 5. en ſuppoſant $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{dzdg + gddz}{br}$) $= \frac{drdzdg + gdrddz + bdzddz}{-bdr}$ (à cauſe que $rdz = dt$ conſtant, donne $ddz = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdz}{-r}$) $= \frac{-rdrdzdg + gdr^2dz + bdrdz^2}{brdr} = \frac{-rdzdg + gdrdz + bdz^2}{br}$ (à cauſe que la précédente équation de l'Ellipſe *ALB* donne $dz = \frac{bdr}{g}$) $= \frac{-grdrdg + ggdr^2 + bbdr^2}{ggr}$ (à cauſe que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$

donne $dg = \frac{2adr-4rdr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}} = \frac{2a-4r}{g} \times dr) = \frac{-2ar+4rr+gg+bb}{ggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar-4rr-bb$) $= \frac{-2ar+4rr+4ar+4rr-bb+bb}{ggr} \times dr^2$ $= \frac{2ardr^2}{ggr} = \frac{2a}{gg} \times dr^2$.

2°. L'Orbe immobile *AHlM* ayant aussi $ds^2 = dr^2 + dy^2$, donnera de même $\frac{dsdds}{-dr} = \frac{drddr+dyddy}{-dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{pgdy}{bq}$ résultante de l'art. 10. en supposant encore $g = \sqrt{4ar-4rr-bb}$, donne $ddr = \frac{pdydg+pgddy}{bq}$) $= \frac{pdrdydg+pgdrddy+bqdyddy}{-bqdr}$ (à cause que $rdy = dt$ constant, donne $ddy = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdy}{-r}$) $= \frac{-prdrdydg+pgdr^2dy+bqdrdy^2}{bqrdr}$ $= \frac{-prdydg+pgdrdy+bqdy^2}{bqr}$ (à cause que la précédente équation de l'Orbe immobile $AHlM$ donne $dy = \frac{bqdr}{pg}$) $= \frac{-ppgrdrdg+ppggdr^2+bbqqdr^2}{ppggr}$ (à cause que $g = \sqrt{4ar-4rr-bb}$ donne $dg = \frac{2adr-4rdr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}} = \frac{2a-4r}{g} \times dr$) $=$ $= \frac{-2ppar+4pprr+ppgg+qqbb}{ppggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar-4rr-bb$) $= \frac{-2ppar+4pprr+4ppar-4pprr-ppbb+qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $= \frac{2ppar-ppbb+qqbb}{ppggr} \times dr^2$.

Donc $\frac{dvddv}{-dr} \cdot \frac{dsdds}{-dr} :: \frac{2a}{gg} \times dr^2 . \frac{2ppar-ppbb+qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $:: \frac{2a}{bb} . \frac{2a}{bb} - \frac{pp+qq}{ppr} :: \frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$. Mais on vient de voir que les forces centrales requises en L, l, vers le point fixe C, pour la description des Orbes *ALB*, *AHMl*, sont ici $:: \frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr}$. Donc ces mêmes forces sont aussi entr'elles $:: \frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$. Ce qui donne encore $\frac{qq-pp}{ppr^3}$ pour leurs différences, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans l'art. 12.

XIV. Il eſt à remarquer que quoique cette ſeconde maniére de trouver le raport des forces requiſes aux points correſpondans *L*, *l*, vers *C*, pour décrire les Orbes *ALB*, *AHlM*, donne auſſi ces forces entr'elles comme $2ppar$ à $2ppar - ppbb + qqbb$; on n'en peut pas conclure de meme que leurs différences ſoient comme $qqbb - ppbb$; mais ſeulement que ces forces ſont à leurs différences, comme les deux derniers termes de cette analogie ſont à $qqbb - ppbb$ qui eſt la leur. La raiſon de cela vient de ce que $2ppar$, & $2ppar - ppbb + qqbb$, ne ſont pas (*art.* 12.) les véritables expreſſions de ces forces, mais ſeulement du raport qu'elles ont entr'elles : car aucune de ces forces ne ſuivant le raport d'aucun de ces termes, la différence de ces forces ne doit point ſuivre non-plus le raport de la différence de ces termes ; il faudroit pour cela que chacune de ces forces ſuivît le raport de chacun de ces termes, c'eſt à dire, de celui d'entr'eux qui l'exprimeroit.

EXEMPLE II.

XV. Si l'on veut maintenant que le centre *C* des forces de la Planete *l*, ſoit auſſi celui de l'Ellipſe *ALB*, autour duquel cette Ellipſe tourne pendant que la Planete la parcourt, l'on aura $dz = \frac{2aaldr}{\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}$ pour l'équation au centre de cette Ellipſe, en ſuppoſant ici ſon grand axe $= 2a$, & le parametre de cet axe $= 2l$. Cette valeur de dz étant ſubſtituée dans l'équation générale $dz = \frac{pdy}{q}$ de l'Orbe immobile *AHlM*, réſultante (*art.* 9.) de l'hypothêſe de M. Newton, l'on aura $\frac{pdy}{q} = \frac{2aaldr}{\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}$, ou $\frac{pdy\sqrt{\overline{2arr-2aal}\times\overline{2aal-2rrl}}}{2aaql} = dr$. Ce qui donne $ds^2 (dr^2 + dy^2)$ $= \frac{p\,\overline{rr-a}\times\overline{aa-rr}}{a^3qql}\times dy^2 + dy^2 = \frac{ppaarr - ppr^4 - ppa^3l + ppa\,rl + qqa^3l}{qqa^3rrl}$ $= \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faiſant dt (rdy) con-

ſtante ſuivant l'hypothêſe, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppaar^3 - 4ppr^3 + 2ppar^3l - 2ppaar^3 + 2ppr^5 + 2ppa^3lr - 2ppar^3l - 2qqa^3r}{qqa^3r^4l} \times dr$ $= \frac{-2ppr^4 + 2ppa^3l - 2qqa^3l -}{qqa^3r^3l} \times dr$; d'où réſulte $\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l}$ Ce $\frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales cherchées, c'eſt à dire, requiſes vers le centre C de l'Ellipſe qu'on ſuppoſe ſe mouvoir autour de ce point, pour décrire (en la parcourant) l'Orbe immobile $AHlM$.

XVI. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHlM$ vers le centre de l'Ellipſe ALB, ſont donc ici comme les fractions correſpondantes $\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l}$, ou (en multipliant par qql conſtante) comme $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$. Mais on a vû dans les Mémoires de 1700. art. 9. pag. 88. que les forces requiſes vers le centre C de l'Ellipſe ALB pour la décrire ſur un plan fixe dans la préſente hypothêſe de M. Newton, ſeroient comme $\frac{2r}{a^3p}$, c'eſt à dire ici comme $\frac{r}{a^3l}$, parceque le parametre $p = 2l$; c'eſt à dire auſſi (en multipliant cette fraction par la grandeur conſtante ppl) comme $\frac{ppr}{a^3}$. De ſorte que $\frac{ppr}{a^3}$ & $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$ ſeront les expreſſions de cette force, & de l'autre neceſſaire auſſi vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe $AHlM$, ainſi que M. Newton l'a dit dans le Cor. 3. de ſa Prop. 44. pag. 136.

EXEMPLE III.

XVII. M. Newton parle encore d'un autre éxemple qui conſiſte en une Courbe $AHlM$ décrite par le mobile L mû de A vers B le long du côté AB de l'équerre CAB, pendant que cette équerre tourne autour d'un point fixe quelconque C de ſon autre côté AC, de maniére que les eſpaces $ACLA$ ſont encore ici entr'eux, & les eſpaces $AClHA$ auſſi entr'eux, comme les tems emploïés à FIG. III.

les tracer. D'où l'on voit que les eſpaces contemporains $ACLA$ & $AClHA$ déterminés par l'arc de cercle Ll décrit du centre C, & par conſéquent auſſi leurs élemens contemporains LCF, $lC\lambda$, ou (ce qui revient au même) les arcs FE, λe, ſont encore entr'eux en raiſon conſtante, par exemple comme p eſt à q.

Si l'on veut maintenant trouver les forces centrales requiſes au corps l vers C, pour décrire d'un ſeul mouvement la Courbe $AHlM$; ſoient encore $AC = h$, CL ou $Cl = r$, $FE = dz$, $\lambda e = dy$, $l\lambda = ds$, $t =$ au tems employé à décrire l'arc AHl; lequel tems étant (*hyp.*) par tout comme l'eſpace correſpondant $AClHA$, donne auſſi par tout les élémens $lC\lambda$ $\left(\frac{rdy}{2}\right)$ de cet eſpace comme les inſtants (dt) emploïés à les parcourir, c'eſt à dire, dt par tout en raiſon de rdy, ou $dt = rdy$.

Cela étant, les triangles ſemblables LAC, LEF, donneront $LC\,(r).\,AC\,(h) :: LF\left(\frac{rdr}{\sqrt{rr-hh}}\right).\,FE\,(dz) = \frac{hdr}{\sqrt{rr-hh}}$. Mais l'hypothêſe précédente de M. Newton donne auſſi $q.\,p :: dy.\,dz = \frac{pdy}{q}$. Donc on aura $\frac{pdy}{q} = \frac{hdr}{\sqrt{rr-hh}}$, ou $dr = \frac{pdy\sqrt{rr-hh}}{qh}$. Par conſéquent $\frac{pprr-pphh}{qqhh} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{pprr-pphh+qqhh}{qq\,hrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$, Donc en faiſant dt (rdy) conſtante ſuivant la Regle $f = \frac{ds\,dds}{-dr\,dt^2}$ de l'art. 6. l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppr^3dr - 2ppr^3dr + 2pphhrdr - 2qqhhrdr}{qqhhr^4} = \frac{2pp-2qq}{qqr^3} \times dr$. Ce qui donne $\frac{qq-pp}{qqr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales requiſes au corps l vers C pour décrire la Courbe $AHlM$. D'où l'on voit que ces forces doivent être par tout en raiſon réciproque des Cubes des diſtances de ce corps l au centre C, ainſi que M. Newton l'a dit dans le Corol. 6. de ſa Prop. 44. pag. 137.

Remarque.

XVIII. Telle eſt la facilité avec laquelle la Regle des forces centrales rapportée dans l'art. 6. peut réſoudre tous les

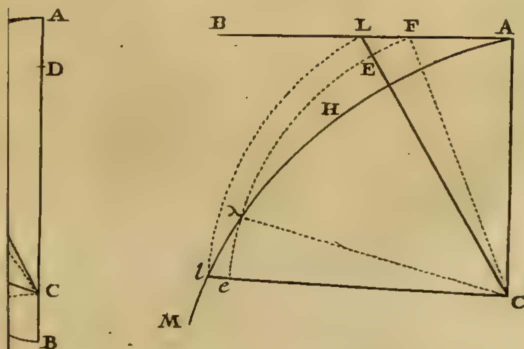


Fig. 3

Fig. 1re

Fig. 2

Fig. 3

les éxemples de M. Newton, avec une infinité d'autres concernant de même les forces centrales requiſes dans l'hypotêſe de Kepler & de M. Newton, pour décrire telles Courbes qu'on voudra ſur des plans mobiles autour d'un de leurs points quelconque, ſans ſe mettre en peine de ce que ces Courbes en requiérent ſur des plans immobiles, ni de ce que le mouvement circulaire de ces plans en requiert pour ſa part.

Cette Regle & les autres que l'on trouvera dans les Mémoires de 1700. pag. 236. & 237. avec les regles générales qu'on peut encore tirer des Mémoires de 1701. pag. 27. 29. 31. 35. & 36. donneront de même dans les autres ſyſtêmes d'Aſtronomie, tant anciens que modernes, les forces centrales requiſes dans le cas du mouvement de la Planete ſur ſon Orbe mobile, compliqué avec celui de cet Orbe ou de l'Apogée, en obſervant de faire conſtant les termes que chacune de ces Regles éxige.

Quant aux conſéquences que l'expreſſion $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$ ou $\frac{pp}{rr} + \frac{bbqq-bbpp}{2ar^3}$ de la péſanteur ou force centrale que doit avoir la Planete l vers C dans l'art. 12. pour décrire l'Orbe $AHlM$, fournit à M. Newton par raport à l'*angle au centre* (c'eſt ainſi qu'il appelle l'angle en C que les lignes de l'Aphelie & du Perihelie doivent faire entr'elles, ſelon les différentes raiſons qu'il fait ſuivre à cette force, en ſuppoſant cet Orbe $AHlM$ preſque circulaire, on les peut voir ces conſéquences dans la Prop. 45. pag. 137. de ſon Livre *De Phil Nat. Princ. Math.* Ainſi nous ne nous arrêterons pas davantage.



PROBLÊME DE CHIMIE.

Trouver des Cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer.

PAR M. GEOFFROY.

COmme je cherchois à faire defferens mélanges de matieres terreuses avec l'huile de lin pour examiner avec soin la production artificielle du fer rapportée dans le Mémoire que j'ay donné le 11. Novembre 1704, je me proposay en premier lieu de mêler cette huile avec une terre entierement dépoüillée de sels, de parties vitrioliques, & de parties ferrugineuses.

Je crus l'avoir parfaitement trouvée dans des cendres de bois bien calcinées & lessivées exactement : lorsque venant à examiner ces cendres avec le coûteau aimanté, avant que de faire le mêlange, je fus surpris de les trouver remplies d'une tres-grande quantité de parcelles de fer.

J'attribuay d'abord ces parties de fer aux plaques des cheminées, aux grilles des fourneaux, & aux instrumens avec lesquels on attise le feu, & je rejettay cette matiere comme peu propre à mon dessein.

Je travaillay donc avec beaucoup de précaution à faire de nouvelles cendres avec du bois que je brûlay sur une pierre, éloignant de mon feu tous les instrumens de fer: Mais cette précaution n'empêcha pas que je n'y trouvasse quelques parcelles de fer.

Je commençay pour lors à soupçonner que le fer pourroit bien être produit dans l'embrasement du bois. Cependant comme j'avois quelque scrupule, parceque ce bois qui étoit de chêne avoit été scié en tres-petits morceaux, & que je craignois que ce fer ne vînt de la scie ; je pris de nouvelles précautions pour faire des cendres qui

ne puſſent être ſoupçonnées d'avoir emprunté du fer d'aucun endroit que de leur propre ſein. Pour cela je fis brûler dans une grande baſſine de cuivre quelques bottes de ſarment avec quantité d'herbes ſeches, & je trouvay de même dans les cendres qui me reſterent de petites parties de fer.

Quoique les differentes experiences que j'ay réïterées ſur cette matiere avec toute la précaution poſſible me faſſent regarder comme une choſe impoſſible de faire des cendres ſans faire auſſi du fer, j'ay crû cependant ne devoir encore avancer cette propoſition que comme une choſe problematique, juſqu'à ce que mes experiences euſſent été confirmées par d'autres.

Il faut obſerver que pour découvrir plus aiſément les parcelles de fer qui ſont ordinairement diſperſées en petite quantité dans beaucoup de cendres, il faut faire une aſſez grande quantité de cendres bien calcinées, les jetter dans beaucoup d'eau, les bien agiter dans cette eau; & aprés les avoir laiſſé repoſer un inſtant, pour donner le tems aux parties de fer de tomber au fonds, il faut verſer l'eau par inclination. On continuëra à y remettre de nouvelle eau, juſqu'à ce quelle ne paroiſſe preſque plus ſe troubler. Pour lors on fera ſecher ce qui reſte; & en promenant dedans le coûteau aimanté, on y découvrira aiſément les parcelles de fer qui étoient dans les cendres.

Il m'a paru que les matieres qui ne brûloient pas ſi promptement & qui rendoient beaucoup de fumée, comme les herbes & les bois durs, donnoient plus de fer dans leurs cendres que les matieres qui brûloient promptement & qui faiſoient un feu clair, comme le ſarment de vigne bien ſec.



CONSTUCTION

DES QUARRÉS MAGIQUES

Dont la racine est un nombre pair.

PAR M. DE LA HIRE.

LEs Quarrés magiques dont la racine est un nombre pair, ont toûjours paru plus difficiles à construire que ceux des nombres impairs ; & M. Bachet qui avoit trouvé une regle generale pour les impairs, avouë qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le satisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuscrit de Moscopule, dont j'ay parlé dans la Construction des impairs, une regle pour les nombres pairement pairs, laquelle est tres-facile ; & dans un autre fragment separé, il y avoit seulement deux exemples des nombres pairement impairs sans aucun discours. La regle de Moscopule pour les pairement pairs, est la même que celle dont M. Frenicle s'est servi, & la plûpart des autres qui ont écrit sur cette matiere, hormis dans les Quarrés qui sont faits par enceintes.

Je ne proposeray icy que quelques regles generales pour former ces Quarrés, d'où l'on tire un tres-grand nombre de constructions differentes, & dont celles que j'ay vûës jusqu'à present ne sont que des cas particuliers : elles pourront aussi servir de modele pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux sortes de nombres pairs, dont les uns sont pairement pairs, qui se peuvent diviser en quatre parties égales ; & les autres qu'on appelle pairement impairs, qui ne se peuvent diviser qu'en deux seulement, les regles generales que je propose dans l'idée des impairs que j'ay données, demandent quelque changement à l'operation pour donner aux pairement impairs leur perfection.

Pour les Quarrés dont la Racine est un nombre pairement pair.

PROPOSITON I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compose ces Quarrés de deux Quarrés primitifs, comme j'ay fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres simples de la racine repetés autant de fois qu'il y a de bandes, & dans l'autre j'y mets aussi les nombres de la racine repetés de même.

Dans la premiere bande horizontale je place d'abord dans la moitié de ses cellules quelqu'un des nombres de la racine, comme 4 dans le Quarré qui a 12 pour racine, & dans l'autre moitié je les remplis du nombre complément de 4 jusqu'à la somme 13 du premier & du dernier de la racine, qui sera 9.

Dans la seconde bande je place les mêmes nombres que dans la premiere, mais en sens contraire, ensorte que les six premieres cellules seront remplies du nombre 9, & les six dernieres du nombre 4, comme on voit dans la figure.

Primitif.

4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	12	12	12	12	12	12
12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1
11	11	11	11	11	11	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	11	11	11	11	11	11
6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3

Dans la troisiéme bande horizontale je prends à volonté quelqu'autre nombre de la même racine, comme 1

dont je remplis auſſi la premiere moitié des cellules de cette bande, & je mets dans l'autre moitié le complément de ce nombre lequel eſt 12. Dans la quatriéme bande je mets 12 dans les ſix premieres cellules, & 1 dans les ſix dernieres.

Je fais la même choſe pour la cinquiéme & ſixiéme bande, en prenant auſſi à volonté quel nombre de la racine on voudra avec ſon complément. Et en pourſuivant de même à remplir toutes les bandes horizontales, on aura tout le Quarré rempli de tous les nombres de la racine pris chacun douze fois, & ce Quarré ſera un Quarré magique parfait.

Je forme l'autre Quarré primitif avec les nombres des racines en commençant à 0, & de la même maniere que le précédent ; mais en plaçant dans les bandes verticales les nombres comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, ſans qu'il ſoit beſoin de l'expliquer plus au long.

Primitif.

2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6

Il eſt auſſi évident que ce Quarré ſera parfait, car les nombres des racines ſeront tous ſans être repetés dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant ſi l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrés dans l'ordre où elles ſont, en ſubſtituant la valeur des racines où ſont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	54	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	55	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	56	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	53	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	57	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	58	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonſtration de ce Quarré parfait eſt évidente par la conſtruction ; car il eſt facile à voir que le même nombre ne peut pas ſe rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puiſque chacun des primitifs eſt parfait, auſſi le composé des deux par l'addition ſera parfait.

Pour ce qui eſt des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles ſont en tres-grand nombre, puiſque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de differentes diſpoſitions des nombres dans differentes bandes, & chacune de ces variations ſe doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre ; ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrés primitifs, enſorte que ſi les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations ſera 10000.

Si l'on faiſoit le premier des primitifs comme on a fait le ſecond, & le ſecond comme on a fait le premier, on auroit toûjours la même diſpoſition du Quarré parfait,

mais seulement renversé, ce que nous ne comptons pas pour un Quarré différent.

PROPOSITION II.

On peut encore construire ce Quarré d'une autre maniere differente de la précedente, mais qui y a du rapport.

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Parfait.

53	13	20	44	36	28	5	61
52	12	21	45	37	29	4	60
14	54	43	19	27	35	62	6
11	51	46	22	30	38	59	3
9	49	48	24	32	40	57	1
16	56	41	17	25	33	64	8
55	15	18	42	34	26	7	63
50	10	23	47	39	31	2	58

On prendra entre les nombres simples de la racine deux nombres tels qu'on voudra, qui soient complemens l'un de l'autre jusqu'à la somme des extrêmes pour former la premiere bande horizontal. On en placera un dans le premier & le dernier quart de la bande, & l'autre dans les deux quarts du milieu.

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres, mais en sens contraire, c'est à dire que celui qui étoit au milieu se mettra au premier & au dernier quart, & celui qui étoit aux extrêmes se mettra au milieu.

Les bandes suivantes se feront de la même maniere jusqu'à la fin, en mettant toûjours dans deux bandes de suite les mêmes nombres, & tels qu'on voudra, pourvû qu'ils soient complémens l'un de l'autre.

Le second Quarré primitif se fera de la même maniere avec les racines & le o, en mettant les nombres des racines dans les verticales, de même qu'on les a mis dans les horizontales pour le premier primitif.

De ces deux Quarrés primitifs on

on en fera le Quarré parfait par la combinaison des nombres des cellules correspondantes, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Proposition.

Tout ce que j'ay dit de la démonstration & des variations de ces Quarrés dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut aussi tirer de la Proposition précedente une autre Construction de ces Quarrés.

J'appelle *bandes correspondantes* les extrêmes de la même espece, soit horizontales ou verticales, & celles qui en sont également éloignées.

Pour l'un des Quarrés primitifs ayant disposé la premiere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précedente Proposition, on mettra celle qui la devroit suivre suivant cette Proposition, dans la bande correspondante. Ensuite on placera dans la seconde bande horizontale d'autres nombres suivant les conditions de la même Proposition, & celle qui la devroit suivre sera placée dans la bande correspondante. On fera de même pour les autres, & ainsi tout le Quarré sera rempli des nombres qui lui conviennent, & il sera disposé comme il faut.

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

On fera la même chose pour le second primitif, en observant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce second Quar-

Parfait.

56	24	25	57	1	33	48	16
55	23	26	58	2	34	47	15
11	43	38	6	62	30	19	51
13	45	36	4	60	28	21	53
12	44	37	5	61	29	20	52
14	46	35	3	59	27	22	54
50	18	31	63	7	39	42	10
49	17	32	64	8	40	41	9

ré ſera auſſi diſpoſé magiquement avec ſes nombres.

Maintenant ſi l'on combine ces deux Quarrés, comme on a dit cy-devant, en ſubſtituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La conſtruction du Quarré parfait, qui réſulte de la combinaiſon de ces deux Quarrés primitifs, eſt évident, puiſque tous les nombres de l'ordre ſeront dans toutes les bandes d'une même eſpece & dans les diagonales, & que dans les autres bandes les nombres y ſeront diſpoſés de telle maniere que les mêmes ſe trouveront avec toutes les differentes racines. Ce que j'ay dit des variations des autres conſtructions ſe doit entendre de même de celle-cy.

PROPOSITION IV.

On peut encore conſtruire ces Quarrés d'une autre maniere.

On diſpoſera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, enſorte que tous les nombres ſimples de la racine y étant placés comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en ſeront également éloignés, faſſent une ſomme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui ſont les correſpondans.

Dans la ſeconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un ſens contraire ; enſorte que celui qui étoit le premier ſoit le dernier, & ainſi des autres.

La troiſiéme bande ſera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre ; & la quatriéme ſera

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

27	37	25	34	39	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

la même que la seconde. On pourſuivra de même en repetant ces bandes juſqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré ſe fera en renverſant ſeulement la premiere moitié, enſorte que la derniere bande eſt la même que la premiere; la penultiéme comme la ſeconde, & ainſi des autres.

Pour l'autre primitif on en diſpoſera auſſi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, enſorte que les extrêmes & les également éloignés des extrêmes faſſent une ſomme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres : les autres bandes verticales ſe placeront dans ce ſecond Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrés primitifs ſeront diſpoſés comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une ſomme égale : C'eſt-pourquoy en combinant ces Quarrés, & en ſubſtituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette conſtruction fait voir la démonſtration de l'operation ; car dans les bandes d'une même eſpece dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y ſont placés alternativement, enſorte que ceux d'un Quarré ne ſçauroient ſe rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui eſt du nombre des variations de ce Quarré par cette methode, il eſt évident que la premiere bande dans l'un des Quarrés primitifs où tous les nombres ſe trouvent, ſe peut varier ſuivant les conditions dans nôtre

exemple de 8 de racine en 360 manieres, & de même dans l'autre primitif : C'eſt-pourquoy le nombre des variations de ce Quarré de 8, ſera le Quarré de 360 qui eſt 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui ſont diametralement oppoſées comme dans ceux de la précedente Propoſition, ſont partout une ſomme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plûpart des methodes qu'on a données juſqu'à preſent pour conſtruire ces ſortes de Quarrés ne ſont que des cas de ces deux Propoſitions, & c'eſt lorſque les nombres qui ſont tous differens dans la même bande ſont placés de ſuite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. leſquels ſe trouvent diſpoſés ſuivant la regle de ces conſtructions, car les également éloignés des extrêmes ſont toûjours une même ſomme.

PROPOSITION V.

On peut encore faire ces Quarrés d'une autre maniere.

On diſpoſera l'un des Quarrés primitifs de la même maniere que le premier de la quatriéme Propoſition, & l'autre de la même maniere que le premier de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition : ou bien l'un comme le ſecond de la quatriéme Propoſition, & l'autre comme le ſecond de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition, comme on le peut voir dans l'exemple ſuivant.

1. Primitif, comme le 2. de la 2. Propoſition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. Primitif, comme le 2. de la 4. Propoſition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait se fera par la combinaison des deux primitifs, comme on a fait les autres précedens.

La démonstration en est aussi évidente par les raisons des précedentes Propositions, en considerant que dans ces primitifs les nombres des cellules correspondantes sont tous differens ; ce qui dépend de l'ordre dans lequel ils sont placés.

On voit que par ces combinaisons differentes il se formera un tres-grand nombre de differens Quarrés.

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progression interrompuë.

Ayant formé le Quarré parfait par quelqu'une des methodes précedentes, comme par la cinquiéme Proposition, en faisant l'un des primitifs comme le premier de la troisiéme Proposition, & le second comme le premier de la quatriéme Proposition ; si l'on ajoûte quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui sont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres suivra la même progression que l'autre moitié : mais cette progression sera interrompuë en ce que le plus petit des plus grands surpassera de 8 le plus grand des moindres ; ce qu'on peut voir dans l'exemple suivant.

Parfait.

59	61	1	2	7	8	60	62
54	52	16	15	10	9	53	51
27	29	33	34	39	40	28	30
22	20	48	47	42	41	21	19
46	44	24	23	18	17	45	43
35	37	25	26	31	32	36	38
14	12	56	55	50	49	13	11
3	5	57	58	63	64	4	6

Parfait dans la progreſſion interrompuë.

66	68	1	2	7	8	67	69
61	59	16	15	10	9	60	58
27	29	40	41	46	47	28	30
22	20	55	54	49	48	21	19
53	51	24	23	18	17	52	50
42	44	25	26	31	32	43	45
14	12	63	62	57	56	13	11
3	5	64	65	70	71	4	6

Cette Propoſition eſt évidente, puiſque dans les primitifs qui ont ſervi à faire le Quarré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui ſont complémens les uns des autres.

COROLLAIRE.

On pourra auſſi ajoûter à tous les nombres de la premiere moitié, qui ſont les moindres nombres du Quarré parfait, tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié auſſi tel nombre qu'on voudra, pourvû que le nombre ajoûté à la derniere moitié ſoit plus grand que le nombre ajoûté à la premiere; car ſans cela il y auroit des nombres repetés dans le Quarré quoiqu'il fût parfait.

PROPOSITION. VII.

S'il y a un Quarré de nombres dans l'ordre naturel, enſorte que chaque bande horizontale ſoit dans la même progreſſion Arithmetique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales ſoient auſſi chacune dans une même progreſſion Arithmetique telle qu'on voudra, comme on voit icy dans le Quarré de 4 de racine; on pourra faire un Quarré parfait avec ces nombres, & en pluſieurs manieres.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toûjours en augmentant comme on voudra.

Nombres donnés.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	20	12
4	28	22	14

Requis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

On prendra la plus petite des deux progreſſions, qui eſt icy 2, dont on formera comme avec des nombres ſimples un Quarré primitif, & ces nombres ſeront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif ſera fait avec les racines à l'ordinaire 0, 1, 2, 3. Ces deux primitifs ſe feront par quelqu'une des methodes précedentes. De ces deux Quarrés primitifs on en fera le parfait, en ſubſtituant la valeur des racines qui ſeront icy 8, qui eſt le plus grand terme du premier primitif.

Enſuite comme le premier terme du Quarré parfait eſt 2, ſa difference à 7 qui eſt le premier des donnés, eſt 5; on ajoûtera 5 aux quatre premiers termes du Quarré parfait 2, 4, 6, 8, en les laiſſant à leur place dans ce Quarré.

Maintenant la ſeconde ligne des nombres donnés commençant par 16 dans l'ordre de la progreſſion 2 qu'on a priſe, & ſa difference à 10 qui eſt le ſuivant aprés 8 dans le Quarré parfait, étant 6, on l'ajoûtera aux quatre nombres ſuivans 10, 12, 14, 16 de ce Quarré parfait, & on les laiſſera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres ſuivans, en prenant la difference entre 18 & 25 qui eſt 7, qu'on ajoûtera aux ſuivans du Quarré parfait 18, 20, 22, 24, & ainſi juſqu'à la fin, & le Quarré ſe trouvera rempli avec les nombres donnés comme il eſt réquis.

On remarquera qu'il faut tantôt ajoûter & tantôt ôter la difference aux nombres du Quarré parfait, ſelon la grandeur des termes donnés par rapport à ceux de la progreſſion dont on a formé le premier primitif.

On pourra auſſi faire la même choſe avec l'autre progreſſion 9, & les autres nombres du premier Quarré primitif ſeront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 36.

La construction de ce Quarré est fondée sur les mêmes raisons que celles de la précedente Proposition ; c'est pourquoy elle est bonne.

On voit aussi qu'on peut donner autant de constructions differentes de ce Quarré, qu'on en peut former par les differentes dispositions des primitifs.

COROLLAIRE.

On pourra aussi interrompre par la moitié l'un des ordres des progressions données, comme si l'on avoit les nombres donnés dans l'ordre naturel comme ils sont icy.

7	9	11	13
16	18	20	24
31	33	35	37
40	42	44	46

Mais alors il faudra former le primitif des nombres simples avec les termes de la progression qui est de suite dans la même ligne ; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait cy-dessus, on en fera le requis en ajoûtant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les differences d'avec les nombres donnés, ce qui suit de cette Proposition. Ce cas sera la converse de la Proposition VI. ce qui est facile à voir.

REMARQUES.

Dans les Quarrés faits par toutes les Propositions précedentes, on pourra transporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifferemment, soit correspondantes ou non, pourvû que les nombres des diagonales se trouvent toûjours bons.

Il est aussi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, ensorte que tel nombre qu'on voudra se trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la construction des Quarrés d'une racine pairement impaire.

PROPOSITION

PROPOSTION VIII.

Construction des Quarrés pairement impairs.

Quarré imparfait.

A

8	91	5	97	2	9	94	6	100	3
63	40	56	34	69	67	37	65	31	68
18	81	15	87	12	19	84	16	90	13
53	50	56	44	59	52	47	55	41	58
28	71	25	77	22	29	74	26	80	23
C 78	21	75	27	72	79	24	26	30	74 D
43	60	46	54	49	42	57	45	51	48
80	11	35	17	82	89	14	86	20	83
33	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	92	99	4	96	10	93

B

Parfait.

8	110	6	94	9	92	97	5	91	3
33	40	66	34	62	69	37	65	31	68
88	81	15	87	12	19	84	16	90	13
43	50	56	44	59	52	47	55	41	23
78	21	25	77	22	29	74	26	80	73
23	71	75	27	72	79	24	76	30	48
53	60	46	54	49	42	57	45	51	48
18	11	85	17	82	89	14	86	20	83
63	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	99	2	4	96	10	93

On fera d'abord les deux Quarrés primitifs de ce Quarré par la quatriéme Propoſition, en prenant quel ordre on voudra dans les nombres; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait; comme on le voit icy dans celui de racine 10.

Enſuite dans la bande horizontale ſuperieure & dans la premiere verticale qui eſt à gauche, on laiſſera les angles à leur place, & l'on tranſportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans ſa cellule correſpondante, enſorte que ceux qui étoient également éloignés des extrêmes le ſoient encore aprés la tranſpoſition, & à même diſtance des extrêmes.

On fera une ſemblable tranſpoſition des deux ſeuls nombres du milieu de la ſeconde bande horizontale ſuperieure & de la derniere, & de même de la ſeconde bande verticale à gauche & de la derniere à droite.

Enfin aprés ces changemens on tranſportera le nombre qui ſe trouvera dans la cellule marquée *A* de la premiere bande horizontale ſuperieure, laquelle eſt la premiere de

la ſeconde moitié de la bande, à ſa cellule oppoſée marquée *B* de la derniere horizontal, & réciproquement le nombre qui eſt en bas ſe mettra en haut. On fera la même tranſpoſition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui ſont les premieres cellules de la moitié inferieure dans les deux verticles extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré ſera parfait, comme on le voit icy.

Ces Quarrés ſe trouveront variés en pluſieurs manieres, tant par celles des Quarrés primitifs, que par la tranſpoſition de quelques bandes aprés que le Quarré ſera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrés Magiques par enceintes

Cette eſpece de Quarrés pairs doit toûjours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car ſi l'on en ôtoit une enceinte, il ne reſteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules; qui ne peut pas être magiques de quelques nombres qu'on puiſſe le compoſer. Il faut donc toûjours commencer ces Quarrés en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant diſpoſé dans les cellules du Quarré propoſé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales font une progreſſion Arithmetique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la ſeptiéme Propoſitition. Le reſte du Quarré naturel étant diviſée par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui ſont neceſſaires pour la remplir, enſorte qu'elles faſſe encore un Quarré parfait étant ajoûtée au premier & aux précedens.

On pourra ſe ſervir commodément pour avoir la diſpoſition des nombres de chaque enceinte, de la Methode que j'ay donnée pour les impairs, en operant ſur les complémens des nombres juſqu'à la moitié de la ſomme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres differentes de former ces enceintes

Mais il y a encore d'autres diſpoſitions de ces Quarrés ; en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples ſuffiront pour donner une connoiſſance parfaite de cette methode.

Quarré naturel

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	2[illegible]	30
31	32	33	34	53	36

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

$1 + 17\frac{1}{2} - 36$
$2 + 16\frac{1}{2} - 35$
$3 + 15\frac{1}{2} - 34$
$4 + 14\frac{1}{2} - 33$
$5 + 13\frac{1}{2} - 32$
$6 + 12\frac{1}{2} - 31$
$7 + 11\frac{1}{2} - 30$
$12 + 6\frac{1}{2} - 25$
$13 + 5\frac{1}{2} - 24$
$18 + \frac{1}{2} - 19$

Dans cet exemple de Quarré qui a 6 pour ſa racine, & qui eſt diſpoſé dans l'ordre naturel, on prendra les 16 nombres du milieu, dont on formera le Quarré parfait par la ſeptiéme Propoſition, comme on le voit icy. Mais on remarquera que ce Quarré ſe peut faire en bien des manieres differentes.

Enſuite on écrira les nombres reſtans les uns d'un côté & leurs complémens de l'autre ; ce qui formera deux lignes avec leurs differences entre deux juſqu'à la moitié de la ſomme du premier & du dernier qui eſt 37, comme on peut le voir icy, & comme on a fait pour les impairs.

Et ayant poſé à volonté le nombre 7 pour l'un des angles de l'enceinte, & 13 pour l'autre, on cherchera avec leurs differences & avec les autres, deux lignes qui faſſent chacune une ſomme égale à o. Ces deux lignes repreſenteront les nombres de la bande horizontale ſuperieure & de la verticale à gauche,

angles.

$+ 11\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}. + 12\frac{1}{2} - 13\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 16\frac{1}{2} = 0$

$+ 11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}. + 17\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} - 14\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} = 0$

les angles ſe trouvent placés de ſujétion ; mais pour les nombres entre-deux, on les diſpoſera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nom-

bres posés, dans les cellules qui sont directement à l'opposite de ceux qui sont placés.

7	32	6	18	35	13
1					36
34					3
33					4
12					25
24	5	31	19	2	30

7	6	18	33	34	13
1					36
12					25
32					5
35					2
24	31	19	4	3	30

Maintenant le Quarré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Quarré parfait de 6 suivant la Proposition.

On pourra encore chercher si avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

angles.

$$+11\tfrac{1}{2}+5\tfrac{1}{2}.+12\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}-14\tfrac{1}{2}-15\tfrac{1}{2}=0$$
$$+11\tfrac{1}{2}-5\tfrac{1}{2}.+17\tfrac{1}{2}+6\tfrac{1}{2}-13\tfrac{1}{2}-16\tfrac{1}{2}=0$$

Ce sera la même chose pour d'autres recherches de ces nombres, en posant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réüssiront pas.

Mais si au lieu des nombres dont on s'est servi pour faire le Quarré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Quarré proposé, qui aïent les conditions de la septiéme Proposition, on en pourra faire aussi un Quarré parfait par la même Proposition, comme on le voit dans ces Figures. Et alors avec les nombres restans, & par le moyen de leurs differences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Quarré, comme en posant les angles 7 & 9, ou aura la maniere suivante exprimée par les differences pour servir à l'enceinte.

Nombres posés.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

angles.

$$+11\tfrac{1}{2}+9\tfrac{1}{2}.-17\tfrac{1}{2}-12\tfrac{1}{2}+8\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}=0$$
$$+11\tfrac{1}{2}-9\tfrac{1}{2}.-10\tfrac{1}{2}+7\tfrac{1}{2}+6\tfrac{1}{2}-5\tfrac{1}{2}=0$$

Quarré Parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	13	4	35

$1 + 17\frac{1}{2} - 36$
$6 + 12\frac{1}{2} - 31$
$7 + 11\frac{1}{2} - 30$
$8 + 10\frac{1}{2} - 29$
$9 + 9\frac{1}{2} - 28$
$10 + 8\frac{1}{2} - 27$
$11 + 7\frac{1}{2} - 26$
$12 + 6\frac{1}{2} - 25$
$13 + 5\frac{1}{2} - 24$
$18 + \frac{1}{2} - 19$

Mais en posant les angles 7 & 18 on aura

angles.

$$+11\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} - 17\tfrac{1}{2} - 12\tfrac{1}{2} + 10\tfrac{1}{2} + 7\tfrac{1}{2} = 0$$
$$+11\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} + 9\tfrac{1}{2} - 8\tfrac{1}{2} - 6\tfrac{1}{2} - 5\tfrac{1}{2} = 0$$

Et en posant 1 & 6 aux angles, c'est à dire en laissant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

angles.

$$+17\tfrac{1}{2} + 12\tfrac{1}{2} - 8\tfrac{1}{2} - 10\tfrac{1}{2} - 11\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 0$$
$$+17\tfrac{1}{2} - 12\tfrac{1}{2} - 9\tfrac{1}{2} - 7\tfrac{1}{2} + 6\tfrac{1}{2} + 5\tfrac{1}{2} = 0$$

Mais en prenant pour les angles 1 & 10 on aura

angles.

$$+17\tfrac{1}{2} + 8\tfrac{1}{2} - 12\tfrac{1}{2} - 11\tfrac{1}{2} + 7\tfrac{1}{2}9 - \tfrac{1}{2} = 0$$
$$+17\tfrac{1}{2} - 8\tfrac{1}{2} - 10\tfrac{1}{2} + 6\tfrac{1}{2} - 5\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 0$$

& les enceintes seront les suivantes, dans lesquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel sens on voudra.

7	36	18	10	31	9
29					8
11					26
12					25
24					13
28	1	19	27	6	30

7	36	8	11	31	18
9					28
27					10
25					12
24					13
19	1	29	26	6	31

1	29	27	30	18	6
26					11
28					9
13					24
12					25
31	8	10	7	19	36

1	31	30	11	28	10
29					8
12					25
12					13
18					19
27	6	7	26	9	36

On fera la même operation pour d'autres recherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra

aussi tirer de ces differentes constructions des regles pour former ces enceintes, lesquelles conviendront à celles de la même espece, comme aux premieres, troisiémes, cinquiémes, &c. & d'autres pour les secondes quatriémes, sixiémes, &c. comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui est des variations de ces sortes de Quarrés, elles suivent aussi les regles des impairs.

OBSERVATION

Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

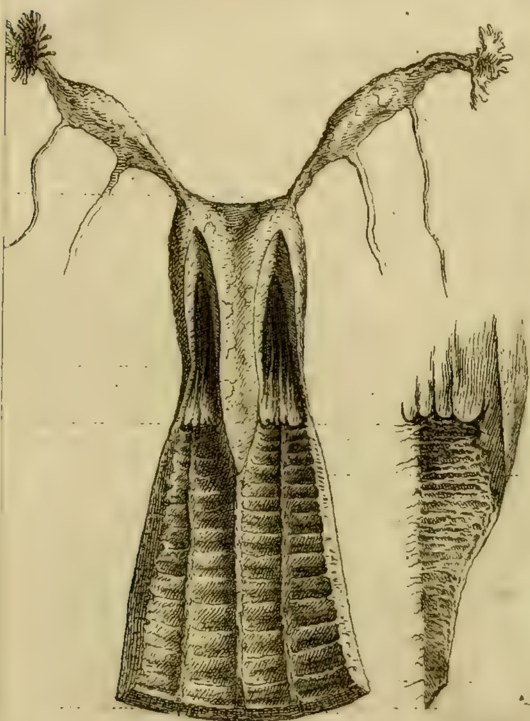
PAR M. LITTRE.

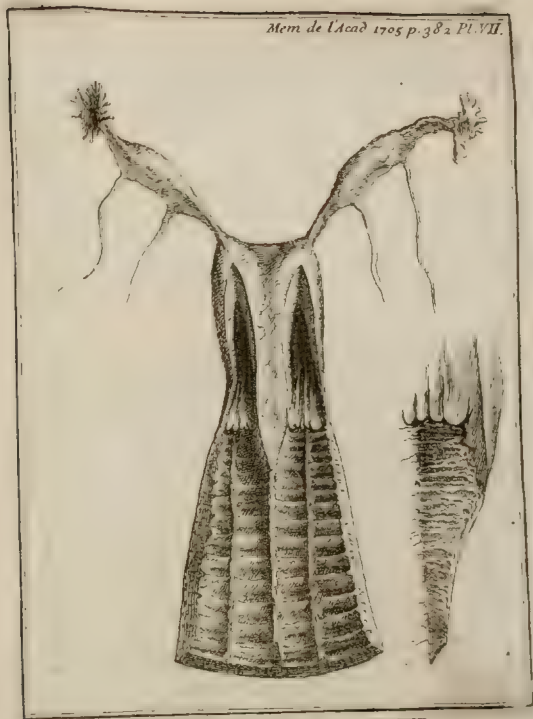
1705. 19. Decembre.

LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & sept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire; mais l'ayant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inferieure moïenne un corps charnu, l'arge partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie seulement depuis le commencement de ce canal jusqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi-pouce dans le reste, où il formoit une cloison perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavités égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

Le dedans du vagin étoit inégal par quantité de cercles charnus, qui avoient chacun un tiers de ligne d'épaisseur sur deux de hauteur, & qui étoient distans les uns des autres d'environ une ligne. Tous ces cercles étoient coupés à angles droits en trois parties égales par trois corps charnus, placés horizontalement le long de ce canal, qui étoient un peu plus épais & plus élevés, & qui servoient de tendon à chaque extremité des trois parties dont les cercles étoient composés.

La matrice que je divise, pour éviter l'équivoque, en 3 parties, sçavoir en fond, en milieu & en coup, avoit 16 lignes de profondeur sur 8 de largeur & 3 d'épaisseur: & sa




Mem de l'Acad 1705 p. 382 Pl. VII.

ſurface extérieure étoit unie, & avoit ſa couleur naturelle. Le fond & le milieu étoient longs chacun de 6 lignes, & le coup de quatre.

Le fond étoit ſeparé ſuivant ſa longueur en 2 corps parfaitement ſemblables, diſtans entr'eux de 4 lignes à l'endroit de leur plus grand éloignement, & attachés l'un à l'autre depuis le commencement de leur ſeparation juſqu'à 2 lignes au-delà par un ligament plat en forme de triangle, dont la partie la plus étroite étoit du côté du vagin. Ces corps ſe terminoient en pointe, & avoient chacun un ligament rond, un ligament large, un cordon de vaiſſeaux, une trompe & une ovaire.

Le milieu & le col de cette matrice ne faiſoient par dehors qu'un corps ſimple & continu; mais l'aïant ouverte, je trouvai qu'elle avoit 2 cavités qui s'étendoient d'un bout à l'autre, larges chacune de 2 lignes & demie à l'endroit du plus grand diametre, & qui étoient ſeparées l'une de l'autre le long du fond par des parois particulieres & qui ne ſe touchoient point, & le long du milieu & du cou par une cloiſon charnuë commune & continuë à celle du vagin, dont il a été parlé.

La ſurface interieure, contre l'ordinaire, étoit blanche & garnie de pluſieurs feüillets charnu, & recouverts d'une membrane fort ſenſible, de même que le reſte de cette ſurface. Les feüillets s'étendoient preſque tous d'un bout de la matrice à l'autre; ils avoient chacun environ une ligne de hauteur ſur un tiers de ligne d'épaiſſeur; & ils étoient éloignés les uns des autres d'environ une demie-ligne.

Cette matrice avoit 2 cols & 2 milieux auſſi-bien que 2 fonds Chaque col avoit ſon orifice, qui étoit de figure preſque ronde, large d'une ligne, ouvert dans une des cavités du vagin, & qui avoit les bords dentelés.

Sur la deſcription que je viens de faire de la matrice de la fille dont il s'agit, on peut, ce me ſemble, former les conjectures qui ſuivent.

1. Que ſi cette fille avoit vêcu & quelle eût été mariée

elle auroit pû concevoir en differens accouplemens, tantôt par l'une des parties de ſa matrice & tantôt par l'autre, ſelon que la ſemence virile auroit été portée à l'une ou à l'autre des parties.

2°. Qu'un fœtus renfermé dans une telle matrice n'auroit pas pû ſe porter avec la même facilité à droit & à gauche dans le ventre de ſa mere, comme il arrive lorſque le fœtus eſt contenu dans une matrice ordinaire ; mais qu'il ſe ſeroit porté plus facilement du côté de la partie de la matrice où il auroit été renfermé.

3°. Qu'un fœtus contenu dans l'une des parties de cette matrice n'auroit pas pû devenir ſi grand, que dans une matrice ordinaire. Il n'y a aucune apparence qu'une moitié de matrice (car on peut, ce me ſemble, conſiderer ainſi une de ſes parties) eût pû s'étendre autant qu'une matrice entiere, & fournir autant de nourriture à un fœtus pour un pareil accroiſſement.

4°. Que s'il y avoit eu en même tems deux fœtus dans cette matrice, l'un dans une de ſes parties & l'autre dans l'autre, en auroit ſenti dans le ventre de la mere deux tumeurs diſtinctes, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche.

5°. Que dans ce dernier cas on n'auroit pas dû accoucher la mere de ſes deux fœtus immediatement l'un aprés l'autre, à moins que les deux fœtus n'euſſent été à peu prés à termes, & que l'orifice de deux cols de cette matrice n'euſſent eté preparés à l'accouchement. Car, aprés que la mere auroit été accouchée du premier, il n'auroit pas fallu la mettre en travail du ſecond quoiqu'à terme, ſi l'orifice, par où il auroit dû ſortir, n'eût été auſſi diſpoſé à l'accouchement. Il n'en eſt pas de même lorſque deux fœtus ſont renfermés dans une matrice ordinaire, parcequ'alors on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne l'accouche immediatement aprés de l'autre ; autrement la perte, qui accompagne toûjours l'accouchement, ne ceſſeroit point, & feroit

roit mourir la mere & le fœtus qui seroit resté dans la matrice, en ôtant à tous les deux le sang qui est le principe de la vie.

La derniere conjecture est, que la superfetation ne peut arriver que dans une matrice à peu prés semblable à celle de la fille dont il s'agit, par les raisons suivantes.

La premiere est, que, lorsque la conception est faite dans une matrice ordinaire, son orifice interieur se ferme si exactement, que rien n'y sçauroit plus entrer par cette voie. C'est le sentiment d'*Hypocrate*, qui est confirmé par l'experience, comme je l'ai souvent verifié. La semence virile n'y peut donc plus être admise pour y produire une nouvelle conception, en quoi consiste la superfetation.

L'orifice interieur de la matrice se ferme exactement aprés la conception, parceque le fœtus contenu dans la matrice y étant comme une espece de corps étranger, détermine par sa masse, par son poids, &c. les fibres charnuës de ce viscere à se serrer de toutes parts, & par consequent à fermer exactement son orifice. Il est absolument necessaire que cet orifice se ferme; car s'il demeuroit ouvert aprés la conception, le fœtus, qui n'est point encore adherant à la matrice, en pourroit sortir à cause de sa petitesse & de son propre poids, quand la mere seroit debout ou assise, surtout si dans ces situations son corps venoit à être fortement agité par la toux, l'éternuëment, &c. ou il seroit détruit par les corps qui entreroient dans la matrice par cette ouverture, d'autant que le fœtus est alors tres-foible & tres-délicat, par consequent incapable d'aucune résistance.

La seconde raison est, qu'avant que la femme conçoive, le bout exterieur du cou de la matrice est droit, & son orifice répond directement à celui du vagin; alors la semence virile peut être lancée dans la matrice par cet orifice. Lorsque la femme a conçû, le même bout du cou de la matrice incline du côté de l'anus, & l'inclinaison augmente à proportion que le fœtus croît; alors son orifice

ne répondant plus à celui du vagin, n'eſt plus en état de recevoir la ſemence virile.

Le bout exterieur du cou de la matrice incline du côté de l'anus dans la groſſeſſe, parceque le fond de la matrice ne pouvant dans ſon accroiſſement s'avancer en arriere à cauſe de la réſiſtance invincible qu'il y trouve, eſt obligé de ſe porter en devant où la réſiſtance eſt aiſée à ſurmonter. Or le fond de la matrice ne peut pas avancer en devant que ſon cou ne ſe porte en arriere, ſes attaches & les parties voiſines lui permettant ce mouvement, & l'empêchant de ſuivre celui de ſon fond. Ainſi, quand l'orifice de la matrice ſeroit alors ouvert, il ne ſeroit plus dans la ſituation neceſſaire pour recevoir la ſemence du mâle, qui cependant doit être portée par cette ouverture dans la matrice pour y faire une nouvelle conception ou ſuperfetation.

La derniere raiſon eſt, que, quand bien même la ſemence virile pourroit entrer dans la matrice par ſon orifice quelque tems aprés la conception, elle ne pourroit jamais paſſer de là par les trompes juſqu'aux ovaires pour y féconder des œufs; parceque le placenta du fœtus, déja contenu dans la matrice, en couvre exactement le fond, & y eſt ſi fortement attaché, que rien ne peut paſſer de la cavité de la matrice dans celle des trompes qui y aboutiſſent. On obſerve toûjours que le placenta eſt d'autant plus grand que le fœtus eſt plus petit; d'ailleurs, lorſque le fœtus eſt petit, la cavité de la matrice eſt étroite à proportion.

On pourra objecter que la ſemence virile peut être portée de la matrice aux ovaires par d'autres voies que par celles des trompes, je le veux; mais parcequ'il n'y a que la route des trompes par où les œufs fécondés deſcendent des ovaires dans la matrice, & qu'alors cette route eſt invinciblement fermée aux œufs par le placenta du fœtus contenu dans la cavité de la matrice; il s'enſuit neceſſairement que la ſuperfetation eſt impoſſible, puiſqu'il faudroit abſolument que les œufs fécondés paſſaſſent de

la cavité des trompes dans celle de la matrice, où on ſuppoſe une conception déja faite. Or nous venons de prouver que ce paſſage eſt alors impraticable.

Les Auteurs n'admettent que deux voies aux œufs ou à la ſemence, pour paſſer des ovaires dans la cavité de la matrice, ſçavoir les trompes & les ligamens qui attachent les ovaires au fond de la matrice.

Or les trompes ont une cavité fort ſenſible; elles s'ouvrent dans la cavité de la matrice; on a quelquefois trouvé des fœtus dans leur cavité, & on trouve ſouvent des œufs dans les trompes des volatiles. Les ligamens au contraire ſont ſolides en eux-mêmes, & s'il y paroît quelque cavité, c'eſt celle d'un vaiſſeau ſanguin. On n'a jamais trouvé aucun fœtus ni aucun œuf dans ces ligamens, & ils ne ſe continuënt que juſqu'à la ſurface exterieure de la matrice. Il n'y a donc que les trompes par où les œufs paſſent des ovaires dans la cavité de la matrice, comme je viens de le prouver.

CONYZA MONTANA

Foliis longioribus ſerratis flore è ſulfureo albicante.

PAR M. CHOMEL.

CEtte Plante eſt rivace, ſa racine qui trace à trois ou quatre doigts de terre eſt ſolide, ronde, legerement canelée, blanchâtre, & comme rongée par le bout. Son nerf a plus de dureté & plus de blancheur que n'en ont ſes autres parties; il ſe caſſe même plus aiſément. Cette racine a 3 à 4 pouces de longueur ſur 3 à 4 lignes de largeur: elle eſt entourée de pluſieurs fibres tirant ſur un jaune pâle, preſque rondes, inégales en longueur & en groſſeur: les plus longues ſont de demi pied, ſur une ligne de diametre. Entre ces fibres pouſſent pluſieurs bourgeons

1703. 17. Fevrier.

blancs tirant ſur la pourpre, qui deviennent autant de tiges. Celles qui s'élevent, & que je vais décrire, ont au collet de la racine 2 ou 3 bourgeons, leſquels pouſſent des brins qui fleuriſſent l'année ſuivante. La tige eſt un peu cambrée prés de la racine, & ne ſe redreſſe qu'en ſortant de la terre, d'où elle s'éleve aſſez droite juſqu'à 2 ou 3 pieds, & quelquefois davantage. Elle eſt à ſon origine d'un blanc purpurin, elle devient enſuite d'un verd gay. Dans ſa longueur elle eſt rayée de legeres canelures d'un verd purpurin par le bas, & d'un verd pâle vers le ſommet. Cette même tige, comme la Figure le repreſente, eſt liſſe vers le bas, & un peu veluë prés des fleurs. Elle eſt aſſez ronde, ſi ce n'eſt prés de la racine & aux nœuds des feüilles, où elle eſt un peu anguleuſe. Elle eſt dure & ſolide, quoyque remplie d'une moëlle blanche qui occupe prés du tiers de ſon diametre, dont l'épaiſſeur eſt de 3 à 4 lignes au plus dans les tiges même les mieux nourries. Les feüilles ſont diſpoſées alternativement, chacune eſt attachée à la tige par une baſe *A* élargie qui en embraſſe la moitié. Dans les feüilles inferieures cette baſe eſt arrondie, & ſes bords ou oreillettes ſont convexes par deſſus, & concaves par deſſous. Dans les feüilles ſuperieures elle eſt moins large & moins concave. Les feüilles ſuperieures ſont plus étroites à proportion de leur longueur que les inferieures, qui ont 5 à 6 pouces de long ſur un pouce & & demi de large: les unes & les autres ſont liſſes, & d'un verd obſcur par deſſus, diviſées par un nerf blanchâtre & purpurin *C*, creuſé de ce côté en ſillon large d'une ligne ou environ prés de la tige. Ce nerf ſe rétrecit inſenſiblement juſqu'à la pointe, aprés s'être diviſé en rameaux qui ſe perdent ſur les bords de la feüille qui eſt un peu boſſelée dans leurs intervalles: par deſſous la feüille eſt couverte d'un petit duvet qui la rend cottoneuſe & d'un verd blanchâtre; elle eſt relevée de ce côté, & diviſée dans ſa longueur, d'un côté arondie *B*, d'un verd gay, large de deux lignes prés de la tige qu'elle rend anguleuſe. Cette côte répond par ſes ramifications relevées à celle qui paroît

creusée de l'autre côté : les feüilles sont découpées sur les bords en dents de scie un peu inégales : de leurs aisselles naissent des petits rameaux qui soûtiennent de bouquets de fleurs *D*, qui avortent ordinairement jusques vers les deux tiers de la tige. Au delà ces branches ou rameaux se subdivisent en plusieurs autres chargez de fleurs, qui s'élevent dans quelques pieds à la même hauteur que celle du sommet de la tige, & sont disposez à l'entour en maniere de branches de parasol. Dans la plûpart des pieds ces fleurs s'élevent moins haut que celles de la tige : chacun de ses rameaux part de l'aisselle d'une feüille longue, étroite, pointuë & dentelée, qui l'entoure en partie par sa base d'un verd purpurin : les branches chargées de fleurs les plus éloignées du sommet ont demi-pied de longueur sur deux lignes de largeur prés de la tige : les petits rameaux les plus élevez ont 4 à 5 lignes & même moins, leur longueur étant fort inégale : les uns & les autres sont ronds, canelez & couverts d'un duvet trés-fin, & sont d'un verd pâle : ces petits rameaux servent de pedicules aux fleurs qu'ils soûtiennent. Chacune de ces fleurs est un bouquet *E*, composé d'une vingtaine de fleurons *H* enfermez dans un calice commun *F*, qui est un tuyau cylindrique haut de 4 à 5 lignes, & large de deux prés du pedicule où il est renflé *G*. Il se trouve des fleurs sur le même pied où ce renflement est fort sensible, & d'autres où il est moins marqué : dans toutes le calice est legerement canelé, verd pâle, blanchâtre vers le haut, & un peu velu : chaque canelure se termine en une pointe d'un pourpre foncé & noirâtre. Il est entouré de 3 à 4 petites feüilles déliées, veluës & recourbées, qui partent du pedicule dans l'endroit où il se grossit pour former le calice. Chaque fleuron *H* est un tuyau cylindrique long de 4 lignes, renflé vers son milieu jusqu'à sa partie superieure, où il est évasé & découpé en 5 pointes égales, en maniere d'étoile, surmonté par un filet fourchu *I*, qui sortant du fond de ce tuyau est entouré par 5 filets tres-déliez *K*, qui partent des côtez du tuyau dans l'endroit où il se renfle, & qui se

réünissant vis à vis des pointes de l'étoile, forment une gaine jaune *L*, longue d'une ligne, à travers laquelle passe le petit filet fourchu *I*, qui n'est autre chose que l'étamine chargée d'une poussiere jaune orangée. Chaque fleuron a demi-ligne de diametre vers sa partie superieure : il est jaune pâle, & porte sur un embrion de graine *M*, garni d'une aigrette, & planté sur la couche du calice *G* vis a vis de l'endroit où il est renflé. Cet embrion est blanc & luisant, verdâtre prés de l'aigrette, & devient ensuite une graine *N* blanchâtre, longue d'une ligne & demie, étroite & canelée. La Figure *O* represente le calice ouvert, lorsque la plus grande partie des graines étant en parfaite maturité s'en sont détachées.

Cette Plante a beaucoup de ressemblance & par ses feüilles & par son port exterieur à quelques unes des especes de la verge dorée ; cependant comme elle differe par sa fleur qui n'est point radiée, mais simplement à fleurons, je ne l'ay point placée parmi les especes de ce genre-là. Cette difference m'a aussi déterminé à la mettre sous celui du Conyza plutôt que sous celui du Seneçon. Il est vrai que son calice qui n'est pas écailleux a plus de rapport à celui du Seneçon qu'à celui du Conyza ; mais ce rapport ne se voit qu'aprés la maturité de ses graines : car aprés ses découpures ne se renversent point en bas le long du pedicule comme dans celui du Seneçon, & elles forment seulement une espece d'étoile *O*, dont les pointes sont un peu recourbées, comme il arrive dans la plûpart des especes de Conyza : d'ailleurs la disposition des fleurons de nôtre Plante ressemble beaucoup mieux à celle du Conyza qu'à celle du Seneçon. J'avois d'abord pris l'espece dont il s'agit pour celle que C. Bauhin appelle *Virga aurea angustifolia serrata*, qui est la même que la *Solidago Saracenica Fuchi*, *Tragi*, *Lob.* & de quelques autres, & bien que les feüilles de nôtre Plante me parussent plus larges vers le bas que celles de la Figure que nous donnent ces Auteurs, je ne m'étois point arrêté à cette difference, parceque C, Bauhin remarque que l'espece dont il traite se trouve quel-

quefois à feüilles plus larges, & quelquefois à feüilles plus étroites. Mais il m'a fallu changer le ſentiment que j'avois eu ſur la Plante dont il s'agit, parceque j'ay trouvé que les feüilles, ſurtout les inferieures qui embraſſent la tige par une baſe aſſez large, ſont bien mieux repreſentées par la Figure du *Conſolida aurea Tab. mont.* que par celle du *Virga aurea.* D'ailleurs j'ay trouvé que ni la ſtructure des fleurs du *Virga aurea*, ni même celle du *Conſolida aurea*, ne s'accordent pas avec celle de nôtre Plante. En effet, je n'en ay vû aucune de radiée, bien que j'en aie examiné une tres grande quantité dans nos montagnes. On ne peut pas dire la même choſe des fleurs du *Conſolida aurea, Tab. Ic.* 556. & du *Solidago Sarracenica Fuchi, Tragi, Lob. & aliorum*, puiſque ce ſont des fleurs radiées, & qu'elles en ont le caractere qui eſt une couronne de demi fleurons, ſuivant que le marquent les Figures des Auteurs qui en ont parlé. Cependant comme j'ay trouvé dans l'Auvergne la Plante que M. Tournefort appelle *Conyza latifolia, viſcoſa, ſuaveolens, flore aureo è gallo Provincia inſt.* 455. tantôt à fleur radiée, & quelquefois ſimplement à fleurons; j'ay voulu examiner ſi nôtre Plante n'auroit pas les mêmes varietez en les cultivant dans les Jardins: mais j'ay remarqué deux années conſecutives que ſa fleur n'a point changé dans le Jardin Royal de Paris où j'avois envoyé pluſieurs pieds de ſa racine; ainſi j'ay crû que je pouvois faire de nôtre Plante une eſpece particuliere, & la ranger ſous le genre de *Conyza.* M. Tournefort qui n'a rapporté aux genres qu'il a établis que les eſpeces qu'il a verifiées avec ſoin, ne s'eſt pas determiné ſur cette Plante, & n'en fait aucune mention dans ſes Elemens. Il faudroit ſemer de la graine de nôtre Plante, & examiner ſi les pieds qui en proviendroient porteroient des fleurs radiées ou ſimplement à fleurons pour achever de s'aſſurer parfaitement ſur ſon caractere. J'ay ſemé dans mon Jardin de cette graine, mais elle n'a point levé. Plukenet Tab 225. donne une aſſez mauvaiſe figure de l'eſpece que J. Bauhin appelle *Virga aurea anguſtifolia ſerrata, ſive Solidago Sarracenica.*

Comme elle n'a ni racine ni feüilles inférieures, & que les fleurs en sont radiées, cette Figure ne peut convenir à la Plante dont il s'agit.

Je pourrois parler des vertus de nôtre Plante, si elle étoit la même que la *Virga aurea angustifolia serrata C.B. Pin.* dont les facultez sont connuës : mais ces deux Plantes sont differentes. Il me semble pourtant avoir trouvé quelques feüilles de nôtre Plante dans les vulneraires qui nous sont envoyées de Suisse. Ces feüilles, comme je l'ay reconnu, sont un peu salées & acres, & ont aussi une legere amertume : elles excitent beaucoup de salive en les machant. Ces mêmes feüilles & les fleurs ne rougissent point le papier bleu ; mais la côte ou le nerf de la feüille le rougit foiblement, & l'écorce de la tige un peu davantage. Tout cela me fait penser que nous pourrions sans beaucoup risquer substituer cette Plante à la Verge dorée.

Nôtre Plante est tres-commune dans les bois du Vallon de la Pardie, dans ceux du Vallon de Bain, & dans les Monts-d'or. On en trouve aussi dans les bois du Cantal, & des autres Montagnes de la haute Auvergne.

LIMODORUM MONTANUM

Flore ex albo dilutè virescente.

PAR M. CHOMEL.

1703. 11. Juillet.

LA racine de cette Plante a huit ou dix grosses fibres, & quelquefois moins, qui partent du centre de la tige, & s'éloignent les unes des autres en serpentant : les plus longues fibres s'enfoncent dans la terre, les autres tracent assez prés de sa superficie. Elles sont toutes rondes, blanchâtres, charnuës & pleines d'un suc insipide & gluant : les plus longues ont prés de deux pouces, & leur diametre vers le centre n'est que d'une ligne & demie au plus : elles se terminent toutes en pointes assez déliées. La tige

tige qui ne s'éleve qu'à huit ou dix pouces ou environ, eſt couverte auprés de la racine de deux ou trois feüilles qui l'embraſſent & l'envelopent ſucceſſivement en maniere de gaine, & forment une eſpece de bulbe : elles ne s'en écartent un peu que par leur pointe qui eſt arrondie. Ces feüilles ſont d'un blanc ſale & comme fanées, leur pointe eſt un peut verdâtre : elles ont prés d'un pouce de longueur, & occupent preſque le quart de la hauteur de la tige. Quatre ou cinq feüilles au plus la garniſſent alternativement : les deux premieres forment par leur baſe repliée ſur elle-même une eſpece de tuyau long d'un pouce à peu prés qui entoure la tige : elles ſe déploïent enſuite & deviennent larges d'un demi pouce, & arrondies par leur pointe : elles ont prés de deux pouces de longueur. Les feüilles ſuivantes ſont plus étroites, plus longues & plus pointuës ; mais elles n'embraſſent pas également la tige, enſorte que celle qui eſt la plus proche des fleurs ne l'entoure point : elle eſt tres-petite, étroite, & ſe termine en une pointe aſſez déliée : la plus longue de ces feüilles a trois pouces ou environ de longueur, ſur cinq lignes de largeur vers ſon milieu : les feüilles inferieures ſont d'une couleur & d'une tiſſure aſſez ſemblable à celle de l'Hellebore blanc à fleur verte, les ſuperieures ſont d'un verd un peu plus clair.

Il y a pluſieurs eſpeces d'Orchis dont les feüilles ont beaucoup de rapport avec celles de nôtre Plante. Les fleurs qui occupent le ſommet de ſa tige ſont blanches tirant ſur le verdâtre, auſſi-bien que la tige en cet endroit : elles ſont diſpoſées alternativement tout autour, & forment un épi long de prés de deux pouces, & large de quatre lignes au plus. On compte dans quelques pieds juſqu'à vingt-cinq fleurs. Chaque fleur *B* part de l'aiſſelle d'une petite feüille *A* longue de trois à quatre lignes, & large d'une : la pointe de cette petite feüille s'éleve auſſi haut que la fleur. Cette fleur porte ſur un calice *C* un peu tortillé & legerement canelé, large d'une ligne, & haut de deux lignes & demie, d'un verd pâle. Elle eſt composée de ſix feüilles : les cinq ſuperieures *D D* qui forment la

coëffe, comme dans la plûpart des fleurs d'Orchis, sont assez égales, arrondies, un peu pointuës vers leur partie superieure, & creusées en cuilleron : elles ont une ligne de long sur demi-ligne de large. La sixiéme feüille *E* qui occupe la partie moïenne & inferieure de la fleur est rabatuë & découpée en trois pieces, dont celle du milieu est la plus longue. Cette feüille a deux lignes de longueur depuis sa partie superieure jusqu'au bout de la découpure du milieu, & une ligne & demie de largeur : sa partie posterieure se termine en un petit éperon assez court *F* d'un quart de ligne de diametre, & d'une ligne de longueur au plus. Le centre de cette fleur est garni de deux petites étamines imperceptibles. La fleur passée le calice devient un fruit semblable à ceux des especes d'Orchis, & rempli d'une semence menuë comme de la sciure de bois tres-fine.

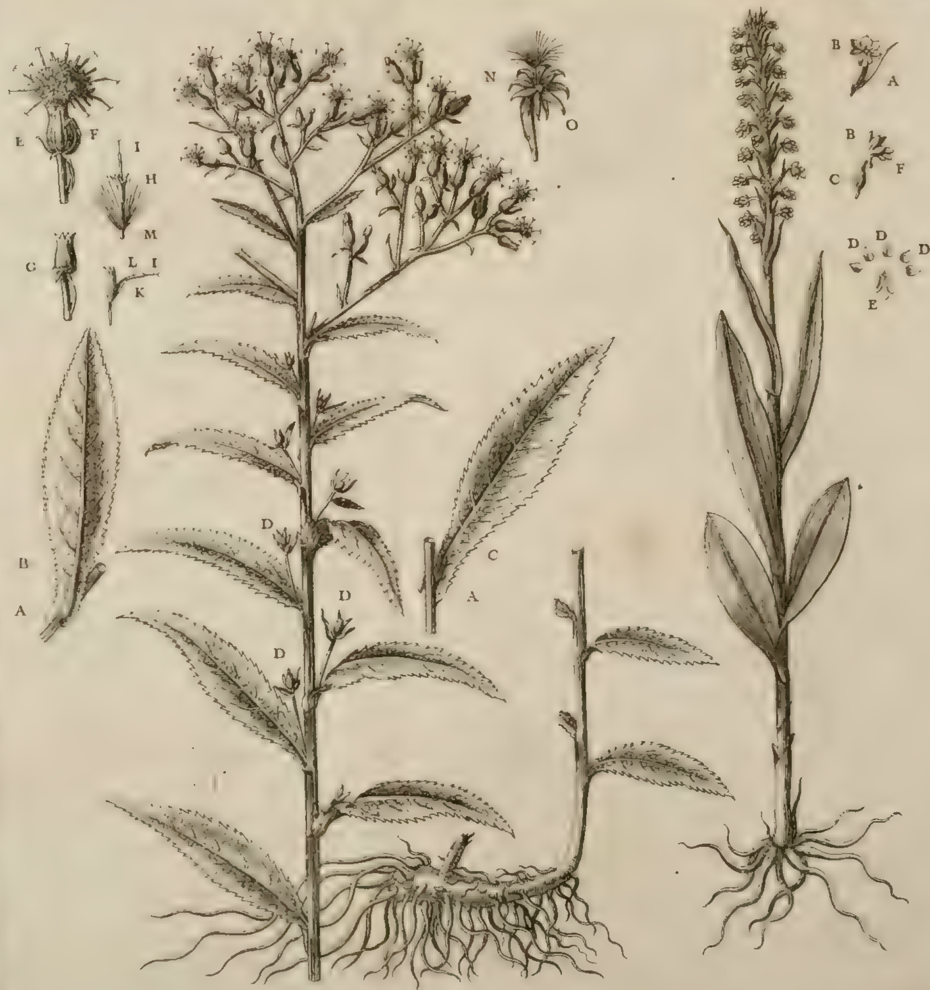
Cette Plante ne m'a parû décrite dans aucun Auteur. Je n'ay point trouvé de Figure gravée qui lui convienne; ainsi en la nommant j'ay crû la devoir rapporter à son veritable genre, & la faire dessiner. Les racines fibrées qui distinguent le Limodorum de l'Orchis, suivant les Elemens de Botanique, m'ont déterminé à ranger cette espece sous le genre de Limodorum plutôt que sous celui d'Orchis. Nôtre Plante se distingue d'ailleurs de l'Helleborine & de l'Orchis par ses autres caracteres, qui sont l'éperon de la fleur, & les feüilles disposées alternativement autour de la tige.

Il n'est pas aisé de décider si l'*Orchis pusilla alba odorata radice palmata Raii hist.* 1225. est la même que nôtre Plante, parcequ'il n'en donne aucune description. On trouve à la verité quelques pieds de la nôtre où la racine n'est composée que de cinq ou six grosses fibres disposées à peu prés comme autant de doigts, & la tige n'a que cinq à six pouces de hauteur, & alors le nom de cet Auteur pourroit peut-être leur convenir; mais je n'y ay remarqué aucune odeur sensible, ainsi je crois que l'espece dont il a parlé est très-differente de celle dont il s'agit.



Limodorum montanum flore Exalbo dilute virescente.

...bus
...e.



Limodorum montanum flore Exalbo dilute virescente.

Conyza montana foliis longioribus Serratis flore e sulfureo albicante.

J'ay trouvé cette Plante sur le plomb du Cantal en descendant à Pradebourg. J'en ay trouvé aussi prés du sommet du Puy de Dome du côté de l'Orient.

Le R. Pere Plumier en a vû dans les montagnes prés la grande Chartreuse, & la figure qu'il en a dessinée m'en a assuré parfaitement.

FIN.

